

# TEMAS SELECCIONADOS DE INGENIERÍA ELÉCTRICA DE POTENCIA

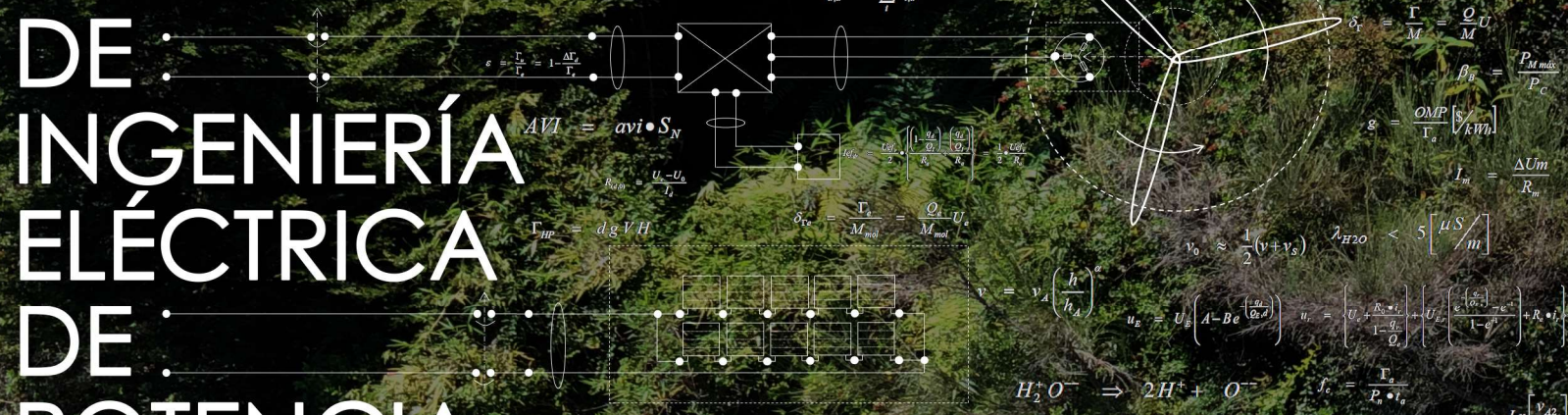
# UN ENFOQUE ACTUALIZADO VISTO DESDE LA ACADEMIA Y LA PRÁCTICA PROFESIONAL



$$avi = \left\{ \frac{(1+i)^{nu}}{(1+i)^{nu} - 1} \right\} \left( \frac{1}{q_d} \right)$$

$$P_E = (\rho_H \cdot \rho_M \cdot \rho_E) \cdot P_H$$

$$s = \frac{S_a}{\Gamma_{d,a}} = \frac{AVI + OMP}{\Gamma_a} \quad \Delta U = U_r - U_p = \left( \frac{R_p}{1 - \frac{q_d}{Q_d}} \right) \cdot i_r$$

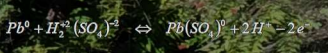


$$AVI = avi \cdot S_N$$

$$\Gamma_{mp} = dg \cdot V \cdot H$$

$$v_0 \approx \frac{1}{2}(v + v_s) \quad \lambda_{H2O} < 5 \left[ \frac{\mu S}{m} \right]$$

$$R_i = \frac{1}{G_s} + \frac{1}{G_m} + \frac{1}{G_p}$$



$$q_s [0/1] = \frac{q_{[1,AB]}}{Q_{[1,AB]}} \quad \rho_p = N + K \left( \frac{1}{q_s [0/1]} - 1 \right)$$

$$\alpha = \frac{Ln \left( \frac{V_{A2}}{V_{A1}} \right)}{Ln \left( \frac{h_{A2}}{h_{A1}} \right)}$$

$$U_e < U_r = U_{r1} < U_{r2} \leq 4,15 [V/\bar{c}]$$



$$P_H = dg \cdot Q \cdot H$$

$$P_1 = \frac{1}{2} S_1 d v_1^2 = \frac{1}{2} Q d v_1^2$$

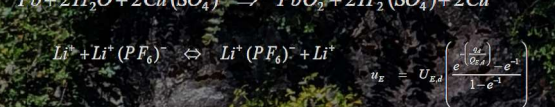
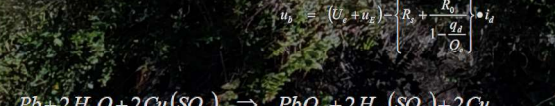
$$t_r = \frac{t_p}{n_p} = \left[ N + K \left( \frac{1}{q_s [0/1]} - 1 \right) \right] \frac{1}{n_p}$$

$$u_r = (U_r + u_r) \cdot \left[ R_r + \frac{R_0}{1 - \frac{q_d}{Q_d}} \right] \cdot i_r$$

$$R_p = R_s + R_p + R_p$$

$$I_{e,(d,r)} = (I_{e,d} + I_{e,r}) + I_{e,q} + I_{e,d} = I_r + I_d$$

$$C_n H_{2n+2} \quad R_r = \left( \frac{R_0}{Q_d} \right)$$



$$R_r = \frac{R_{0,r}}{\left( 1 - \frac{q_d}{Q_d} \right)} = \left( \frac{q_d}{Q_d} \right)$$

$$avi = \left[ \frac{(1+i)^{nu}}{(1+i)^{nu} - 1} \right] i$$

**ERNESTO BIANCHI SOUTER**  
INGENIERO CIVIL ELECTRICISTA · UNIVERSIDAD DE CHILE

$$P_{min} = \frac{1}{N} 100 [\%]$$

$$C_E = \frac{S \cdot S}{d_i} [F]$$

$$d_s = \frac{AVI [S/kW]}{P}$$



$$\Gamma = Q \cdot U$$

$$Q_r = (Q_r - q_r) + C(u_r - u_{r0}) + (u_r - U_r) = (Q_r - q_r) + C(u_r - u_{r0})$$

$$SOC = \left( \frac{q_d}{Q_d} \right) = \left( \frac{V_{eic}}{\Delta M} \right) (\delta_i - \delta)$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$\Delta v = i_r \cdot R_r$$

$$Q = v \cdot F \cdot n$$

$$P_E = \rho_E \cdot \rho_M \cdot \rho_S \cdot \frac{1}{2} d S v^3$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$\Gamma_M \leq \left( 1 - \frac{T_r}{T_C} \right) \cdot \Gamma_T$$

$$I_{e,r} = \frac{1}{2} \frac{U_{e,r}}{R_r}$$

$$R_{d,i} = \frac{R_{0,d}}{\left( 1 - \frac{q_d}{Q_d} \right)} = \left( \frac{q_d}{Q_d} \right)$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$r = \frac{v_s}{v} \leq 1$$

$$I_{e,r} = \frac{1}{2} \frac{U_{e,r}}{R_r}$$

$$R = \left( \frac{d}{KS} \right) \left( \frac{1}{c} \right) = \left( \frac{d^2 v F}{K} \right) \left( \frac{1}{q} \right)$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$R_r = \frac{1}{2} \frac{U_{e,r}}{I_{e,r}}$$

$$e = 1 - \left( \frac{Q_r \cdot R_r}{U_r \cdot I_r} \right) \cdot I_r \left[ \frac{Q_r}{Q_r - I_r \cdot R_r} \right]$$

$$G = \frac{1}{R} = \lambda \frac{S}{d}$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$r = \frac{v_s}{v} \leq 1$$

$$I_{e,r} = \frac{1}{2} \frac{U_{e,r}}{R_r}$$

$$R = \left( \frac{d}{KS} \right) \left( \frac{1}{c} \right) = \left( \frac{d^2 v F}{K} \right) \left( \frac{1}{q} \right)$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$R_r = \frac{1}{2} \frac{U_{e,r}}{I_{e,r}}$$

$$e = 1 - \left( \frac{Q_r \cdot R_r}{U_r \cdot I_r} \right) \cdot I_r \left[ \frac{Q_r}{Q_r - I_r \cdot R_r} \right]$$

$$G = \frac{1}{R} = \lambda \frac{S}{d}$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$r = \frac{v_s}{v} \leq 1$$

$$I_{e,r} = \frac{1}{2} \frac{U_{e,r}}{R_r}$$

$$R = \left( \frac{d}{KS} \right) \left( \frac{1}{c} \right) = \left( \frac{d^2 v F}{K} \right) \left( \frac{1}{q} \right)$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$R_r = \frac{1}{2} \frac{U_{e,r}}{I_{e,r}}$$

$$e = 1 - \left( \frac{Q_r \cdot R_r}{U_r \cdot I_r} \right) \cdot I_r \left[ \frac{Q_r}{Q_r - I_r \cdot R_r} \right]$$

$$G = \frac{1}{R} = \lambda \frac{S}{d}$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$r = \frac{v_s}{v} \leq 1$$

$$I_{e,r} = \frac{1}{2} \frac{U_{e,r}}{R_r}$$

$$R = \left( \frac{d}{KS} \right) \left( \frac{1}{c} \right) = \left( \frac{d^2 v F}{K} \right) \left( \frac{1}{q} \right)$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$R_r = \frac{1}{2} \frac{U_{e,r}}{I_{e,r}}$$

$$e = 1 - \left( \frac{Q_r \cdot R_r}{U_r \cdot I_r} \right) \cdot I_r \left[ \frac{Q_r}{Q_r - I_r \cdot R_r} \right]$$

$$G = \frac{1}{R} = \lambda \frac{S}{d}$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$r = \frac{v_s}{v} \leq 1$$

$$I_{e,r} = \frac{1}{2} \frac{U_{e,r}}{R_r}$$

$$R = \left( \frac{d}{KS} \right) \left( \frac{1}{c} \right) = \left( \frac{d^2 v F}{K} \right) \left( \frac{1}{q} \right)$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$R_r = \frac{1}{2} \frac{U_{e,r}}{I_{e,r}}$$

$$e = 1 - \left( \frac{Q_r \cdot R_r}{U_r \cdot I_r} \right) \cdot I_r \left[ \frac{Q_r}{Q_r - I_r \cdot R_r} \right]$$

$$G = \frac{1}{R} = \lambda \frac{S}{d}$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$r = \frac{v_s}{v} \leq 1$$

$$I_{e,r} = \frac{1}{2} \frac{U_{e,r}}{R_r}$$

$$R = \left( \frac{d}{KS} \right) \left( \frac{1}{c} \right) = \left( \frac{d^2 v F}{K} \right) \left( \frac{1}{q} \right)$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$R_r = \frac{1}{2} \frac{U_{e,r}}{I_{e,r}}$$

$$e = 1 - \left( \frac{Q_r \cdot R_r}{U_r \cdot I_r} \right) \cdot I_r \left[ \frac{Q_r}{Q_r - I_r \cdot R_r} \right]$$

$$G = \frac{1}{R} = \lambda \frac{S}{d}$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$

$$r = \frac{v_s}{v} \leq 1$$

$$I_{e,r} = \frac{1}{2} \frac{U_{e,r}}{R_r}$$

$$R = \left( \frac{d}{KS} \right) \left( \frac{1}{c} \right) = \left( \frac{d^2 v F}{K} \right) \left( \frac{1}{q} \right)$$

$$u_r = U_r \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_d}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right] \quad \Delta \Gamma_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \delta t$$



Datos de catalogación bibliográfica

Ernesto Bianchi Souter

Temas Seleccionados de Ingeniería Eléctrica de Potencia

ISBN: 978-956-398-704-1

Formato: html

Tamaño: 15 Mb

Primera edición: mayo 2019

# TEMAS SELECCIONADOS DE INGENIERÍA ELÉCTRICA DE POTENCIA

*UN ENFOQUE ACTUALIZADO VISTO DESDE LA ACADEMIA Y LA  
PRÁCTICA PROFESIONAL*

Santiago de Chile 16/05/2019

Ernesto Bianchi Souter

Ingeniero Civil Electricista – Universidad de Chile

Revisión y edición

Rodrigo Sabaj Saavedra – Ing. U. Chile

Publicación web y edición

Frank Leañez Grau – Msc. U. Chile

Asesores en temas específicos

Pedro Maldonado G. Ing. U.Ch., Jaime Aleé Ing. U.Ch., Ernesto Bianchi P. M. Ph. UC.

Colaboradores

Ernesto Bianchi G., Pablo Weber C., Sebastián Bianchi G.

## Presentación

Es un privilegio presentar este libro que está llamado a ser un aporte genuino y duradero a la práctica y la enseñanza de la Ingeniería Eléctrica.

Ernesto Bianchi Souter ingresó a estudiar Ingeniería en 1955, egresó cinco años después y, luego de entrar a trabajar en Endesa, se tituló en 1964. Ha sido testigo presencial de tremendos cambios tecnológicos de la Ingeniería: como estudiante observó el paso del satélite Sputnik por los cielos de Chile, en su memoria de Ingeniero Civil Electricista trabajó con el primer computador que llegó al país, se enroló en la primera empresa eléctrica destinada a la electrificación nacional, tuvo en sus manos desde la regla de cálculo a la calculadora digital y el celular, etc.

Este libro es un legado de su docencia vertida en varios ramos de Ingeniería Eléctrica, pero principalmente de su curso Aplicaciones Industriales de la Energía Eléctrica, el cual dicta desde la década de los 80 del siglo pasado hasta la fecha. Por otra parte, también aquí confluyen las enseñanzas aprendidas de su trabajo práctico en Ingeniería, la cual ha cultivado en forma ininterrumpida por cerca de sesenta años. Así, este libro ofrece un riquísimo balance entre lo que se debe saber para entender y lo que es necesario conocer para aplicar exitosamente en la práctica de la Ingeniería.

El libro toca desde los conceptos básicos de la generación de energía eléctrica, los elementos de economía y tarificación eléctrica hasta dispositivos de gran actualidad en los sistemas eléctricos, tales como los acumuladores de energía y sistemas electroquímicos. Contiene también una aproximación práctica a temas de gran relevancia práctica como las protecciones, elementos de luminotecnia y las puestas a tierra.

En resumen, los temas de esta obra contienen el rigor que Ernesto ha logrado con su investigación experimental, su práctica profesional y su larga trayectoria académica. Es, por tanto, la síntesis serena y ponderada de un maestro que nos deja su saber en este libro.

Luis Vargas Díaz  
Profesor Titular  
Director de Vinculación Externa  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Universidad de Chile



## Prólogo del autor

El objetivo de esta obra es poner al alcance de estudiantes y profesionales del ámbito de la Ingeniería Eléctrica de potencia un conjunto de temas de aplicación práctica actualizada que incluya, en el mismo texto, las bases teóricas necesarias para la comprensión de los fenómenos físicos tratados en cada caso.

Los temas teóricos básicos tales como mecánica, termodinámica, electromagnetismo, electroquímica, entre otros, forman parte de las materias que se tratan en los primeros ciclos de las carreras de Ingeniería, respecto de los cuales existen muchos y excelentes textos de estudio, los cuales, sin embargo, no siempre están al alcance de la mano, ni son consultados con frecuencia. Se crea así, una especie de barrera entre teoría y práctica, que a lo largo de la vida profesional se hace cada vez más difícil de franquear. Creemos que, al estar ambos enfoques resumidos en un mismo texto, esta barrera desaparece, abriendo la posibilidad de abordar proyectos desde ángulos más creativos, novedosos y originales.

Hemos hecho un esfuerzo por presentar las unidades de medida según el Sistema Internacional de Unidades (SI), de tal manera que todos los cálculos, cifras y coeficientes que se exponen en el texto son coherentes con este sistema. Así mismo, hemos tratado de utilizar un castellano lo más claro posible, tratando de no caer en la tentación de incluir anglicismos o barbarismos que con frecuencia salpican nuestra lengua.

