

1. Anexo: Modelo equivalente del transformador trifásico

Documento redactado por Carlos Aravena y Patricio Mendoza

1.1. Modelo y parámetros del transformador monofásico

Si bien en el capítulo de transformadores de poder del libro no se estudian en profundidad el modelo del transformador y las respectivas pruebas que determinan sus parámetros, éstas siguen siendo muy importantes y utilizadas tanto en docencia como en la industria.

El modelo del transformador monofásico real puede observarse en la figura 1, en este caso referido a primario (es decir, viendo los parámetros como si estuvieran concentrados en los bornes del primario).

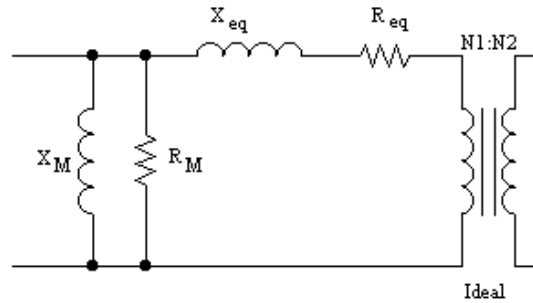


Figura 1: Modelo del transformador

Los parámetros X_M y R_M representan la que se denomina “rama de magnetización” o “rama shunt”, y representa las pérdidas por necesidad de una corriente de excitación. X_M está relacionada a el hecho que $\mu_{Fe} \neq \infty$, mientras que R_M tiene que ver con las pérdidas en el núcleo, ya sea por histéresis como por corrientes de Foucault (pérdidas en el fierro).

Los parámetros X_{eq} y R_{eq} componen la denominada “rama serie” o *impedancia del transformador* propiamente tal, y consta de un elemento inductivo que indica la presencia de flujos de fuga, y un elemento resistivo relacionado con las pérdidas en los enrollados (pérdidas en el cobre).

La forma de obtener estos parámetros en un transformador real es mediante las pruebas de circuito abierto (CA) y de cortocircuito (CC).

La prueba de CA se utiliza para determinar los parámetros de la rama de magnetización. La prueba consta de la medición de tensión, corriente y potencia en un lado del transformador, mientras el otro se deja en vacío. Como se observa en la figura 2, al estar en vacío un lado del transformador, la corriente por la rama serie es nula, por lo que la corriente y potencia indicadas solo corresponderán a la consumida por la rama shunt. Típicamente esta prueba se realiza a tensión nominal en el lado de baja tensión, dejando abierto el lado de alta tensión.

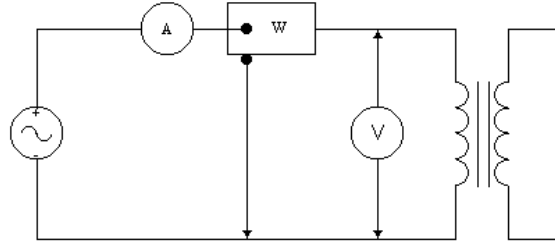


Figura 2: Esquema de la prueba de CA

Sean V_{CA} , I_{CA} y P_{CA} las medidas de tensión, corriente y potencia para esta prueba, respectivamente. En este caso, se tiene que la corriente de magnetización I_0 es igual a la medición I . Luego, mediante el uso de la medida de potencia, se puede calcular R_M como

$$R_M = \frac{V_{CA}^2}{P_{CA}} \quad (1)$$

y X_M , utilizando la potencia reactiva calculada como

$$Q_{CA} = \sqrt{(V_{CA}I_{CA})^2 - P_{CA}^2} \quad (2)$$

$$X_M = \frac{V_{CA}^2}{Q_{CA}} \quad (3)$$

La prueba de CC se utiliza para determinar la impedancia del transformador. De manera similar a la prueba de CA, se miden tensiones, corrientes y potencias en un lado del transformador, mientras el otro se cortocircuita.

En la figura 3 se observa que ahora la corriente circula mayormente por la rama serie. La corriente de la rama shunt en general es mucho menor que la de la rama serie, y se desprecia para efectos de esta prueba. Esta prueba se realiza generalmente alimentando el lado de alta tensión con un valor reducido, de manera que en el lado de baja tensión en cortocircuito circule corriente nominal.