Las cifras, tablas estadísticas, datos numéricos, gráficas e informaciones técnicas que se presentan en el texto han sido extraídos de diversos documentos y publicaciones existentes, recalculados o adaptados por el autor a los objetivos planteados. No tienen, por lo tanto, la validez de un manual técnico-comercial ni tampoco las características de un documento científico oficial. Solo tienen el carácter de informaciones útiles para que el lector se forme una idea de valores típicos, órdenes de magnitud o características más relevantes de los temas tratados.

El proyectista que necesite información dura, debe consultar los documentos originales debidamente certificados.

Ernesto Bianchi Souter

## Sobre el autor y colaboradores

**Ernesto Bianchi Souter** es ingeniero civil electricista por la Universidad de Chile. En sus más de 60 años de trayectoria se ha desempeñado en movimientos de energía, planificación de la generación y en la sección de tarifas y mercados en ENDESA; como ingeniero de tracción eléctrica en Ferrocarriles del Estado; en la construcción, pruebas y puesta en servicio de los carros para el Metro hechos en México y como subcontratista de múltiples trabajos vinculados con las telecomunicaciones, tendido de líneas de media tensión, pruebas y puesta en servicio de servicios auxiliares de centrales hidráulicas y térmicas del país y en la instalación y puesta en servicio de antenas para telefonía móvil y satelital. En estos mismos años se ha desempeñado como académico en el Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile y también en algunas universidades mexicanas (UNAM e Instituto Politécnico Nacional de México).

**Rodrigo Sabaj Saavedra** es ingeniero civil eléctrico por la Universidad de Chile. Realizó su trabajo de título con el profesor Bianchi, donde construyeron un modelo a escala para replicar efecto corona. Se ha desempeñado en el Departamento de Planificación del CDEC-SIC y en la Unidad de Planificación del Departamento Eléctrico de la Comisión Nacional de Energía, realizando estudios eléctricos en el sistema eléctrico nacional y desarrollo conceptual de proyectos de transmisión. Además, se desempeñó como profesor auxiliar de los cursos que dicta el profesor Bianchi en la Universidad de Chile.

**Frank Leañez Grau** es ingeniero civil electricista por la Universidad Simón Bolívar de Venezuela y Master en Ciencias de la Ingeniería, mención eléctrica, por la Universidad de Chile. Su experiencia comprende 17 años en consultoría en ingeniería eléctrica en Venezuela, Chile y Australia. Se ha desempeñado como ingeniero de planificación del CDEC-SING y como gerente regional de Asia-Pacífico, África y América Latina para la empresa Energy Exemplar LTD Pty en Australia. Es colaborador del Centro de Energía de la Universidad de Chile y administrador del proyecto de investigación DeepEdit.

**Pablo Weber Cornejo** es ingeniero civil electricista de la Universidad de Chile, jefe de unidad Acceso y mejoramiento eléctrico de la División Acceso y Desarrollo Social del Ministerio de Energía. Su trabajo se ha centrado en la formulación de proyectos de energización rural que incorporan energía renovable no convencional y en la evaluación técnica de proyectos de sustitución de diésel en



## Temas Seleccionados de Ingeniería Eléctrica de Potencia

localidades aisladas del país. Trabajó con el autor en el desarrollo y fabricación de un prototipo experimental de motor de imanes de neodimio.

Además, este libro cuenta con el aporte de los ingenieros civiles electricistas por la Universidad de Chile Pedro Maldonado G. y Jaime Aleé y del Magíster en Física de la Universidad Católica de Chile Ernesto Bianchi P. Cooperaron en su edición y/o publicación Ernesto Bianchi G. y el profesor del Depto. de Ing. Eléctrica de la FCFM de la Universidad de Chile Rodrigo Palma B.

La portada es diseño del arquitecto Sebastián Bianchi G.

# Índice de materias

<b>PRESENTACIÓN</b> .....	<b>I</b>
<b>PRÓLOGO DEL AUTOR</b> .....	<b>II</b>
<b>SOBRE EL AUTOR Y COLABORADORES</b> .....	<b>III</b>
<b>ÍNDICE DE MATERIAS</b> .....	<b>V</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	<b>XI</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b> .....	<b>XVIII</b>
<b>CAPÍTULO 1 SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES DE MEDIDA SI</b> .....	<b>1</b>
1.1 COMENTARIOS GENERALES .....	1
1.2 MAGNITUDES BÁSICAS Y SUS UNIDADES DE MEDIDA.....	5
1.2.1 <i>Conceptos generales del Sistema Internacional SI</i> .....	5
1.2.2 <i>Definiciones originales del sistema MKS</i> .....	7
1.2.3 <i>Definiciones modernas del sistema MKS</i> .....	10
1.3 ALGUNAS MAGNITUDES DERIVADAS Y SUS UNIDADES DE MEDIDA .....	14
1.4 NOMENCLATURA, SÍMBOLOS, MÚLTIPLOS Y SUBMÚLTIPLOS .....	24
1.5 LISTADO DE ALGUNAS MAGNITUDES FÍSICAS, SUS RESPECTIVAS UNIDADES DE MEDIDA Y SÍMBOLOS EN EL SISTEMA SI ...	30
1.5.1 <i>Magnitudes básicas o fundamentales</i> .....	30
1.5.2 <i>Magnitudes derivadas</i> .....	31
<b>CAPÍTULO 2 SISTEMAS DE GENERACIÓN DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA</b> .....	<b>33</b>
2.1 CONCEPTOS GENERALES.....	33
2.2 CLASIFICACIÓN DE CENTRALES GENERADORAS.....	34
2.3 GENERACIÓN TÉRMICA .....	36
2.3.1 <i>Hidrocarburos: combustión y formación</i> .....	36
2.3.2 <i>Cambio climático, energía renovable y no renovable</i> .....	42
2.3.3 <i>Tipos de generadores térmicos</i> .....	46
2.4 GENERACIÓN EÓLICA.....	50
2.4.1 <i>Límite de Betz</i> .....	50
2.4.2 <i>Variabilidad estadística de los vientos</i> .....	54
2.4.3 <i>Variación de la velocidad con la altura</i> .....	55
2.4.4 <i>Tecnologías</i> .....	59
2.5 GENERACIÓN HIDRÁULICA .....	61
2.5.1 <i>Conceptos generales</i> .....	61
2.5.2 <i>Probabilidad hidrológica</i> .....	62
2.5.3 <i>Centrales de pasada</i> .....	67
2.5.4 <i>Centrales de embalse</i> .....	68
2.5.5 <i>Turbinas en canales y cursos de agua a nivel y centrales mareomotrices</i> .....	71
2.6 GENERACIÓN SOLAR.....	74
2.6.1 <i>Centrales de generación fotovoltaica</i> .....	75



2.6.2	<i>Centrales de generación termosolares</i> .....	89
2.7	COMENTARIO DEL AUTOR.....	92
<b>CAPÍTULO 3</b>	<b>ELEMENTOS DE ECONOMÍA Y TARIFICACIÓN ELÉCTRICA</b> .....	<b>93</b>
3.1	CONCEPTOS GENERALES DE PRODUCCIÓN Y CONSUMO ELÉCTRICO .....	93
3.1.1	<i>Curvas de carga y demanda</i> .....	93
3.1.2	<i>Horas de punta del sistema interconectado</i> .....	98
3.1.3	<i>Potencia instalada y potencia de suficiencia</i> .....	100
3.1.4	<i>Factor de carga y factor de planta</i> .....	102
3.2	EL MERCADO ELÉCTRICO CHILENO .....	104
3.2.1	<i>Generadores</i> .....	104
3.2.2	<i>Transmisores</i> .....	106
3.2.3	<i>Sistemas de distribución local y consumidores libres no regulados</i> .....	110
3.2.4	<i>Pérdidas en líneas de transmisión</i> .....	115
3.3	TARIFAS ELÉCTRICAS.....	118
3.3.1	<i>Conceptos generales</i> .....	118
3.3.2	<i>Tarifas eléctricas</i> .....	120
<b>CAPÍTULO 4</b>	<b>ACUMULADORES Y SISTEMAS ELECTROQUÍMICOS REVERSIBLES</b> .....	<b>137</b>
4.1.	DESCRIPCIÓN GENERAL DE SISTEMAS ELECTROQUÍMICOS REVERSIBLES .....	137
4.1.1	<i>Barreras de potencial</i> .....	139
4.1.2	<i>Conducción por el circuito eléctrico exterior</i> .....	142
4.1.3	<i>Mecanismo de migración y cálculo de masas</i> .....	143
4.1.4	<i>Resistencias internas del sistema electroquímico</i> .....	145
4.1.5	<i>Capacidad electrostática</i> .....	149
4.1.6	<i>Tensiones características</i> .....	150
4.1.7	<i>Resistencia o conductancia de fuga <math>R_{fug}</math></i> .....	154
4.1.8	<i>Circuito (modelo) eléctrico equivalente simplificado</i> .....	154
4.2	ELEMENTOS DE ELECTROLISIS Y GALVANOPLASTIA.....	157
4.2.1	<i>Galvanoplastia y purificación electrolítica de metales</i> .....	157
4.2.2	<i>Electrolisis del agua</i> .....	162
4.3	DENSIDAD ENERGÉTICA, VIDA ÚTIL Y COSTO UNITARIO.....	164
4.3.1	<i>Densidad energética <math>dE</math></i> .....	165
4.3.2	<i>Vida útil en función de la profundidad de la descarga DOD (Deep Operation Discharge)</i> .....	167
4.3.3	<i>Optimización del costo unitario de la energía</i> .....	170
4.4	ACUMULADORES COMERCIALES DE PLOMO-ÁCIDO (PLANTÈ).....	173
4.4.1	<i>Reacciones electroquímicas reversibles características</i> .....	173
4.4.2	<i>Masas, energía y densidad energética electroquímica</i> .....	174
4.4.3	<i>Tensiones características</i> .....	175
4.4.4	<i>Densidad del electrolito</i> .....	178
4.4.5	<i>Valor comercial y costo unitario típico</i> .....	181
4.5	ACUMULADOR ION-LITIO.....	182
4.5.1	<i>Reacciones electroquímicas reversibles características</i> .....	182
4.5.2	<i>Masas, energía y densidad energética electroquímica</i> .....	185
4.5.3	<i>Tensiones características</i> .....	186
4.5.4	<i>Valor comercial, costo unitario y vida útil</i> .....	187

4.5.5	<i>Comparación de parámetros técnico/económicos</i> .....	190
4.6	ECUACIONES DE CIRCUITO APLICADAS A UN ACUMULADOR.....	191
4.6.1	<i>Descarga</i> .....	192
4.6.2	<i>Recarga</i> .....	202
4.7	CAPACIDAD ÚTIL Y NOMINAL (COMERCIAL) DE UN ACUMULADOR .....	212
4.7.1	<i>Capacidad útil de un acumulador</i> .....	212
4.7.2	<i>Corrección o variación de la capacidad útil con la temperatura:</i> .....	214
4.7.3	<i>Capacidad nominal (comercial) de un acumulador</i> .....	216
4.8	PUESTA EN SERVICIO, PRUEBA DE CAPACIDAD Y CONTROLES DE MANTENIMIENTO .....	218
4.9	PÉRDIDAS, RENDIMIENTO Y EFICIENCIA ENERGÉTICA.....	223
4.10	NOTAS ANEXAS .....	226
4.10.1	<i>Variedades complejas del ácido sulfúrico</i> .....	226
4.10.2	<i>Tensión electroquímica del acumulador de plomo-ácido</i> .....	226
4.10.3	<i>Densímetro de flotación</i> .....	227
<b>CAPÍTULO 5</b>	<b>RESPUESTA TÉRMICA DE EQUIPOS ELECTROMECÁNICOS.....</b>	<b>229</b>
5.1	LAS MÁQUINAS COMO PROCESADORAS DE ENERGÍA.....	229
5.2	ECUACIÓN DE EQUILIBRIO TÉRMICO.....	230
5.2.1	<i>Resistencia térmica</i> .....	233
5.2.2	<i>Constante de tiempo térmica</i> .....	234
5.2.3	<i>Ventana térmica</i> .....	234
5.2.4	<i>Temperatura final de equilibrio</i> .....	236
5.3	DISIPADORES DE CALOR .....	236
5.4	CARACTERÍSTICAS NOMINALES O DE PLACA .....	239
5.4.1	<i>Temperatura ambiente nominal <math>T_{an}</math></i> .....	241
5.4.2	<i>Temperatura exterior nominal <math>T_{en}</math></i> .....	241
5.4.3	<i>Temperatura final nominal <math>T_{fn}</math></i> .....	242
5.4.4	<i>Potencia nominal <math>P_n</math></i> .....	243
5.4.5	<i>Potencia de las pérdidas nominales <math>PP_n</math></i> .....	244
5.4.6	<i>Rendimiento nominal <math>p_n</math></i> .....	246
5.4.7	<i>Otros parámetros nominales</i> .....	246
5.5	TEMPERATURA MEDIA INTERIOR, MÁXIMA, CRÍTICA Y OTRAS .....	248
5.5.1	<i>Temperatura media interior <math>T</math></i> .....	248
5.5.2	<i>Temperatura interior de los elementos activos <math>T_j</math> y puntos más calientes <math>T_{pc}</math></i> .....	250
5.5.3	<i>Temperaturas críticas <math>T_c</math></i> .....	252
5.5.4	<i>Temperatura máxima admisible <math>T_{máx}</math></i> .....	252
5.6	CONSIDERACIONES RESPECTO DE LAS PÉRDIDAS .....	254
5.6.1	<i>Pérdidas en un diodo rectificador</i> .....	254
5.6.2	<i>Pérdidas en un conductor de resistencia eléctrica <math>RE</math></i> .....	255
5.6.3	<i>Pérdidas en otros casos más complejos</i> .....	256
5.7	CONCEPTO DE SOBRECARGA TÉRMICA.....	257
5.7.1	<i>Sobrecarga térmica <math>scT</math></i> .....	258
5.7.2	<i>Sobrecarga térmica máxima admisible <math>scT_{máx}</math></i> .....	258
5.7.3	<i>Sobrecarga controlada</i> .....	259
5.7.4	<i>Sobrecarga térmica nominal natural <math>scT_{nat}</math></i> .....	264
5.8	CIRCUITO TÉRMICO EQUIVALENTE .....	265



5.9	DISIPACIÓN HACIA EL MEDIO AMBIENTE CIRCUNDANTE.....	269
5.9.1	<i>Disipación por conducción natural</i> .....	269
5.9.2	<i>Disipación por convección natural</i> .....	275
5.9.3	<i>Disipación por circulación forzada</i> .....	275
5.9.4	<i>Disipación de calor por radiación</i> .....	278
<b>CAPÍTULO 6</b>	<b>CONDUCTORES DE TRANSMISIÓN DE ENERGÍA .....</b>	<b>281</b>
6.1	CONCEPTOS GENERALES.....	281
6.1.1	<i>El vector Poynting</i> .....	281
6.1.2	<i>Conductores metálicos</i> .....	282
6.1.3	<i>Campo eléctrico de conductores longitudinales</i> .....	283
6.1.4	<i>Campo magnético de conductores longitudinales</i> .....	286
6.1.5	<i>Circuito transportador de energía eléctrica</i> .....	288
6.1.6	<i>Velocidad de propagación y velocidad de migración</i> .....	301
6.2	PARÁMETROS UNITARIOS DISTRIBUIDOS.....	305
6.2.1	<i>Resistencia unitaria <math>r</math> por unidad de longitud</i> .....	305
6.2.2	<i>Inductancia unitaria <math>l</math> por unidad de longitud</i> .....	308
6.2.3	<i>Capacitancia unitaria <math>c</math> por unidad de longitud</i> .....	310
6.2.4	<i>Conductancia unitaria <math>g</math> por unidad de longitud</i> .....	311
6.2.5	<i>Impedancia y admitancia unitarios por unidad de longitud</i> .....	314
6.2.6	<i>Factor de disipación</i> .....	315
6.3	CIRCUITO EQUIVALENTE DE CORRIENTE ALTERNA.....	318
6.3.1	<i>Primeros sistemas de transmisión de energía eléctrica</i> .....	318
6.3.2	<i>Tetra polo incremental</i> .....	319
6.3.3	<i>Aplicación de una tensión sinusoidal</i> .....	320
6.3.4	<i>Interpretación del modelo matemático</i> .....	322
6.3.5	<i>Potencia activa pulsante de doble frecuencia</i> .....	326
6.3.6	<i>Transmisión sinusoidal trifásica</i> .....	331
6.4	CAPACIDAD TÉRMICA DE TRANSPORTE.....	336
6.5	CAPACIDAD DE CORTOCIRCUITO.....	344
6.6	REGULACIÓN DE TENSIÓN.....	353
6.6.1	<i>Primer criterio de cálculo (según empresa eléctrica)</i> .....	357
6.6.2	<i>Segundo criterio de cálculo (según cliente consumidor)</i> .....	361
6.6.3	<i>Cálculo caídas de tensión en cableados industriales</i> .....	363
6.7	DISTANCIA Y DENSIDAD DE CORRIENTE ECONÓMICA.....	367
6.8	RIGIDEZ DIELECTRICA Y EFECTO CORONA.....	371
6.8.1	<i>Rigidez dieléctrica</i> .....	371
6.8.2	<i>Campo eléctrico de configuraciones comunes</i> .....	375
6.8.3	<i>Efecto corona</i> .....	383
6.9	EJEMPLOS.....	385
6.9.1	<i>Línea de 500 [kV] de doble circuito para el transporte de 1.000 [MW]</i> .....	385
6.9.2	<i>Estación de bombeo de 350 [kW]</i> .....	387
<b>CAPÍTULO 7</b>	<b>DESCRIPCIÓN Y CÁLCULO DE PROTECCIONES ELÉCTRICAS EN BAJA TENSIÓN .....</b>	<b>396</b>
7.1	TIPOS DE FALLAS QUE AFECTAN LAS INSTALACIONES Y SISTEMAS ELÉCTRICOS.....	396
7.1.1	<i>Concepto de potencia nominal o de placa</i> .....	396

7.1.2	<i>Tipos de fallas provocadas por condiciones anormales</i> .....	396
7.2	FORMAS DE MEDICIÓN Y DETECCIÓN DE LAS MAGNITUDES ELÉCTRICAS .....	399
7.2.1	<i>Concepto general de protección</i> .....	399
7.2.2	<i>Medición de algunos fenómenos físicos</i> .....	402
7.2.3	<i>Elementos de apertura y cierre</i> .....	406
7.3	CONCEPTOS DE COORDINACIÓN DE PROTECCIONES.....	419
7.3.1	<i>Coordinación de los niveles de protección contra sobrecargas</i> .....	420
7.3.2	<i>Coordinación de los niveles de protección contra cortocircuitos</i> .....	420
7.3.3	<i>Coordinación de los niveles de protección contra sobretensiones</i> .....	421
<b>CAPÍTULO 8</b>	<b>ELEMENTOS DE LUMINOTECNIA .....</b>	<b>423</b>
8.1	INTRODUCCIÓN.....	423
8.2	LA LUZ.....	424
8.2.1	<i>El espectro visible</i> .....	424
8.2.2	<i>El blanco y el negro</i> .....	429
8.2.3	<i>Refracción de la luz</i> .....	430
8.3	LÁMPARAS Y LUMINARIAS .....	438
8.4	MAGNITUDES LUMÍNICAS Y SUS UNIDADES SI .....	440
8.4.1	<i>Rendimiento en color de fuentes luminosas</i> .....	440
8.4.2	<i>Potencia lumínica o flujo luminoso y rendimiento luminoso</i> .....	441
8.4.3	<i>Luminancia</i> .....	444
8.4.4	<i>Iluminancia, claridad o nivel de iluminación</i> .....	445
8.4.5	<i>Intensidad luminosa</i> .....	447
8.4.6	<i>Definición de la candela en el sistema SI</i> .....	451
8.4.7	<i>Relación entre luminancia y/o iluminancia e intensidad luminosa</i> .....	452
8.5	RAYO INCLINADO INCIDENTE SOBRE UNA SUPERFICIE PLANA HORIZONTAL.....	453
8.6	APLICACIÓN DE LOS COEFICIENTES DE RENDIMIENTO LUMÍNICO Y PÉRDIDAS.....	456
8.7	EJEMPLOS.....	457
8.7.1	<i>Iluminación de una cancha de fútbol</i> .....	457
8.7.2	<i>Iluminación de una bailarina en un escenario</i> .....	459
8.7.3	<i>Iluminación de una superficie por una y varias lámparas</i> .....	461
<b>CAPÍTULO 9</b>	<b>INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS Y DISEÑO DE SISTEMAS DE PUESTA A TIERRA .....</b>	<b>462</b>
9.1	INTRODUCCIÓN.....	462
9.2	ELECTRODOS DE PUESTA A TIERRA IDEALES Y CÁLCULO DE SUS RESISTENCIAS .....	463
9.2.1	<i>Resistencia y conductancia eléctrica de un cuerpo conductor irregular</i> .....	463
9.2.2	<i>Resistencia a tierra (intrínseca) de cuerpos esféricos soterrados</i> .....	467
9.2.3	<i>Resistencia a tierra (intrínseca) de configuraciones geométricas regulares</i> .....	472
9.3	MEDICIÓN DE LA RESISTENCIA A TIERRA.....	477
9.3.1	<i>Medición directa en espacios abiertos</i> .....	477
9.3.2	<i>Distancia óptima de medición en espacios limitados</i> .....	479
9.4	MEDICIÓN Y CÁLCULO DE LA RESISTIVIDAD DEL TERRENO .....	484
9.4.1	<i>Medición mediante electrodo de geometría conocida</i> .....	484
9.4.2	<i>Sondeo geoelectrico: método de los cuatro (4) electrodos</i> .....	486
9.5	FÓRMULAS EMPÍRICAS Y CÁLCULOS PRÁCTICOS .....	489
9.5.1	<i>Mallas reticuladas y placas horizontales</i> .....	490

## Temas Seleccionados de Ingeniería Eléctrica de Potencia

9.5.2	<i>Mallas con varillas verticales por el contorno</i> .....	494
9.5.3	<i>Resistividad de capas horizontales estratificadas</i> .....	496
9.6	APLICACIONES PRÁCTICAS.....	503
9.6.1	<i>Descargas eléctricas sobre las personas</i> .....	503
9.6.2	<i>Materiales utilizados en malla de puesta a tierra</i> .....	508
9.6.3	<i>Aplicaciones prácticas según función de la malla</i> .....	513
9.6.4	<i>Mallas de tierra destinadas a absorber y disipar descargas atmosféricas</i> .....	517
9.6.5	<i>Sistemas de puesta a tierra destinados a descargar interferencias inducidas en cables de antena</i> 535	
9.6.6	<i>Electrodos de tierra para retorno de sistemas de transmisión unifilar de potencia</i> .....	537
9.7	COMENTARIO FINAL .....	539
9.8	EJEMPLOS .....	540

---

## Índice de figuras

Ilustración 1-1: James Prescott Joule (1818-1889) .....	2
Ilustración 1-2: Sir Isaac Newton (1642-1727).....	5
Ilustración 1-3: Albert Koch Einstein (1879-1955) .....	6
Ilustración 1-4: Amadeo Avogadro (1776-1856).....	13
Ilustración 2-1: cadena de hidrocarburos saturados no ramificados .....	36
Ilustración 2-2: variables para calcular el límite de Betz.....	51
Ilustración 2-3: potencia transferible en función de la ralentización .....	53
Ilustración 2-4: velocidad del viento medio mensual en Casa de Pesca .....	55
Ilustración 2-5: perfil medio característico en Casa de Pesca .....	58
Ilustración 2-6: planta híbrida eólico-solar de 5 [kW] de Escuela Isla Queullín con respaldo de batería, proyectada, construida y fotografiada en 2015 por el autor.....	60
Ilustración 2-7: caudal mensual río valle central según probabilidad hidrológica.....	65
Ilustración 2-8: caudal estadístico medio mensual afluentes embalse Rapel.....	66
Ilustración 2-9: esquema de una central de pasada con estanque de acumulación diario .....	67
Ilustración 2-10: esquema de una central de embalse.....	69
Ilustración 2-11: irradiancia del Sol sobre la Tierra .....	75
Ilustración 2-12: experimento clásico para medir efecto fotoeléctrico.....	78
Ilustración 2-13: espectro visible de luz.....	79
Ilustración 2-14: tensión en vacío celda fotoeléctrica de potasio .....	80
Ilustración 2-15: circuito equivalente celda fotoeléctrica.....	81
Ilustración 2-16: comportamiento celda fotoeléctrica tensión versus corriente y potencia .....	81
Ilustración 2-17: curva de radiación para proyecto en Combarbalá .....	88
Ilustración 2-18: planta fotovoltaica de 10,5 [kW] del MIM con inyección sincronizada a la red, proyectada, construida y fotografiada en 2013 por el autor.....	88
Ilustración 2-19: vista desde nivel suelo de central termosolar, gentileza de Abengoa Solar .....	91
Ilustración 2-20: vista aérea de central termosolar, gentileza de Abengoa Solar.....	91

Ilustración 3-1: curva de carga diaria domiciliar típica.....	94
Ilustración 3-2: curva de carga diaria comercial típica.....	94
Ilustración 3-3: curva de carga diaria industrial típica.....	94
Ilustración 3-4: consumo medio diario semanal SIC.....	95
Ilustración 3-5: curva de carga sistema interconectado típica.....	95
Ilustración 3-6: tipos de potencia o demanda.....	97
Ilustración 3-7: curva de duración de demanda para demanda de punta.....	99
Ilustración 3-8: esquema simplificado del sistema de transmisión chileno.....	109
Ilustración 3-9: valor energía según tarifa binomia típica.....	124
Ilustración 4-1: descripción de un sistema electrolítico reversible.....	138
Ilustración 4-2: barreras de potencial en un sistema acumulador.....	141
Ilustración 4-3: resistencia interna a la descarga y a la recarga, acumulador Absolyte 100A39.....	149
Ilustración 4-4: circuito equivalente de un acumulador.....	155
Ilustración 4-5: ciclos vida útil según profundidad de descarga acumulador Pb-ác sellado OPzV.....	170
Ilustración 4-6: factor anual de recuperación de la inversión acumulador Pb-ác sellado OPvZ.....	173
Ilustración 4-7: variación de la tensión electroquímica en función de la densidad del electrolito y la temperatura.....	181
Ilustración 4-8: ciclos de vida útil según profundidad de descargas acumulador ion-Li.....	188
Ilustración 4-9: factor anual de recuperación de la inversión acumulador ion-Li.....	189
Ilustración 4-10: curva de descarga a corriente constante, acumulador ion-Li.....	195
Ilustración 4-11: curva de descarga condensador teórico, acumulador ion-Li.....	195
Ilustración 4-12: curva de descarga acumulador teórico ion-Li.....	196
Ilustración 4-13: curva de capacidad a corriente constante, acumulador ion-Li, 0 a 2 horas.....	197
Ilustración 4-14: curva de capacidad a corriente constante, acumulador ion-Li, 0 a 6 horas.....	197
Ilustración 4-15: curva de descarga a corriente constante, acumulador Pb-ác.....	199
Ilustración 4-16: curva de capacidad a corriente constante, acumulador Pb-ác 0 a 12 horas.....	199
Ilustración 4-17: curva de capacidad a corriente constante, acumulador Pb-ác 0 a 120 horas.....	200



Ilustración 4-18: recarga a tensión constante, acumulador ion-Li.....	206
Ilustración 4-19: corriente de recarga a tensión constante, acumulador ion-Li .....	207
Ilustración 4-20: recarga a tensión constante, acumulador Pb-ác.....	208
Ilustración 4-21: corriente de recarga a tensión constante, acumulador Pb-ác.....	209
Ilustración 4-22: tensión de recarga a corriente constante, acumulador ion-Li.....	210
Ilustración 4-23: tensión de recarga a corriente constante, acumulador Pb-ác .....	211
Ilustración 4-24: capacidad útil en función de la corriente de descarga, acumulador Ion-Li .....	213
Ilustración 4-25: capacidad útil en función de la corriente de descarga, acumulador Pb-ác .....	214
Ilustración 4-26: factor de corrección de la capacidad con la temperatura .....	215
Ilustración 4-27: densímetro de flotación.....	228
Ilustración 5-1: conservación de la energía en una máquina.....	230
Ilustración 5-2: conducción de temperatura hacia el exterior de la máquina .....	232
Ilustración 5-3: comportamiento de la temperatura de una máquina en función del tiempo .....	236
Ilustración 5-4: disipadores de calor, funcionamiento (izq) y disipadores reales (der) .....	238
Ilustración 5-5: disipador comercial para diodos y tiristores .....	239
Ilustración 5-6: temperatura del equipo en una sobrecarga térmica controlada.....	261
Ilustración 5-7: premisas para circuito térmico equivalente.....	267
Ilustración 5-8: circuito térmico equivalente de un motor .....	268
Ilustración 5-9: cálculo para disipación de calor al ambiente circulante .....	270
Ilustración 5-10: esquema de disipación de calor por ventilación o refrigeración forzada.....	276
Ilustración 6-1: conductor con cargas acumuladas.....	284
Ilustración 6-2: consideraciones para determinar campo eléctrico de un conductor cilíndrico .....	284
Ilustración 6-3: conductor con circulación de corriente.....	286
Ilustración 6-4: consideraciones para determinar campo magnético de un conductor cilíndrico.....	287
Ilustración 6-5: transporte de energía a frecuencia industrial .....	289
Ilustración 6-6: campos eléctricos y magnéticos de una línea bipolar.....	290
Ilustración 6-7: distribución del campo eléctrico para una línea bipolar.....	295