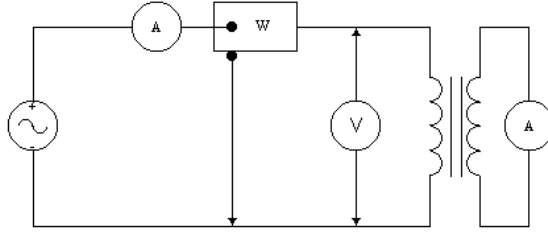


Figura 3: Esquema de la prueba de CC

Sean V_{CC} , I_{CC} y P_{CC} las medidas de tensión, corriente y potencia para esta prueba, respectivamente. De manera muy similar a la anterior, se pueden obtener los parámetros de la rama serie como

$$R_{eq} = \frac{P_{CC}}{I_{CC}^2} \quad (4)$$

$$Q_{CC} = \sqrt{(V_{CC}I_{CC})^2 - P_{CC}^2} \quad (5)$$

$$X_{eq} = \frac{Q_{CC}}{I_{CC}^2} \quad (6)$$

1.2. Modelo del transformador trifásico

Dadas las distintas conexiones posibles de un transformador trifásico, el modelo puede variar, pero se mantiene básicamente igual.

Puesto que generalmente se trabaja con equivalentes monofásicos de un sistema trifásico, el transformador también se modela con un equivalente monofásico. Éste es igual al del transformador monofásico (fig. 1), pero en la mayoría de los casos se desprecia la rama shunt.

El tipo de conexión del transformador determina el valor de la rama serie. Si la conexión es Yy, entonces la rama del equivalente monofásico será igual

a la de una fase del trifásico. Si es una conexión Yd, Dy o Dd, habrá que hacer una transformación delta-estrella en el lado secundario y/o primario para la representación en el modelo monofásico.

Las pruebas a los transformadores trifásicos son similares a las del monofásico, pero midiendo voltaje entre fases, corriente de línea, y potencia trifásica (por ejemplo con el método de los 2 wattmetros). Se debe tener en cuenta entonces tanto el tipo de conexión como los valores por fase de las pruebas antes de calcular el equivalente monofásico.

Un caso particular muy fácil de entender es el del banco de transformadores monofásico. En éste, los parámetros del modelo equivalente monofásico pueden ser o bien igual al de una unidad monofásica (conexión Y), o un tercio del de una unidad monofásica (conexión D), dependiendo de si el lado al cual están referidas las impedancias está en estrella o delta.

1.3. Modelos en por unidad (pu)

El modelo equivalente de un transformador monofásico o trifásico se suele llevar de valores reales a un modelo en valores por unidad. Esto con el fin de facilitar los cálculos y hacer “desaparecer” el transformador ideal del modelo.

La base a utilizar es típicamente la base propia, compuesta de la tensión nominal y potencia nominal. Para el monofásico, la tensión en bornes y potencia aparente nominal. Para el trifásico, la tensión entre fases y la potencia trifásica aparente nominales.

Los parámetros de todos los transformadores tienen valores muy similares, si es que se expresan en pu. Típicamente $X_M, R_M \approx 10^2 [^0/_1]$ y $X_{eq}, R_{eq} \approx 10^{-2} [^0/_1]$

Una de las ventajas de trabajar con modelos en pu, es que las impedancias no necesitan transformación al cambiar las conexiones, sino que lo que cambian son las bases. Por ejemplo, si un transformador Yy0 realiza una conversión de 220/110 [kV], y su potencia nominal son 10 [MVA], la impedancia del equivalente monofásico (en pu) será la misma si se cambia la conexión a Dy11, teniendo en cuenta que ahora la transformación es 127/110 [kV].

1.4. Estandarización de las pruebas del transformador

Si bien las pruebas podrían hacerse indiferentemente en distintas condiciones, sin mucha rigurosidad, en la práctica, a niveles industriales, los trans-

formadores son sometidos a diferentes pruebas, a parte de las de cortocircuito y vacío, que están estandarizadas.