Ilustración 6-8: distribución de la intensidad de campo magnético para una línea bipolar.....	295
Ilustración 6-9: distribución de potencia por unidad de superficie para una línea bipolar .....	296
Ilustración 6-10: línea coaxial del ejemplo.....	297
Ilustración 6-11: distribución campo eléctrico de línea coaxial .....	299
Ilustración 6-12: distribución intensidad de campo magnético de línea coaxial .....	300
Ilustración 6-13: distribución de potencia por unidad de superficie de línea coaxial .....	300
Ilustración 6-14: resistividad en función de la temperatura para algunos elementos .....	308
Ilustración 6-15: conductancia en función de la temperatura para algunos elementos .....	312
Ilustración 6-16: circuito equivalente para impedancia y admitancia unitaria de circuitos .....	315
Ilustración 6-17: diagrama vectorial factor de disipación.....	316
Ilustración 6-18: representación de un tetrapolo.....	319
Ilustración 6-19: representación de línea de transmisión en un tetrapolo .....	320
Ilustración 6-20: representación sinusoidal potencia pulsante.....	327
Ilustración 6-21: representación en componente de fase y cuadratura de potencia.....	329
Ilustración 6-22: cuadrantes de potencia según ángulo $\phi$ .....	331
Ilustración 6-23: representación fasorial tensiones y corrientes .....	333
Ilustración 6-24: sistemas monofásicos independientes.....	333
Ilustración 6-25: ejemplo diagrama fasorial sistema desequilibrado .....	335
Ilustración 6-26: temperatura en conductor.....	337
Ilustración 6-27: especificación cables USE-RHH de Madeco (producto discontinuado sin valor comercial) .....	343
Ilustración 6-28: temperatura del conductor en el tiempo ante un cortocircuito .....	345
Ilustración 6-29: esquema de cortocircuito en alimentador .....	348
Ilustración 6-30: metodología determinación alimentador ante cortocircuito.....	352
Ilustración 6-31: esquema de responsabilidades entre distribuidor y cliente.....	355
Ilustración 6-32: circuito equivalente para líneas cortas .....	364
Ilustración 6-33: diagrama fasorial consumo en línea corta .....	364

Ilustración 6-34: capacidad permitida de transmisión.....	367
Ilustración 6-35: ruptura molecular de sal NaCl.....	372
Ilustración 6-36: molécula de gas <i>SF6</i> .....	373
Ilustración 6-37: electrodos paralelos planos.....	375
Ilustración 6-38: campo eléctrico cable coaxial.....	376
Ilustración 6-39: especificaciones cables ET (producto discontinuado sin valor comercial).....	377
Ilustración 6-40: campo eléctrico en conductor coaxial.....	379
Ilustración 6-41: conductores cilíndricos paralelos.....	380
Ilustración 6-42: método imagen para cálculo de campo eléctrico de línea aérea.....	381
Ilustración 6-43: especificación cables duro clase A (producto discontinuado sin valor comercial)	382
Ilustración 6-44: campo eléctrico entre conductores y a tierra para línea aérea.....	383
Ilustración 6-45: efecto corona en conductores.....	384
Ilustración 6-46: sección de línea 500 [kV] de 4 conductores del ejemplo.....	386
Ilustración 6-47: esquema estación de bombeo del ejemplo.....	388
Ilustración 6-48: especificación cables Tipo E (Producto discontinuado sin valor comercial).....	391
Ilustración 7-1: diagrama de flujo de un sistema de protección.....	401
Ilustración 7-2: diagrama de principios de un sistema de protecciones.....	402
Ilustración 7-3: comparación tiempo de operación interruptores.....	416
Ilustración 8-1: espectro visible de la luz.....	424
Ilustración 8-2: sensibilidad a los colores del ojo humano.....	426
Ilustración 8-3: sensibilidad de los diferentes conos del ojo humano.....	428
Ilustración 8-4: sensibilidad ojo humano según CIE y aproximación autor.....	429
Ilustración 8-5: reflexión y refracción de un rayo de luz.....	431
Ilustración 8-6: refracción de la luz blanca en un prisma de difracción.....	433
Ilustración 8-7: reflexión total de un rayo de luz en fibra óptica.....	435
Ilustración 8-8: partes de una luminaria.....	438
Ilustración 8-9: intensidad luminosa de una bombilla de 720 [lm].....	449

## Temas Seleccionados de Ingeniería Eléctrica de Potencia

Ilustración 8-10: intensidad luminosa de lámpara de 3000 [lm] .....	450
Ilustración 8-11: ejemplo de rayo inclinado incidiendo sobre superficie plana.....	454
Ilustración 8-12: iluminancia sobre proyección horizontal.....	456
Ilustración 8-13: torre iluminaria necesaria del ejemplo iluminación cancha de fútbol .....	459
Ilustración 8-14: ejemplo iluminación de una bailarina .....	460
Ilustración 9-1: corriente y caída de tensión por un cuerpo irregular .....	464
Ilustración 9-2: corriente y tensión en cuerpos irregulares en paralelo.....	465
Ilustración 9-3: conductancia de trozo de material .....	467
Ilustración 9-4: electrodos esféricos sumergidos en un medio.....	468
Ilustración 9-5: circuito equivalente electrodos de la Ilustración 9-4.....	469
Ilustración 9-6: valor de la resistencia hasta una superficie equipotencial .....	470
Ilustración 9-7: resistencia a tierra de electrodos esféricos soterrados.....	471
Ilustración 9-8: electrodo esférico semienterrado .....	473
Ilustración 9-9: electrodo varilla enterrada .....	475
Ilustración 9-10: montaje medición resistividad a tierra .....	477
Ilustración 9-11: medición resistencia intrínseca.....	478
Ilustración 9-12: campo eléctrico por malla y electrodo lejano.....	480
Ilustración 9-13: determinación experimental de la resistencia a tierra para diversas distancias de medición.....	484
Ilustración 9-14: configuración Schlumberger de medición de resistividad de terreno.....	486
Ilustración 9-15: esquema de resistividad de tierra medida .....	488
Ilustración 9-16: malla de puesta a tierra reticulada .....	491
Ilustración 9-17: esquema de varillas perimetrales.....	496
Ilustración 9-18: resistividad para distintos estratos .....	497
Ilustración 9-19: resistividad en función de la distancia para varias capas, sondeo A .....	500
Ilustración 9-20: comparación de resistividades sondeo A y B, largas distancias.....	501
Ilustración 9-21: comparación de resistividades sondeo A y B, cortas distancias .....	501

## Temas Seleccionados de Ingeniería Eléctrica de Potencia

Ilustración 9-22: resistividad media en función de la profundidad de sondeo .....	502
Ilustración 9-23: resistencias en partes del cuerpo humano.....	504
Ilustración 9-24: resistencia del cuerpo humano .....	505
Ilustración 9-25: corriente de fibrilación según tiempo de exposición .....	506
Ilustración 9-26: curva de operación protección diferencial.....	508
Ilustración 9-27: esquema de extensión de malla de puesta a tierra .....	516
Ilustración 9-28: consideraciones para caracterización de una descarga atmosférica.....	519
Ilustración 9-29: circuito equivalente de un rayo .....	520
Ilustración 9-30: corriente de descarga de un rayo.....	522
Ilustración 9-31: intensidad máxima corriente del rayo .....	523
Ilustración 9-32: probabilidad de ocurrencia de la intensidad de cresta del rayo.....	523
Ilustración 9-33: modelo esfera rodante y punto ionización .....	524
Ilustración 9-34: representación circuito descarga rayo .....	526
Ilustración 9-35: descarga de un rayo típico en el tiempo .....	528
Ilustración 9-36: corriente y tensión en descarga de un rayo típico.....	529
Ilustración 9-37: potencia durante la descarga de un rayo.....	529
Ilustración 9-38: puente portacables soterrado.....	532
Ilustración 9-39: cables de bajada de pararrayos.....	533
Ilustración 9-40: configuraciones de baja inductancia (pata de gallo) .....	534
Ilustración 9-41: configuraciones de baja inductancia en paralelo (múltiples patas de gallo) .....	535
Ilustración 9-42: configuración de descarta de interferencias en antenas.....	536



## Índice de tablas

Tabla 1-1: prefijos del Sistema Internacional de Medidas .....	27
Tabla 1-2: magnitudes básicas del SI .....	30
Tabla 1-3: magnitudes derivadas del Sistema Internacional de Medidas.....	31
Tabla 2-1: generación y potencia máxima año 2018 .....	35
Tabla 2-2: potencia instalada año 2018.....	35
Tabla 2-3: primeros alcanos .....	37
Tabla 2-4: densidad energética alcanos .....	39
Tabla 2-5: consumo y emanación para generar energía desde carbón.....	47
Tabla 2-6: velocidad del viento medio mensual en Casa de Pesca .....	55
Tabla 2-7: velocidad del viento medio mensual en Casa de Pesca .....	56
Tabla 2-8: velocidad del viento medio mensual a <b>16 m. s. n. m</b> en Casa de Pesca.....	57
Tabla 2-9: perfil diario característico a <b>16 m. s. n. m</b> en Casa de Pesca.....	57
Tabla 2-10: estadísticas mensuales río valle central de Chile, caudal en <b>m<sup>3</sup>s</b> .....	63
Tabla 2-11: estadísticas mensuales río valle central de Chile, caudal en <b>m<sup>3</sup>s</b> .....	64
Tabla 2-12: coeficientes aproximados para canales de regadío pequeños .....	73
Tabla 2-13: función trabajo y frecuencia umbral para diversos metales.....	79
Tabla 3-1: ventas de energía y población por sistema año 2018 .....	96
Tabla 3-2: generación por tipo de tecnología y potencia máxima por sistema año 2018 .....	96
Tabla 3-3: potencia instalada año 2012.....	105
Tabla 3-4: pérdidas en sistemas primarios.....	117
Tabla 3-5: ejemplo cuenta clientes tarifa BT1 .....	126
Tabla 3-6: ejemplo cuenta clientes tarifa binomia .....	126
Tabla 4-1: masa atómica, valencia, densidad y electronegatividad de algunos elementos .....	140
Tabla 4-2: tensión electroquímica natural de algunos acumuladores .....	151
Tabla 4-3: tensión normalizada según tipo de dispositivo.....	152

Tabla 4-4: máxima y mínima tensión admisible según norma USA y EURO.....	153
Tabla 4-5: optimización profundidad de las descargas acumulador Pb-ác sellado OPvZ .....	172
Tabla 4-6: balance de masas acumulador plomo-ácido.....	175
Tabla 4-7: tensiones nomalizadas en sistemas CC con respaldo de acumuladores Pb-ác.....	178
Tabla 4-8: densidad y tensiones del acumulador Pb-ác según normas.....	180
Tabla 4-9: balance de masas acumulador ion-litio-cobalto.....	185
Tabla 4-10: balance de masas acumulador ion-litio-hierro-fosfato.....	185
Tabla 4-11: masas, energía y densidad energética para los acumuladores ion-litio .....	186
Tabla 4-12: comparación tensiones y densidades acumulador Pb-ác vs ion-Li .....	186
Tabla 4-13: optimización profundidad de las descargas acumulador ión-Li .....	189
Tabla 4-14: comparación de parámetros técnico/económicos de acumuladores.....	190
Tabla 4-15: capacidad nominal de un acumulador Pb/ác según normas .....	217
Tabla 4-16: eficiencia nominal a la descarga según normas .....	226
Tabla 4-17: valores para regresión cuadrática tensión versus temperatura y densidad .....	227
Tabla 5-1: características técnicas del disipador de la Ilustración 5-5 .....	239
Tabla 6-1: índice de refracción de algunos materiales aislantes .....	302
Tabla 6-2: permitividad dieléctrica relativa de algunos materiales aislantes.....	303
Tabla 6-3: resistividad eléctrica de algunos materiales .....	308
Tabla 6-4: parámetros unitarios para las líneas de los ejemplos.....	313
Tabla 6-5: capacidad corregida de transporte para algunos conductores.....	342
Tabla 6-6: características del material conductor (cobre).....	346
Tabla 6-7: características del material aislador (etileno propileno).....	347
Tabla 6-8: valores técnico/económicos de conductores cobre y/o aluminio .....	369
Tabla 6-9: valores específicos conductores cobre y/o aluminio .....	369
Tabla 6-10: distancia económica para conductores de cobre .....	370
Tabla 6-11: distancia económica para conductores de aluminio .....	371
Tabla 6-12: valores de rigidez dieléctrica de algunos materiales.....	374

Tabla 6-13: capacidad térmica de transporte corregida para algunos conductores.....	392
Tabla 6-14: caídas de tensión del ejemplo en función de la longitud.....	393
Tabla 6-15: cables escogidos en el ejemplo por capacidad y caída de tensión .....	394
Tabla 7-1: corriente nominal de operación interruptores termomagnéticos según IEC.....	412
Tabla 7-2: tipos de interruptores termomagnéticos según IEC.....	414
Tabla 8-1: índices de refracción de distintos elementos transparentes .....	434
Tabla 8-2: rendimiento lumínico de diversos tipos de emisores de luz .....	443
Tabla 8-3: iluminancia de referencia.....	446
Tabla 9-1: error de medición en función de la distancia del ejemplo $D_{sev} = 10 [m]$ .....	479
Tabla 9-2: distancia óptima de medición .....	483
Tabla 9-3: Valores típicos de resistividad de suelos .....	485
Tabla 9-4: diámetro semiesfera equivalente para malla reticulada .....	492
Tabla 9-5: resistencia en función de número varillas perimatrales según fórmula empírica.....	495
Tabla 9-6: resistividad de distintas capas: Sondeo A .....	499
Tabla 9-7: resistividad de distintas capas: Sondeo B.....	499
Tabla 9-8: tiempos de operación para corrientes de falla según IEC.....	507
Tabla 9-9: extensión mínima de malla de puesta a tierra.....	515

## Capítulo 1

# Sistema Internacional de unidades de medida SI

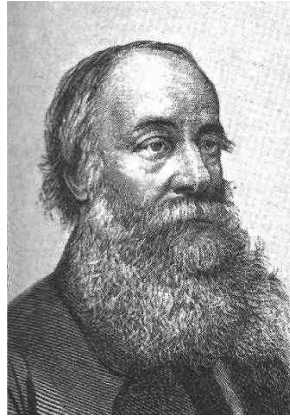
*Comentarios respecto a algunas magnitudes físicas, sus unidades de medida y nomenclatura internacional utilizada en ingeniería y ciencias*

### 1.1 Comentarios generales

En los proyectos de ingeniería interdisciplinaria los profesionales involucrados deben enfrentar diferentes idiomas, tipos de moneda, productos y unidades de medida de diferentes orígenes, todo lo cual deben administrar y tratar de organizar bajo un solo esquema de proyecto. A esto se agrega que es necesario manejar varias especialidades simultáneamente: la mecánica, la electricidad, la química, las telecomunicaciones, el calor, la hidráulica, la ingeniería estructural, entre otras.

Antiguamente las diversas disciplinas de la ingeniería y ciencias utilizaban sus propias unidades de medida, como si las magnitudes físicas características de una determinada especialidad no tuvieran nada que ver con las de las otras. Así, por ejemplo, en calorimetría y en química se utilizaba la caloría para referirse a la cantidad de calor, mientras que en mecánica se utilizaba el ergio para referirse a la cantidad de trabajo mecánico. Actualmente, sin embargo, dado que ambas magnitudes corresponden a diversas formas de la energía, es decir, a la misma magnitud física, se ha terminado por aceptar que deben medirse según una sola unidad de medida: el julio [J].

Esta unidad está basada en el sistema MKS el que, a su vez, ha dado origen al sistema internacional SI actualmente vigente. La relación entre ambas unidades es el equivalente mecánico del calor. Fue medido por primera vez por James Prescott Joule en 1840. Actualmente se acepta que su valor, a 20 [°C], es  $4,1819 \left[ \frac{J}{cal} \right]$ .



*Ilustración 1-1: James Prescott Joule (1818-1889)*

En la actualidad es frecuente encontrar profesionales a cargo de importantes proyectos interdisciplinarios que no siempre interpretan correctamente las unidades de medida con que la industria y el comercio califican las características de los productos que se comercializan. Esta situación se ve agravada por la falta de un adecuado conocimiento de los conceptos físicos asociados, tales como potencia, masa, energía, temperatura, etc.

Algunos representantes comerciales utilizan en nuestros países siglas características del sistema comercial norteamericano, como por ejemplo SAE, AWG, BTU, HP. Además, utilizan palabras como *performance* u octanaje, entre otras, sin conocer exactamente a qué corresponden, algunas de las cuales ni siquiera tienen sentido físico. También es muy común en Latinoamérica que el diámetro de los tubos de acero se especifique en pulgadas mientras que sus largos se midan en metros, el tamaño de los clavos también se especifique en pulgadas pero se vendan por kilogramos, las pinturas y los aceites para motores se especifiquen en galones mientras que los solventes para las pinturas y combustibles se vendan por litros, la altura de las montañas se mida en metros mientras que los pilotos de algunas aerolíneas insisten en informar a sus pasajeros la altura de los vuelos en pies.

Este desorden tiene su origen en múltiples causas de tipo histórico, especialmente si se considera que el problema ha surgido de la competencia entre potencias comerciales antagónicas, que han tratado de conquistar los mismos mercados y que, como consecuencia de sus diferencias, se vieron involucradas en guerras de exterminio: por una parte, Inglaterra



y Estados Unidos, con su antiguo sistema tradicional inglés, caracterizado por la libra, la pulgada, el pie, el galón, etc. y, por la otra parte, Europa, con el sistema métrico decimal.

En medio, entre dos fuegos, ha quedado América Latina, región que, aun cuando ha logrado permanecer al margen a estas guerras, ha sido muy vulnerable a las consecuencias económicas de estos conflictos. En efecto, los países de América Latina y también algunos países europeos y asiáticos se han visto obligados a tolerar el sistema de unidades de medidas que ha querido imponer la potencia vencedora en sus transacciones comerciales, no obstante las ya antiguas leyes y reglamentos que oficializaron en el siglo diecinueve el sistema métrico decimal, que relegó a lo anecdótico al antiguo sistema inglés, caracterizado por la pulgada (inglesa), la libra, el grado Fahrenheit, entre otros y al árabe-español, caracterizado por el quintal, el almud, la pulgada (castellana) la vara, la legua, etc.

La unidad de tiempo, el segundo, basado en el día solar medio ha sido aceptado y adoptado desde la segunda mitad del siglo XVIII por toda la comunidad internacional occidental, particularmente por los navegantes, sin ningún tipo de reparo u oposición. Esta aceptación unánime se ha debido a que esta unidad de medida solo depende de la velocidad de rotación de la Tierra, característica común a toda la humanidad y que, por lo tanto, no depende de ninguna potencia vencedora o del tamaño del pie de algún rey poderoso.

En ciencias exactas como en ingeniería eléctrica, las unidades de medida que se utilizan a nivel mundial corresponden al Sistema Internacional de Medidas SI. La globalización de la economía mundial ha terminado por imponer este sistema, hasta el punto de que actualmente es difícil encontrar ingenieros calificados que se atrevan a especificar la potencia de un motor en *horse power* (HP) americanos. Se ha terminado por aceptar que la potencia de los motores, bombas, turbinas, transformadores, etc., solo se debe especificar y medir en vatios [ $W$ ], las tensiones en voltios [ $V$ ], las intensidades de corriente en amperios [ $A$ ], las fuerzas en newtonios [ $N$ ] y así sucesivamente, magnitudes todas de origen métrico.

Actualmente en Chile, así como en otros países del Cono Sur, las tuberías de cobre y de PVC, las varillas y perfiles de acero, la madera dimensionada, los perfiles de aluminio, los vidrios, los artefactos y conductores eléctricos de aplicación domiciliaria y muchos otros

productos fabricados en la región, están dimensionados en base al sistema métrico. Sin embargo, subsisten algunos materiales de construcción e industriales, introducidos por la industria anglo-norteamericana, que continúan dimensionados en unidades inglesas. Es el caso de la madera en bruto, algunos azulejos y revestimientos cerámicos, algunos cables eléctricos de aplicación industrial, algunos pernos y tornillos, las bolsas de cemento, el petróleo de exportación, la cotización del cobre en los mercados internacionales, entre otros. Así mismo, en algunas zonas rurales algunos campesinos y pescadores aun usan las antiguas unidades de origen árabe-español para medir cuestiones propias de sus actividades: la legua, el quintal, el almud, la vara, la pulgada (castellana), entre otras.

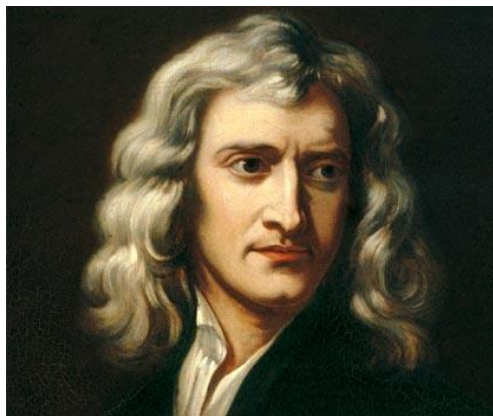
La globalización de las economías mundiales necesariamente ha obligado a las potencias industriales a unificar criterios y establecer normas más claras y precisas respecto de estos temas. En efecto, en el campo de las ciencias y, en particular en el campo de la ingeniería eléctrica, la Decimoprimer Conferencia General de Pesos y Medidas, realizada en París en 1960, oficializó el Sistema Internacional de Unidades SI el cual, posteriormente, fue adoptado en 1964 para uso científico por el *National Bureau Of Standards* de Estados Unidos de América. Curiosamente, sin embargo, el único sistema de unidades de medidas que alguna vez ha sido legalizado en dicho país es el Sistema Métrico Decimal, el cual fue aprobado oficialmente por el congreso de esa nación en el año 1866. Sin embargo, todavía falta mucho tiempo para que los ciudadanos norteamericanos se decidan a ponerlo íntegramente en práctica y modifiquen el velocímetro de sus automóviles para que midan la rapidez en kilómetros a la hora en vez de millas a la hora, compren su gasolina por litros en vez de galones, comercialicen el petróleo crudo en toneladas o en metros cúbicos en vez de barriles, compren el cobre en kilogramos en vez de libras y los pilotos informen la altura de sus vuelos en metros en vez de pies.

## 1.2 Magnitudes básicas y sus unidades de medida

### 1.2.1 Conceptos generales del Sistema Internacional SI

El Sistema Internacional de Medidas (SI) tiene su origen en el sistema métrico decimal MKS, el cual está basado en la distancia o espacio medido en metros, la masa medida en kilogramos y el tiempo medido en segundos.

En el ámbito de la física clásica, uno de cuyos representantes más notables fue el físico inglés Isaac Newton, se postulaba que estas tres magnitudes físicas, conocidas como las Tres Magnitudes Básicas Fundamentales del Universo, tienen existencia propia e independiente y que, por lo tanto, no pueden ser definidas o explicadas a partir de otras magnitudes o conceptos físicos. Según estos postulados y conceptos, propios de la filosofía idealista imperante en el siglo XVIII, estas magnitudes físicas corresponderían a características propias del universo en el cual estamos inmersos y que debemos ser capaces de imaginar su existencia solo a partir de nuestros sentidos, memoria y experiencias personales.

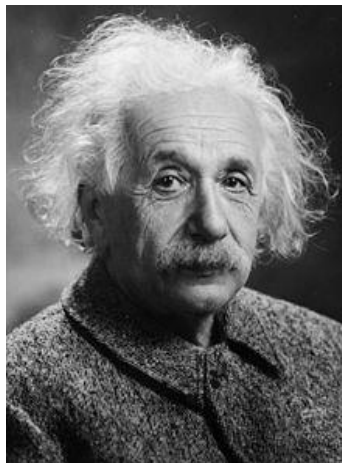


*Ilustración 1-2: Sir Isaac Newton (1642-1727)*

En efecto, si quisiéramos explicar lo que es el tiempo deberíamos recurrir a nuestra memoria y, a partir de nuestras experiencias personales, describir las propiedades o efectos que tiene sobre nosotros. De esta manera, podríamos comprobar que a medida que va transcurriendo nos vamos poniendo más viejos y que, como no podemos evitar envejecer, concluimos que el tiempo transcurre siempre, independientemente de nuestra voluntad y que, además, no tendría ni principio ni fin.

Las demás magnitudes físicas como la velocidad, la aceleración, la fuerza, entre muchas otras, corresponden a Magnitudes Físicas Derivadas o Secundarias, las cuales se pueden explicar mediante relaciones matemáticas entre la tres básicas fundamentales. Así, por ejemplo, la velocidad se define como el cociente entre el espacio y el tiempo; la aceleración se define como el cociente entre la velocidad y el tiempo; la fuerza, como el producto de la aceleración multiplicada por la masa y el trabajo mecánico, como el producto de la fuerza multiplicada por la distancia recorrida, etc.

Posteriormente, según las experiencias de Michelson y Morley, realizadas a fines del siglo XIX, y según la teoría de la relatividad desarrollada por Albert Einstein a principios del siglo XX, poco a poco hemos terminado por aceptar que la velocidad de la luz es una constante universal, la misma para cualquier observador, y que las tres magnitudes básicas (la masa, la distancia, y el tiempo) están relacionadas entre sí a través de la velocidad de la luz. Es decir, no son independientes: una no puede existir sin las otras y el valor numérico de cada una de ellas depende, por una parte, de la velocidad relativa de cada observador y, por la otra, de la velocidad de la luz.



*Ilustración 1-3: Albert Koch Einstein (1879-1955)*

Según la famosa ecuación de Einstein,  $E = m \cdot c^2$ , hoy aceptamos que la masa es en realidad energía concentrada y, por lo tanto, corresponde a la misma magnitud física. Con

este planteamiento, la masa, medida en kilogramos [*kg*], también se puede medir en julios [*J*], según una constante de proporcionalidad igual a  $c^2$ .<sup>1</sup>

A esto hay que agregar que, según las evidencias científicas, la cantidad total de energía contenida en un medio o espacio adiabático permanece constante, es decir, no se crea ni se destruye, lo que no impide que se pueda transformar en múltiples formas diversas. Así, por ejemplo, es posible que la energía se transforme en trabajo mecánico, en energía potencial, en energía electromagnética, en energía química, incluso en materia másica gravitacional, entre muchas otras formas conocidas de la energía, todas las cuales deben medirse mediante la misma unidad de medida: el julio (*Joule*, en inglés) [*J*].

Si consideramos que la energía es el principal, y probablemente el único objeto material existente en el Universo, y que la masa, el espacio y el tiempo solo existen en la medida que haya energía, nos encontramos con que estas magnitudes físicas son, en realidad, la visión que los humanos tenemos del Universo que, en definitiva, estamos obligados a imaginar en base a nuestra intuición, memoria, inteligencia y experiencia personal.

### 1.2.2 Definiciones originales del sistema MKS

En el sistema MKS, las tres unidades básicas metro, kilogramo y segundo, se definieron a partir de características de la Tierra consideradas inmutables y comunes para toda la humanidad. Sus definiciones originales fueron las siguientes.

---

<sup>1</sup> Lo mismo ocurrió en 1840 con el calor y el trabajo mecánico, magnitudes físicas que los científicos de la época consideraban independientes y a las cuales les habían asignado unidades de medida diferentes: la caloría y el ergio. Sin embargo, a partir de las experiencias de Joule, se llegó a la conclusión que se trataba de una misma magnitud física: la energía, lo que dio origen al concepto de Equivalente Mecánico del Calor, cuyo valor es 4,1819  $\left[\frac{J}{cal}\right]$ . Con este nuevo y revolucionario planeamiento de Einstein vemos que existe el Equivalente Energético de la Masa, cuyo valor es, justamente  $c^2$ .



### 1.2.2.1 El metro [m]

En 1791 la Academia Francesa definió al metro como la diezmillonésima parte (1 sobre 10.000.000) de un cuadrante terrestre (distancia medida sobre la superficie de la Tierra entre el Polo Norte y el Ecuador). Posteriormente, en 1889, por razones más bien prácticas, esta longitud se materializó en una barra de platino e iridio, conservada a 20 [°C], en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas de Sèvres, París. La medición experimental original se efectuó en el meridiano que pasa por Dunquerque y Barcelona.

### 1.2.2.2 El kilogramo [kg]

El kilogramo es la masa de un litro de agua destilada a 3,98 [°C]<sup>2</sup>, entendiendo por litro el volumen de un cubo regular cuya arista tiene un decímetro de longitud, es decir, la décima parte de un metro. Posteriormente se materializó en un cilindro de platino e iridio, conservado a 20 [°C] en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas de Sèvres, París.

En el sistema SI la unidad de masa está basada en el kilogramo, es decir, en una unidad que es mil veces mayor que el gramo, el cual a su vez, está basado en el antiguo sistema c.g.s.: Un gramo (1 [g]), es la masa de un centímetro cúbico de agua pura a presión y temperatura normal.

### 1.2.2.3 El segundo [s]

El segundo es la ochentaiseismilcuatrocientosava parte del día solar medio (1 sobre 86.400), entendiendo por día solar medio el tiempo medio que transcurre entre dos pasadas consecutivas del sol por el mismo meridiano terrestre, según las estadísticas anuales. Como sabemos, el día solar ha sido dividido en veinticuatro fragmentos de tiempo (horas) los cuales, a su vez, han sido divididos en sesenta minutos de sesenta segundos cada uno (**24 horas · 60 minutos · 60 segundos = 86.400 [s]**). Dado que la velocidad de traslación de la tierra alrededor del sol varía a lo largo de su recorrido perimetral por la elipse en el plano de la eclíptica, acelerándose a medida que se acerca al polo en que se encuentra el sol y frenándose a medida que se aleja, el tiempo que media entre dos pasadas del sol por el

---

<sup>2</sup> A 3,98 [°C] el agua pura, a presión normal (a nivel del mar), presenta su densidad máxima.

mismo meridiano terrestre se ve afectado a lo largo del año en un máximo de aproximadamente quince minutos respecto de su valor medio.

Cuando solo existían los relojes de sol, el día se dividió, según la proyección de la sombra del puntero, en doce ángulos geométricos iguales, dando lugar al concepto de hora diurna. Estas horas, comparadas con las que actualmente medimos con los relojes mecánicos de péndulo o electrónicos, no son necesariamente iguales. ¿Cuáles son las correctas? A nuestro modo de ver ambas, ya que todo depende del instrumento utilizado para medirlas y su respectiva definición. En estricto rigor, a las primeras deberíamos llamarlas horas de sombra solar y a las otras, horas de péndulo mecánico gravitacional u horas de oscilaciones atómicas, según corresponda.

El sistema MKS, basado originalmente en estas tres magnitudes independientes, se complementó con la unidad de medida para la magnitud temperatura: los grados Celsius, cuya definición se indica en el párrafo siguiente.

#### 1.2.2.4 El grado Celsius [°C]

El grado Celsius o centígrado es la centésima parte (1 sobre 100) de la variación de la temperatura del agua destilada, desde el punto de licuación del hielo hasta el punto de ebullición del líquido a presión normal y al nivel del mar, considerando cien (100) divisiones equidistantes de la dilatación del mercurio contenido en un termómetro lineal.

Como vemos, estas cuatro unidades de medida están basadas en características consideradas inmutables de la Tierra, comunes para toda la humanidad: Su perímetro, su velocidad de rotación y las características del agua pura al nivel del mar. Estas características permiten que cualquier laboratorio, en cualquier parte del mundo, esté en condiciones de reproducir estos patrones de medida con suficiente precisión, sin que sea necesario recurrir a organismos extranjeros, ni al dedo, pie o brazo extendido de algún rey poderoso.