Organizaciones como la IEC y la ANSI/IEEE poseen estándares en cuanto a los diferentes tipos de transformadores (catalogados por niveles de tensión, tipos de refrigeración, materiales de construcción, etc.).

A modo de ejemplo, en el caso particular de las pruebas propiamente tales, el estándar de la IEC es el 76-1, que en sus cláusulas 10.1.1 a 10.1.3 comenta sobre las pruebas de rutina, de diseño y especiales. En el caso de los estándares ANSI/IEEE, el C57.12.00 y C57.12.01 cubre los mismos aspectos del anterior en las tablas 16 y 7 respectivamente..

Algunas otras pruebas, por nombrar algunas, incluyen ensayos de impulsos, variaciones de frecuencia, ruido admisible, etc.

1.5. Ejemplo numérico

Consideremos el siguiente ejemplo, obtenido de *Principles of Electric Machines and Power Electronics*, por P.C. Sen.

Sobre un transformador monofásico, 10 [kVA], 2200/220 [V], se realizan pruebas de circuito abierto y cortocircuito, obteniéndose lo siguiente:

	Prueba de circuito abierto (alta tensión abierto)	Prueba de cortocircuito (baja tensión cortocircuitado)
Tensión	220 [V]	150 [V]
Corriente	2.5 [A]	4.55 [A]
Potencia	100 [W]	215 [W]

Calcular los parámetros para el modelo equivalente, referidos a primario y secundario, y expresarlos en unidades físicas y en por unidad.

Fácilmente observamos que la relación de vueltas es $a = 10 : 1$. De estos datos podemos obtener algunos de los otros datos de placa típicos. Por ejemplo, la corriente nominal en el primario:

$$I_{Np} = \frac{S_N}{V_{Np}} = \frac{10 \cdot 10^3}{2200} = 4,5454[A] \quad (7)$$

y en el secundario:

$$I_{Ns} = \frac{10 \cdot 10^3}{220} = 45,454[A] \quad (8)$$

Ocupando las relaciones de las pruebas de cortocircuito y circuito abierto, tenemos que, referido al lado de BT,

$$R'_M = \frac{220^2}{100} = 484[\Omega] \quad (9)$$

$$X'_M = \frac{220^2}{\sqrt{(220 \cdot 2,5)^2 - 100^2}} = \frac{220^2}{540,832} = 89,49[\Omega] \quad (10)$$

Refiriendo estos valores a AT,

$$R_M = 48400[\Omega] \quad (11)$$

$$X_M = 8949[\Omega] \quad (12)$$

De la prueba de cortocircuito, obtenemos los parámetros directamente referidos a AT:

$$R_{eq} = \frac{215}{4,55^2} = 10,385[\Omega] \quad (13)$$

$$X_{eq} = \frac{\sqrt{(150 \cdot 4,55)^2 - 215^2}}{4,55^2} = \frac{647,75}{4,55^2} = 31,288[\Omega] \quad (14)$$

Refiriendo estos valores a BT,

$$R_{eq} = 0,10385[\Omega] \quad (15)$$

$$X_{eq} = 0,31288[\Omega] \quad (16)$$

Los parámetros por unidad son los siguientes:

$$R_M = 100[{}^0/{}_1] \quad (17)$$

$$X_M = 18,489[{}^0/{}_1] \quad (18)$$

$$R_{eq} = 0,0214[{}^0/{}_1] \quad (19)$$

$$X_{eq} = 0,0646[{}^0/{}_1] \quad (20)$$

donde la base de impedancias se calcula a partir de las bases en el lado primario o secundario

$$Z_{Bp} = \frac{V_{Bp}^2}{S_B} = \frac{2200^2}{10000} = 484[\Omega] \quad (21)$$

$$Z_{Bs} = \frac{V_{Bs}^2}{S_B} = \frac{220^2}{10000} = 4,84[\Omega] \quad (22)$$

Este y otros ejemplos pueden ser resueltos utilizando el *Applet* de “Transformadores Trifásicos” incluido en el libro y a disposición en la página web del profesor Rodrigo Palma.