### 1.2.3 Definiciones modernas del sistema MKS

Posteriormente, debido al espectacular desarrollo de las ciencias y la tecnología, ha sido necesario disponer de unidades de medida mucho más exactas y estables. En efecto, los instrumentos modernos han permitido comprobar que la esfericidad de la superficie de la Tierra varía por efecto de la fuerza de gravedad de la Luna, que la duración del día solar medio también varía, etc., razones por las cuales la comunidad científica ha decidido redefinir las unidades básicas a partir de fenómenos más fáciles de reproducir en un laboratorio, cuyos resultados son definitivamente más exactos y estables. Es así como las definiciones modernas de las unidades de medida básicas en el sistema SI son ahora las siguientes:

#### 1.2.3.1 Definición moderna del segundo

Corresponde a 9.192.631.770 períodos de la frecuencia de transición entre los niveles hiperfinos  $F = 4, m_r = 0$  y el  $F = 3, m_r = 0$  del estado estable  $2s^{\frac{1}{2}}$  del átomo de cesio 133 (Cs) no perturbado por campos externos.

#### 1.2.3.2 Definición moderna del metro

Es la distancia que recorre un rayo de luz en el vacío en  $\frac{1}{299.792.458}$  segundos.

#### 1.2.3.3 Definición moderna de grado de temperatura

El grado Celsius ha sido reemplazado por el grado Kelvin [ $K$ ], cuyo cero, el cero absoluto, se encuentra 273,16 [ $^{\circ}C$ ] por debajo del cero Celsius. El cero absoluto es la temperatura a la cual, teóricamente, cesa toda vibración molecular y, por lo tanto, las moléculas no tendrían energía cinética. La unidad relativa del grado Kelvin es igual a la unidad relativa del grado Celsius, es decir, también corresponde a la centésima parte de la variación de temperatura entre el punto de licuación y el punto de ebullición del agua pura a presión normal y a nivel del mar. Por lo tanto, el grado Kelvin también es centígrado. No obstante, a diferencia del grado Celsius, el termómetro patrón es un termómetro de hidrógeno.

$$T [K] = T [^{\circ}C] + 273,16$$

#### 1.2.3.4 Definición moderna del kilogramo

Corresponde simplemente a la masa del cilindro de platino e iridio que se guarda en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sèvres, Francia.

Cabe enfatizar que estas definiciones modernas en nada invalidan a las originales basadas en características de la Tierra. Por el contrario, lo que hacen es agregar un mayor grado de precisión y estabilidad al modelo experimental terrestre en el cual se basaron originalmente estas unidades. Para los fines de la ingeniería aplicada, ambas definiciones son, en la práctica, equivalentes, es decir, no existen diferencias numéricas significativas importantes entre ambas definiciones.

Posteriormente, estas cuatro definiciones básicas o fundamentales se complementaron con tres unidades adicionales: el amperio, la candela y el mol. La primera se utiliza para medir la intensidad de la corriente eléctrica; la segunda, para medir la sensación de luz que la intensidad luminosa causa en el ojo humano, y la tercera para medir la cantidad de sustancia, cuyas definiciones se exponen a continuación.

#### 1.2.3.5 Intensidad de la corriente eléctrica

La intensidad de la corriente eléctrica  $I$  es una magnitud física eléctrica que, al circular por un conductor, genera un campo de fuerzas a su alrededor, conocidas como fuerzas electromagnéticas.

Según la ley de Biot-Savart, la fuerza de repulsión o atracción por unidad de longitud  $f$  que se produce entre dos conductores paralelos de longitud infinita y sección despreciable, separados a una distancia  $d$ , por las cuales circula una corriente  $I$ , está dada por:

$$f = \frac{F}{l} = \left(\frac{\mu}{2\pi}\right) \cdot \frac{I^2}{d}$$

En esta expresión  $\mu$  es una constante de proporcionalidad que depende de las características del medio en el cual están inmersos los conductores.

En el sistema SI la unidad de medida de esta magnitud física se define como la intensidad de la corriente eléctrica que circula por dos conductores de largo infinito, de

sección despreciable, separados a 1 [m], necesaria para generar una fuerza de atracción o repulsión de  $2 \cdot 10^{-7} \left[ \frac{N}{m} \right]$  en el vacío. Lleva el nombre del físico francés André-Marie Ampère (1735-1836) y se representa con la inicial de su apellido [A]. En español se conoce como amperio.

### 1.2.3.6 Intensidad luminosa<sup>3</sup>

La intensidad luminosa  $I$  es el flujo luminoso  $F$  (la potencia lumínica medida en lúmenes [lm]) por unidad de ángulo sólido que fluye en una determinada dirección.

La unidad de medida de la intensidad luminosa es la candela [cd] (*candle* en inglés) y se define como la intensidad luminosa, en una determinada dirección, de un haz de luz monocromático de  $540 \cdot 10^{12}$  [Hz], cuya intensidad radiante es de  $\frac{1}{683} \left[ \frac{W}{sr} \right]$  (sr es la unidad de ángulo sólido, llamada estereorradián).

Si  $\Omega$  denota al ángulo sólido, entonces

$$I[cd] = \frac{F[lm]}{\Omega[sr]}$$

Si el flujo luminoso es variable, entonces

$$I[cd] = \frac{\partial F[lm]}{\partial \Omega[sr]}$$

$$1[cd] = 1 \left[ \frac{lm}{sr} \right]$$

### 1.2.3.7 Cantidad de materia o sustancia química

El mol es la unidad con que se mide la cantidad de materia o sustancia química que contenga tantas partículas elementales (átomos, moléculas o iones) como las que tienen 12 gramos de carbono.

---

<sup>3</sup> Ver más detalles y definiciones de unidades lumínicas en el Capítulo 8 Elementos de luminotecnia.

En el año 1811 en Turín, el físico italiano Amadeo Avogadro, basándose en la teoría atómica de John Dalton y en los experimentos en gases de Gay-Lussac, descubrió y escribió textualmente:

*“Volumi uguali di gas diversi, alla stessa temperatura e pressione, contengono lo stesso numero di molecole.”*

(Volúmenes iguales de gases diferentes, en las mismas condiciones de presión y temperatura, contienen el mismo número de moléculas.)

En un principio esta hipótesis no se comprendió en toda su magnitud e importancia. Sin embargo, con posterioridad a su muerte, su teoría ha sido aceptada por toda la comunidad científica, conceptos que hoy se consideran necesarios y de la mayor importancia para comprensión y desarrollo de la química y la física atómica.

Actualmente se acepta que el número de Avogadro es la cantidad de partículas que contienen 12 [g] de carbono:

$$N_A = 6,02263 \cdot 10^{23} [\text{mol}^{-1}]$$



*Ilustración 1-4: Amadeo Avogadro (1776-1856)*

Esta teoría debe interpretarse en el sentido de que 1 [mol] de cualquier sustancia siempre contiene esta misma cantidad de partículas. Agreguemos a esto que, si la sustancia es gaseosa y se encuentra a presión y temperatura normal, ocupará un volumen de 22,4 [l].

### 1.3 Algunas magnitudes derivadas y sus unidades de medida

A partir de las magnitudes básicas o fundamentales: la distancia (o espacio), el tiempo y la masa, es posible definir las demás magnitudes físicas mediante fórmulas o teorías que las relacionan y definen mediante relaciones matemáticas entre ellas: velocidad, aceleración, fuerza, trabajo mecánico, potencia, intensidad de la corriente eléctrica, energía potencial, potencial o tensión eléctrica, etc., es decir, magnitudes físicas derivadas de las básicas fundamentales.

#### Velocidad lineal

Cuando un cuerpo está en movimiento, entendemos por vector velocidad  $\vec{v}$  a la variación de la posición  $\Delta\vec{r}$  en un tiempo  $t$ :

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{t}$$

Si la velocidad es variable en el tiempo, entonces:

$$\vec{v} = \frac{\partial\Delta\vec{r}}{\partial t}$$

$$\Delta\vec{r} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{v} \cdot dt$$

En el sistema internacional SI, la velocidad no tiene unidad de medida propia. Por esta razón, deben usarse las unidades que la componen según su definición: el cociente entre la distancia en  $[m]$  y el tiempo en  $[s]$ .

$$[\vec{v}] = \frac{1[m]}{1[s]} = 1 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

#### Ángulo plano

Un ángulo  $\alpha$  es la diferencia de orientación que existe entre un eje recto y un eje de referencia. En matemáticas, el ángulo plano  $\alpha$  se define como el cociente entre el arco  $s$  y el radio  $R$  de la circunferencia que los sustentan:

$$\alpha = \frac{s}{R}$$

La unidad de medida en el sistema SI es el radián [*rad*] y corresponde a la abertura o diferencia de orientación de dos radios que sustentan un arco cuya longitud es igual al radio. Si  $s_r$  es un ángulo recto, entonces:

$$4 s_r = 2\pi [\text{rad}]$$

$$1[\text{rad}] = \frac{2}{\pi} s_r = 0,6366203 s_r$$

Los geómetras de la antigüedad definieron el grado sexagesimal [*sex*] de manera que la circunferencia completa tuviera 360 [*sex*] y/o el ángulo recto 90 [*sex*].

Esta unidad, si bien es muy ingeniosa, práctica y útil, conocida y aplicada por todo el mundo, es completamente arbitraria, es decir, no se rige por los mismos principios del sistema internacional SI. Su equivalencia es:

$$4 s_r = 2\pi [\text{rad}] = 360 [\text{sex}]$$

$$1[\text{rad}] = \frac{180}{\pi} [\text{sex}] = 57,2958 [\text{sex}]$$

### Velocidad angular

A partir del concepto de ángulo y su respectiva unidad de medida, la rapidez angular  $\omega$  se define como el ángulo  $\alpha$  recorrido en un cierto tiempo  $t$  de un cuerpo o partícula que gira en torno a un eje:

$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

En términos vectoriales, la velocidad angular  $\omega$  es un vector cuyo tamaño o magnitud es la rapidez de giro  $\omega$  y su dirección es la del eje en torno al cual gira el cuerpo:

$$\vec{\omega} = \frac{\alpha}{t} \hat{w}$$

En el sistema internacional SI, la velocidad angular no tiene unidad de medida propia. Por esta razón, deben usarse las unidades que la componen según su definición: el cociente entre el ángulo de giro en radianes [*rad*] y el tiempo en segundos [*s*]:



$$[\vec{\omega}] = \frac{1[\text{rad}]}{1[\text{s}]} = 1 \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

### Aceleración

El vector aceleración  $\vec{a}$  es el cambio o variación de la magnitud y/o dirección que experimenta el vector velocidad en un tiempo  $t$ :

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

$$\vec{v} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{a} \cdot dt$$

En el sistema internacional SI, la aceleración no tiene unidad de medida propia. Por esta razón deben usarse las unidades que la componen según su definición:

$$[\vec{a}] = \frac{1 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]}{1[\text{s}]} = 1 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

### Fuerza

Según la teoría de Newton, la fuerza  $\vec{F}$  es un vector que al ser aplicado a un cuerpo de masa  $m$  se moverá con una aceleración  $\vec{a}$  en la dirección de la fuerza. También se puede interpretar, de forma particular, en el sentido que si una masa  $m$ , inicialmente en reposo, se mueve en una dirección con cierta aceleración  $\vec{a}$ , es porque se le ha aplicado una fuerza neta  $\vec{F}$  de la misma dirección. Entre ambos vectores existe una constante de proporcionalidad correspondiente a la masa  $m$ :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

La unidad de medida en el sistema SI lleva el nombre del físico inglés Newton  $[N]$ , la inicial de su apellido. En español se conoce como newtonio, por lo tanto:

$$[\vec{F}] = 1[N] = [kg] \cdot 1 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = 1 \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

### Trabajo mecánico y/o energía

El trabajo mecánico  $W$  es la energía que le entrega a un cuerpo o partícula una fuerza aplicada sobre este a lo largo de un recorrido. En caso de fuerzas conservativas, su magnitud

es proporcional a la fuerza aplicada y al desplazamiento; en caso de fuerzas no conservativas, su magnitud es proporcional a la fuerza aplicada y al camino recorrido. En el primer caso, corresponde al producto escalar del vector fuerza  $\vec{F}$  multiplicado por el vector desplazamiento  $\Delta\vec{r}$ :

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}| |\Delta\vec{r}| \cos(\alpha)$$

Por su naturaleza, el trabajo mecánico o energía es un escalar, es decir, no tiene dirección en el espacio. Su unidad de medida lleva el nombre del físico inglés Joule y se representa con la inicial de su apellido [J]. En español se conoce como julio, por lo tanto:

$$[W] = 1 [J] = 1[N] \cdot 1[m] = 1[N \cdot m]$$

Si la fuerza es variable a lo largo del recorrido, entonces:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{F} = \frac{\partial W}{\partial r} \hat{r}$$

Joule demostró experimentalmente que el trabajo mecánico y el calor corresponden a la misma magnitud física: la energía. Posteriormente, se ha visto que ambas magnitudes, así como la energía eléctrica y otras formas de la energía, incluso la masa, en realidad corresponden a la misma magnitud, que hoy conocemos como energía.

Según el primer principio de la termodinámica, en un espacio cerrado adiabático (aislado), la energía total existente en su interior no se crea ni se destruye, solo se transforma en sus diversas manifestaciones medibles. Por esta razón, en el sistema SI debe usarse la misma unidad de medida para todas las manifestaciones de la energía, el julio [J], o sus versiones prácticas.

En otras palabras, debemos considerar que el trabajo mecánico y la energía corresponden a la misma magnitud física, la que en adelante designaremos por la sigla  $W$ , cuya unidad de medida es el julio [J].

## Potencia

La potencia  $P$  es el trabajo mecánico  $W$  por unidad de tiempo  $t$  que fluye desde o hacia un objeto capaz de emitir o absorber energía. En caso de trabajo constante:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

La unidad de medida en el sistema SI lleva el nombre del ingeniero inglés Santiago Watt y se representa con la inicial de su apellido  $[W]$ . En español se conoce como vatio, por lo tanto:

$$[P] = 1[W] = \frac{1[J]}{1[s]} = 1 \left[ \frac{J}{s} \right]$$

Si el flujo de energía es variable en el tiempo, entonces:

$$P = \frac{\partial W}{\partial t}$$

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P \cdot \partial t$$

En ingeniería eléctrica se acostumbra a expresar la unidad de energía, el julio  $[J]$ , en función de la unidad de potencia y el tiempo:

$$1[J] = 1 [W \cdot s]$$

La unidad práctica que comúnmente se usa en ingeniería y economía eléctrica para referirse comercialmente a la energía eléctrica es el vatio-hora  $[Wh]$ , el kilovatio-hora  $[kWh]$ , el gigavatio-hora  $[GWh]$ , etc., en vez del julio.

$$1 [Wh] = 1[W] \cdot 3.600 [s] = 3600 [J]$$

$$1 [kWh] = 1.000[W] \cdot 3.600 [s] = 3.600 [kJ]$$

$$1 M[Wh] = 1.000.000[W] \cdot 3.600 [s] = 3.600 [MJ]$$

$$1 [GWh] = 1.000.000.000[W] \cdot 3.600 [s] = 3.600 [GJ]$$

En ingeniería moderna, en cambio, así como en todos los trabajos de investigación y desarrollo de alta tecnología, en los cuales normalmente concurren y se entrecruzan las

diversas disciplinas científicas (electromagnetismo, termodinámica, química, física atómica, astronomía, etc.), los científicos e ingenieros calificados solo aplican la unidad básica SI: el julio [J].

### Presión

La presión  $\Pi$  corresponde a la fuerza normal por unidad de superficie ejercida por un gas, líquido o sólido sobre la superficie de otro cuerpo o material.

$$\Pi = \frac{F}{S}$$

Su unidad de medida es el pascal [Pa], que recuerda al físico francés Blaise Pascal (1662-1663) que formuló la ley que lleva su nombre, la cual nos enseña que en un líquido y/o gas contenido en un recipiente, las presiones se transmiten en todas direcciones con igual intensidad.

$$[\Pi] = 1[Pa] = \frac{1[N]}{1[m^2]} = 1\left[\frac{N}{m^2}\right]$$

### Permeabilidad magnética y permitividad dieléctrica

Como ya se señaló, la ley de Biot-Savart indica que la fuerza de repulsión o atracción por unidad de longitud  $f$  que se produce entre dos conductores paralelos de longitud infinita y sección despreciable, separados a una distancia  $d$ , por las cuales circula una corriente  $I$ , está dada por:

$$f = \frac{F}{l} = \left(\frac{\mu}{2\pi}\right) \cdot \frac{I^2}{d}$$

La relación entre el concepto de intensidad de la corriente eléctrica y el concepto mecánico de fuerza y sus respectivas unidades de medida en el sistema SI hace necesario introducir un factor de proporcionalidad llamado permeabilidad magnética  $\mu$ , que permita, justamente, darle un contenido métrico SI a ambas magnitudes. Con este objeto, la Comisión Internacional de Pesos y Medidas le asignó a la permeabilidad magnética en el vacío el siguiente valor:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[ \frac{N}{A^2} \right] = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[ \frac{H}{m} \right]$$

Si se aplica este coeficiente a la fórmula de Biot-Savart, se obtiene el valor definido para la fuerza por unidad de longitud:

$$f = \frac{F}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \left[ \frac{N}{A^2} \right] \cdot 1[A^2]}{2\pi} \cdot \frac{1[m]}{1[m]} = 2 \cdot 10^{-7} \left[ \frac{N}{m} \right]$$

Dado que la velocidad de la luz en el vacío  $c$  es constante e igual a  $299.792.458 \left[ \frac{m}{s} \right]$ , la permitividad dieléctrica del vacío  $\epsilon_0$  se puede calcular a partir de la siguiente relación de la teoría electromagnética:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}}$$

Por lo tanto, en el sistema SI el valor numérico de la permitividad dieléctrica del espacio vacío  $\epsilon_0$  es:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 \cdot c^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \left[ \frac{N}{A^2} \right] \cdot \left( 299,7925 \cdot 10^6 \left[ \frac{m}{s} \right] \right)^2} = 8,8542 \cdot 10^{-12} \left[ \frac{A^2 \cdot s^4}{kg \cdot m^3} \right]$$

$$\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \left[ \frac{F}{m} \right]$$

### Carga eléctrica

La carga eléctrica  $Q$ , al igual que la masa gravitacional  $M$ , son conceptos básicos fundamentales que resulta casi imposible definir. No obstante, se puede medir por las fuerzas de repulsión o atracción electroestáticas que se generan en un sistema de conductores aislados cuando se les aplica una corriente  $I$  durante un cierto período de tiempo  $t$ , o por la aplicación por contacto directo o cercanía con otros cuerpos cargados.

La carga eléctrica  $Q$  que se acumula o traspasa a los cuerpos por la aplicación o *inyección* de una corriente  $I$  durante un tiempo  $t$  está dada por:

$$Q = I \cdot t$$

La unidad de medida en el sistema SI lleva el nombre del físico francés Carlos Agustín Coulomb y se representa con la inicial de su apellido [C]. En español se conoce como culombio, por lo tanto:

$$[Q] = 1[C] = 1[A] \cdot 1[s] = 1[A \cdot s]$$

Si la intensidad de la corriente es variable en el tiempo, entonces:

$$I = \frac{\partial Q}{\partial t}$$
$$Q = \int_{t_1}^{t_2} I \cdot dt$$

### Campo gravitacional y campo eléctrico

En términos matemáticos, el concepto de campo vectorial de puntos se refiere a que cada punto del espacio matemático está caracterizado por un vector que tiene dirección y tamaño definidos. En términos físicos un campo se define como una distribución espacial de una magnitud física vectorial.

La teoría de Newton se refiere a la fuerza  $\vec{F}_G$  de atracción que se genera en el espacio físico entre dos masas  $M_1$  y  $M_2$ . Igualmente, la teoría de Coulomb se refiere a la fuerza de repulsión o atracción  $\vec{F}_E$  que se genera en el espacio físico entre dos cargas eléctricas  $Q_1$  y  $Q_2$ . Ambas teorías se explican por ecuaciones vectoriales cuya forma es similar o equivalente. En efecto, considerando que la masa  $M_1$  es puntual o esférica, el vector fuerza gravitacional  $\vec{F}_G$  aplicado sobre una masa puntual  $M_2$ , ubicada a una distancia  $r$  del centro de la masa  $M_1$ , según la teoría de Newton, queda definido por:

$$\vec{F}_G = G \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2} \hat{r}$$

donde  $G$  es la constante de gravitación universal.

De la misma forma, si una carga eléctrica  $Q_1$  está contenida en un cuerpo esférico o puntual, el vector fuerza electrostática  $\vec{F}_E$  aplicado sobre una carga eléctrica puntual  $Q_2$ , ubicada a una distancia  $r$  del centro de la carga  $Q_1$ , según la teoría de Coulomb, queda definido por:

$$\vec{F}_E = \kappa \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \hat{r}$$

donde  $\kappa$  es la constante de eléctrica.

Ambos campos presentan un alto grado de analogía: tienen la dirección del vector que une al centro de ambas masas (o cargas) y sus módulos o tamaño, son inversos del cuadrado de las respectivas distancias que las separa.

Es interesante destacar que, según la mecánica clásica, las cargas electrostáticas  $Q$  son invisibles para las masas gravitacionales  $M$  y viceversa, es decir, unas no ejercen fuerzas sobre las otras. Sin embargo, las respectivas fuerzas resultantes, gravitacional y electrostática, si son visibles entre ellas, es decir, corresponden a la misma magnitud física, por lo que se suman vectorialmente.

En efecto, si sobre un cuerpo físico de masa  $M$  que contiene una carga  $Q$  se ejercen simultáneamente fuerzas gravitacionales y fuerzas electrostáticas, se moverá con una aceleración  $\vec{a}$ , en la dirección de la resultante de la suma vectorial de ambas fuerzas aplicadas:

$$\vec{F}_{neto} = \vec{F}_G + \vec{F}_E$$

Por esta razón, la unidad de medida de cualquier fuerza, independientemente de cuál sea su origen (gravitacional, elástica, electrostática, magnética, u otra), siempre debe ser el newtonio  $[N]$ . Estos conceptos han dado origen al concepto de campo gravitacional  $\vec{G}$  y campo electrostático  $\vec{E}$ , que se refieren a la fuerza por unidad de masa  $M$  o a la fuerza por unidad de carga  $Q$  creadas por masas gravitacionales  $M_1$  o por cargas eléctricas  $Q_1$ , respectivamente, en un determinado punto del espacio.

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}_G}{M} = G \frac{M_1}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{Q} = \kappa \frac{Q_1}{r^2} \hat{r}$$

En el sistema SI ninguna de estas dos magnitudes tiene unidad de medida propia, por esta razón deben usarse las unidades que la componen según su definición.

Para el campo gravitacional  $\vec{G}$ <sup>4</sup>:

$$[\vec{G}] = \frac{1[N]}{1[kg]} = 1 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

Para el campo eléctrico  $\vec{E}$ :

$$[\vec{E}] = \frac{1[N]}{1[C]} = 1 \left[ \frac{kg \cdot m}{s^3 \cdot A} \right]$$

### Potencial mecánico y potencial o tensión eléctrica

El potencial mecánico  $U_M$  se refiere a la energía  $E_M$  por unidad de masa  $M$  acumulada o contenida en un objeto inmerso en un campo de fuerzas mecánicas (gravitacionales, elásticas u otras). De la misma forma, el potencial o tensión eléctrica  $U_E$ , se refiere a la energía  $E_E$  por unidad de carga eléctrica  $Q$  acumulada o contenida en un objeto inmerso en un campo de fuerzas electroestáticas.

Por definición:

$$U_M = \frac{E_M}{M}$$

$$U_E = \frac{E_E}{Q}$$

En el sistema SI no existe unidad de medida para el potencial mecánico  $U_M$ , por esta razón deben usarse las unidades que lo componen según su definición:

$$[U_M] = \frac{1[J]}{1[kg]} = 1 \left[ \frac{J}{kg} \right]$$

En el sistema SI la unidad de medida para el potencial o tensión eléctrica  $U_E$  lleva el nombre del físico italiano Alessandro Volta y se representa con la inicial de su apellido [V]. En español se conoce como voltio.

---

<sup>4</sup> El campo gravitacional de la Tierra a nivel del suelo se conoce como aceleración de gravedad normal. Su valor es:  $g = 9,81 \left[ \frac{N}{kg} \right] = 9,81 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$



$$[U_E] = 1[V] = \frac{1[J]}{1[C]} = 1 \left[ \frac{J}{C} \right]$$

La energía acumulada en un cuerpo inmerso en un campo de fuerzas es equivalente al trabajo mecánico  $W$  necesario para traerlo desde el infinito hasta el punto  $p$  en donde se encuentra. Entonces

$$W_M = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_M \cdot \partial r$$

$$\vec{F}_M = - \frac{\partial W_M}{\partial r} \hat{r}$$

y

$$W_E = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_E \cdot \partial r$$

$$\vec{F}_E = - \frac{\partial W_E}{\partial r} \hat{r}$$

Si expresamos estas relaciones en términos unitarios, vemos que el campo gravitacional  $\vec{G}$  y el campo eléctrico  $\vec{E}$  se pueden expresar en términos de la variación del potencial o tensión por unidad de recorrido:

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}_G}{M} = - \frac{\partial U_G}{\partial r} \hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{Q} = - \frac{\partial U_E}{\partial r} \hat{r}$$

Por lo tanto, la unidad de medida en el sistema SI para el campo eléctrico  $\vec{E}$  se puede expresar indistintamente en función de la unidad de fuerza por unidad de carga o en función de la unidad de potencial o tensión eléctrica por unidad de distancia:

$$[\vec{E}] = 1 \left[ \frac{N}{C} \right] = 1 \left[ \frac{V}{m} \right]$$

#### 1.4 Nomenclatura, símbolos, múltiplos y submúltiplos

Se debe distinguir y no confundir la magnitud física propiamente tal con la unidad de medida que se utiliza para medir su tamaño. Por ejemplo, no se debe confundir la distancia

con el metro, el tiempo con el segundo, la intensidad de la corriente con el amperio, la fuerza con el newtonio, etc. De allí que resulte aberrante y poco académico referirse a la magnitud distancia como el “metraje” o el “kilometraje”, referirse a la magnitud tiempo como el “horaje”, a la tensión eléctrica como el “voltaje”, a la intensidad de la corriente como el “amperaje” o a la potencia de un motor como el “wattaje”.

También es necesario distinguir entre las palabras con que se nombran las magnitudes físicas y el símbolo o letras con que se abrevian. Al respecto cabe hacer presente que, en general, los científicos e ingenieros calificados están de acuerdo en que es necesario llamar a las magnitudes físicas y sus respectivas unidades de medida por su nombre en el idioma en que se está hablando o escribiendo. Afortunadamente, en nuestro idioma existen palabras aceptadas y perfectamente claras para casi todos estos conceptos, por lo tanto, no es necesario utilizar la palabra extranjera inglesa, francesa o alemana para referirse a ellas, especialmente en lo que se refiere a las unidades de medida del sistema internacional. De esta forma la potencia se mide en vatios y no en *watts*, la tensión eléctrica en voltios y no en *volts*, el tiempo se mide en segundos y no en *seconds*, etc.

En las convenciones internacionales se ha acordado que el símbolo o letra con que se identifica la unidad de medida de las diferentes magnitudes físicas debe ser una sola letra, sin puntos u otros signos, encerrada entre paréntesis cuadrado y/o en letra cursiva redonda, siempre la misma para todos los idiomas. Al respecto, cabe agregar que el acuerdo internacional que existe sobre la materia le asigna una letra minúscula única a todas aquellas unidades de medida cuyo origen es una palabra antigua, conocida y común, generalmente de origen latino o griego. Por ejemplo, [*m*] para el metro, [*s*] para el segundo, [*g*] para el gramo, etc.

Tratándose, en cambio, de una unidad de medida que recuerda el nombre de algún científico destacado, se debe escribir con una letra mayúscula única correspondiente a la primera letra de su apellido, sin puntos o signos adicionales. Por ejemplo, [*V*] para el voltio, que recuerda al descubridor de la pila que lleva su nombre (pila de Volta); [*A*] para el amperio, que recuerda el nombre del físico que descubrió la ley que asocia la electricidad

con el magnetismo que lleva su nombre (ley de Ampère);  $[N]$  para el newtonio, que recuerda el nombre del físico Newton que descubrió y desarrolló la ley de gravedad; entre otras. Sin embargo, existen algunas unidades de medida cuyos respectivos símbolos recuerdan a científicos cuyos nombres empiezan con la misma letra. En estos casos, para evitar la dualidad, se debe agregar una letra minúscula adicional que forme parte del respectivo nombre. Así, por ejemplo, la frecuencia, medida en hertzios  $[Hz]$ , que recuerda el nombre de Hertz, descubridor de las ondas electromagnéticas, se le agrega la  $z$  minúscula para distinguirla de la inductancia, medida en henrios  $[H]$ , que recuerda el nombre del físico Henry.

En ciencias, en particular en física, la regla establece que la cantidad numérica de cualquier magnitud siempre se debe escribir en términos de un solo dígito, seguido de todos los decimales que se estimen necesarios, multiplicado por el exponente de diez que corresponda, siempre referido a las unidades básicas del Sistema Internacional SI. Así por ejemplo la velocidad de la luz debe escribirse:

$$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Esta forma de escribir se conoce como notación científica. En ingeniería, en cambio, la regla establece que se pueden usar múltiplos y submúltiplos de las unidades de medida básicas en potencias de diez (10) elevado a múltiplos o submúltiplos de uno, dos, tres, cuatro, etc., cada uno de los cuales se abrevia con las letras asignadas a cada múltiplo o submúltiplo.

En este sentido, cada disciplina adopta los múltiplos y submúltiplos que mejor se acomoden a su campo de acción particular. Por ejemplo, en el caso específico de la Ingeniería Eléctrica solo se aceptan los miles, millones, milésimas, millonésimas, etc. Es decir, solo potencias de +3 o -3. Las centenas y decenas, así como las décimas y centésimas han quedado relegadas a cálculos de tipo doméstico, es decir, no forman parte de la nomenclatura aceptable en cálculos de Ingeniería Eléctrica moderna. Por esta misma razón, algunas máquinas calculadoras electrónicas modernas han incorporado la función "ing", la

cual traduce cualquier número a su equivalente aceptable en cálculos de ingeniería, esto es, a potencias de diez elevado a múltiplos y submúltiplos de tres ( $\pm 3$ ).

La nomenclatura aceptada nos indica que debe anteponerse al símbolo de la unidad de medida una sola letra que represente el múltiplo o submúltiplo de la potencia tres (3), sin ningún punto o símbolo adicional. Esta letra deberá ser minúscula para los submúltiplos y mayúsculas para los múltiplos, a excepción del kilo ( $10^3$ ) que se escribe con minúscula.

En la Tabla 1-1 se indica esta simbología. Hemos escogido la letra *U* (mayúscula) para representar con ella a cualquier unidad de medida. Como se ve, esta nomenclatura, conocida como nomenclatura de ingeniería, solo acepta múltiplos y submúltiplos de diez (10) elevado a múltiplos y submúltiplos de tres (3), representados por las respectivas siglas antepuestas a la cantidad numérica.

Según estas reglas, en notación práctica o de ingeniería, la velocidad de la luz se puede escribir con cualquiera de las siguientes versiones o presentaciones:

$$c = 299.792.458 \left[ \frac{m}{s} \right] = 299.792,46 \left[ \frac{km}{s} \right] = 299,79 \left[ \frac{Mm}{s} \right]$$

Igualmente, la distancia de una ciudad a otra se podría escribir como 150 [km] en vez de 150.000 [m]. Si deseamos referirnos a la potencia de una máquina pequeña escribiremos, por ejemplo, 5 [kW], pero si se trata de una máquina más grande escribiremos 250 [MW]. Igualmente, si se trata de una corriente eléctrica pequeña o muy pequeña escribiremos 5 [mA] o 20 [μA].

Tabla 1-1: prefijos del Sistema Internacional de Medidas

Exponente de 10	Nombre	Sigla o letra	Nomenclatura
-24	yocto	y	yU
-21	zepto	z	zU
-18	atto	a	aU
-15	femto	f	fU

## Sistema Internacional de unidades de medida SI

-12	pico	<i>p</i>	<i>pU</i>
-9	nano	<i>n</i>	<i>nU</i>
-6	micro	$\mu$	$\mu U$
-3	mili	<i>m</i>	<i>mU</i>
0	unidad		<i>U</i>
+3	kilo	k	kU
+6	mega	M	MU
+9	giga	G	GU
+12	tera	T	TU
+15	peta	P	PU
+18	exa	E	EU
+21	zetta	Z	ZU
+24	yotta	Y	YU

En lo que se refiere a los símbolos que se utilizan para escribir ecuaciones y relaciones entre magnitudes físicas, existe libertad para que el autor del documento escriba sus fórmulas con las letras mayúsculas y minúsculas que estime más apropiadas al idioma que comúnmente utiliza, a condición de que dichas letras o símbolos no se confundan con los asignados a las respectivas unidades de medida. No obstante, algunas magnitudes físicas siempre se escriben con las mismas letras, especialmente aquellas que corresponden a palabras de origen latino. Por ejemplo, el tiempo con *t*, la temperatura con *T*, la fuerza con *F*, la intensidad de la corriente eléctrica con *I*, la masa con *M*, la velocidad de la luz con *c*, la carga del electrón con *e*, entre otras.

Adicionalmente, es necesario agregar que jamás se debe mezclar en un mismo documento la notación científica con la notación de ingeniería. Es decir, si el documento está hecho con notación científica, todas las unidades se escribirán según esta notación. Igualmente, si se trata de un informe o documento de ingeniería, todas las unidades de medida se escribirán según esta notación, en lo posible con los mismos múltiplos y submúltiplos, si el orden de magnitud de las cifras lo permite.

Cuando se trata de un documento de ingeniería es preferible que los números no sean mayores a los miles. Por ejemplo, si la potencia instalada de un sistema es de 2.250 [MW], no debe escribirse como 2.250.000 [kW]. Igualmente, es preferible que los decimales no rebasen los dos dígitos. De esta manera los documentos e informes de ingeniería adquieren un carácter profesional, limpio, ordenado, legible y comprensible para cualquier profesional calificado, independientemente de su idioma o país de origen.

## 1.5 Listado de algunas magnitudes físicas, sus respectivas unidades de medida y símbolos en el sistema SI

### 1.5.1 Magnitudes básicas o fundamentales

Tabla 1-2: magnitudes básicas del SI

Magnitud	Unidad SI	Definiciones y relaciones	Símbolo SI
<b>Distancia (<i>d, l, e, h</i>)</b>	metro	$\frac{1}{10.000.000}$ del cuadrante terrestre (aprox.)	[ <i>m</i> ]
<b>Masa (<i>M</i>)</b>	kilogramo	Masa de un decímetro cúbico (litro) de agua pura a 20 [°C] y presión normal ( $1[dm^3] = \frac{1}{1000}[m^3]$ )	[ <i>kg</i> ]
<b>Tiempo (<i>t</i>)</b>	segundo	$\frac{1}{86.400}$ del día solar medio (aprox.)	[ <i>s</i> ]
<b>Temperatura (<i>T</i>)</b>	grado Kelvin	$\frac{1}{100}$ de la variación de temperatura entre el punto de congelación (punto triple) y el punto de ebullición del agua a presión normal $T[°C] = T[K] - 273,16$	[ <i>K</i> ]
<b>Corriente eléctrica (<i>I, i</i>)</b>	amperio	Intensidad de una corriente constante que, mantenida en dos conductores paralelos rectilíneos de longitud infinita, de sección circular despreciable y situados a una distancia de un metro uno del otro, en el vacío, produciría entre estos conductores una fuerza igual a $2 \cdot 10^{-7}$ newtonio por metro de longitud	[ <i>A</i> ]
<b>Cantidad de sustancia (<i>N</i>)</b>	mol	Cantidad de sustancia que contiene tantas entidades como átomos hay en 12 gramos de carbono 12 ( $C_{12}$ )	[ <i>mol</i> ]
<b>Intensidad luminosa (<i>I</i>)</b>	candela	Intensidad luminosa, en una determinada dirección, de un haz de luz monocromático de $540 \cdot 10^{12}$ hercios, cuya intensidad radiante es de $\frac{1}{683}$ vatios por estereorradián	[ <i>cd</i> ]

### 1.5.2 Magnitudes derivadas

Tabla 1-3: magnitudes derivadas del Sistema Internacional de Medidas

Magnitud	Unidad SI	Definiciones y relaciones	Símbolo SI
Área ( $S$ )	metro cuadrado	Superficie que ocupa en un plano un cuadrado de 1 metro de arista.	$[m^2]$
Volumen ( $V$ )	metro cúbico	Espacio que ocupa un cubo de 1 metro de arista.	$[m^3]$
Ángulo plano	radián	Ángulo que sustenta un arco de circunferencia de la misma longitud que el radio de ella.	$[rad]$
Ángulo sólido	estereorradián	Ángulo sólido que cubre una superficie esférica de área dada por el cuadrado del radio que determina dicha esfera.	$[sr]$
Velocidad ( $\vec{v}$ )	metro sobre segundo	Variación de la posición en 1 metro recorrido en 1 segundo.	$\left[\frac{m}{s}\right]$
Aceleración ( $\vec{a}$ )	metro sobre segundo cuadrado	Variación de la velocidad en 1 metro sobre segundo en un segundo.	$\left[\frac{m}{s^2}\right]$
Fuerza ( $\vec{F}$ )	neutonio	Fuerza necesaria para producir una aceleración constante de 1 metro sobre segundo cuadrado en un cuerpo de 1 kilogramo de masa.	$[N]$
Energía o trabajo ( $W$ )	julio	Trabajo realizado por una fuerza constante de 1 neutonio durante el desplazamiento de 1 metro en la dirección de dicha fuerza.	$[J]$
Potencia ( $P$ )	vatio	Potencia de un elemento que realiza un trabajo constante de 1 julio durante 1 segundo.	$[W]$
Presión ( $\Pi$ )	pascal	Presión ejercida por una fuerza de 1 neutonio aplicada sobre una superficie de 1 metro cuadrado.	$[Pa]$
Frecuencia ( $f, \nu$ )	hercio	Repetición de un suceso un cada un segundo.	$[Hz]$
Carga eléctrica ( $Q, q$ )	culombio	Carga eléctrica que circula durante 1 segundo en una corriente constante de 1 amperio.	$[C]$
Diferencia de tensión eléctrica o diferencia de potencial ( $U$ )	voltio	Diferencia de potencial a lo largo de un conductor que consume un vatio de potencia ante la circulación de un amperio de corriente.	$[V]$



Sistema Internacional de unidades de medida SI

Magnitud	Unidad SI	Definiciones y relaciones	Símbolo SI
Resistencia eléctrica ( $R$ )	ohmio	Resistencia eléctrica de un conductor cuando, al aplicarle una diferencia de potencial de 1 vatio, produce 1 amperio de corriente eléctrica.	$[\Omega]$
Capacidad eléctrica ( $C$ )	faradio	Capacidad de un condensador tal que acumula una carga eléctrica de 1 culombio cuando se establece un 1 voltio de diferencia de potencial.	$[F]$
Inductancia ( $L$ )	henrio	Inductancia de un circuito que induce una diferencia de potencial eléctrico de un voltio cuando una corriente de 1 amperio varía uniformemente en un segundo.	$[H]$
Flujo magnético ( $\Phi$ )	weber	Flujo magnético que al atravesar un circuito de una sola espira produce una tensión inducida de 1 voltio si dicho flujo se anula en un segundo por decrecimiento uniforme.	$[Wb]$
Campo magnético o densidad de flujo magnético ( $\vec{B}$ )	tesla	Inducción magnética uniforme que produce un flujo magnético de 1 weber sobre una superficie de 1 metro cuadrado cuando se reparte uniformemente.	$[T]$
Flujo luminoso ( $F$ )	lumen	Flujo luminoso que emite una fuente luminosa de 1 candela de intensidad luminosa en un ángulo sólido de 1 estereorradián.	$[lm]$
Luminancia ( $L$ )	lux	Luminancia dada por un flujo luminoso de 1 lumen sobre una superficie de 1 metro cuadrado.	$[lx]$

## Capítulo 2

### Sistemas de generación de la energía eléctrica

*Conceptos básicos asociados a los cuatro tipos de generación más difundidos: térmica, hidráulica, solar y eólica. Se incluyen estadísticas, aspectos teóricos y prácticos para cada uno de ellos.*

#### 2.1 Conceptos generales

El sol es la principal fuente de energía utilizable en nuestro planeta. En efecto, la energía eólica y la hidráulica tienen su origen en los efectos termodinámicos que la energía solar provoca en la superficie de la tierra, mares y atmósfera: el calor evapora el agua y genera diferencias de presión en los mares y atmósfera.

Este fenómeno, combinado con las diferencias de velocidad circunferencial de rotación a diferentes alturas y latitudes sobre la superficie y la rotación de la Luna alrededor de la Tierra dan origen a los vientos, lluvias y mareas que recorren nuestro planeta: corrientes mareomotrices, corriente de Humboldt, vientos alisios, corriente del Golfo, entre muchas otras. Al enfriarse el vapor de agua disuelto en la atmósfera, se condensa y cae en forma de lluvia o nieve: tal es el origen de la energía primaria que ocupan las centrales hidráulicas y eólicas.

La energía calórica que genera el carbón y los demás combustibles de origen vegetal y animal, también tienen su origen en la energía solar. En efecto, la masa vegetal se desarrolla y crece constantemente sobre la superficie y mares de la Tierra. Se forma a partir de la síntesis del agua con el dióxido de carbono y otros compuestos químicos, reacción vital básica que se produce gracias al efecto catalizador de la clorofila y la acumulación de energía solar en la masa vegetal viva.

Respecto de la energía contenida en el petróleo existen varias teorías. La más antigua y aceptada le asigna un origen similar al del carbón: material orgánico muerto en

descomposición, microorganismos de antigua data, que se habría sintetizado y destilado en tiempos remotos.

Estas teorías se complementan con informaciones más modernas que postulan que algunos hidrocarburos, en particular el metano, se podría también sintetizar por la acción de la radiación presente en el espacio interestelar sobre el carbono, el oxígeno y el hidrógeno primarios, dando origen al anhídrido carbónico, al metano y al agua, como los que se observan en otros planetas y aerolitos del Sistema Solar.

A esto debemos agregar que, en algún momento de la historia de la Tierra, se habrían estrellado masas compuestas principalmente de hielo las que, al derretirse, dieron origen a los océanos y mares que bañan nuestro planeta.

La energía por unidad de tiempo, la potencia de la luz solar que llega a los niveles superiores de la atmósfera, puede alcanzar niveles del orden de  $1,4 \left[ \frac{kW}{m^2} \right]$ . Luego, por efecto de la absorción en la atmósfera, la energía que llega al nivel del suelo es del orden de  $1,2 \left[ \frac{kW}{m^2} \right]$ . Está compuesta principalmente por la luz directa, complementada por la luz difusa.

En cuanto a la energía atómica generada a partir de los isótopos y elementos radioactivos, éstos tienen su origen en la síntesis de elementos y partículas primarias elementales, como consecuencia del efecto de la energía radiante existente en los espacios interestelares o en el seno de enormes masas sometidas a grandes temperaturas y presiones gravitacionales.

## 2.2 Clasificación de centrales generadoras

Las centrales generadoras se clasifican según la energía primaria que consumen. Pueden ser hidráulicas, térmicas, eólicas, solares, geotérmicas, mareomotrices, nucleares, entre otras. Según las estadísticas nacionales, actualizadas al 28 de febrero de 2019, la generación anual, la potencia máxima y la potencia instalada en el país fueron las que se muestran en la Tabla 2-1 y Tabla 2-2.

## Sistemas de generación de la energía eléctrica

Tabla 2-1: generación y potencia máxima año 2018

Generación y potencia máxima año 2018							
Sistema	Energía generada (GWh)					P máx. (MW)	f. c. (%)
	Térmica	Hidráulica	Eólica	Solar FV	Suma		
SEN	43.809,8	23.144,4	3.568,0	5.118,7	75.640,9	10.569,4	81,7
Los Lagos	16,3	5,3	0,0	0,0	21,6	3,7	66,5
Aysén	47,6	115,3	9,9	0,0	172,8	29,8	66,2
Magallanes	332,0	0,0	7,8	0,0	339,8	54,9	70,7
<b>Total</b>	<b>44.205,7</b>	<b>23.265,0</b>	<b>3.585,7</b>	<b>5.118,7</b>	<b>76.175,2</b>	<b>10.657,8</b>	<b>81,6</b>
<b>%</b>	<b>58,0</b>	<b>30,5</b>	<b>4,7</b>	<b>6,7</b>	<b>100,0</b>		

Tabla 2-2: potencia instalada año 2018

Potencia instalada año 2018												
Sistema	Potencia por tecnología (MW)											SUMA
	Carbón	Gas	Diesel	Eólica	Solar FV	Hidráulica de embalse	Hidráulica de pasada	Mini hidráulica	Biomasa	Geotérmica	Otros	
SEN	4.804,7	4.460,7	2.947,7	1.602,6	2.358,3	3.367,8	2.823,8	483,7	503,7	39,7	18,4	23.411,1
Rapanui	0,0	0,0	4,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4,3
Los Lagos	0,0	0,0	6,8	0,0	0,0	0,0	0,8	0,0	0,0	0,0	0,0	7,5
Aysén	0,0	0,0	36,4	3,8	0,0	0,0	0,0	22,6	0,0	0,0	0,0	62,9
Magallanes	0,0	88,8	16,1	2,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	107,4
<b>Total</b>	<b>4.804,7</b>	<b>4.549,5</b>	<b>3.011,3</b>	<b>1.608,9</b>	<b>2.358,3</b>	<b>3.367,8</b>	<b>2.824,6</b>	<b>506,3</b>	<b>503,7</b>	<b>39,7</b>	<b>68,4</b>	<b>23.593,2</b>
<b>%</b>	<b>20,4</b>	<b>19,3</b>	<b>12,8</b>	<b>6,8</b>	<b>10,0</b>	<b>14,3</b>	<b>12,0</b>	<b>2,1</b>	<b>2,1</b>	<b>0,2</b>	<b>0,3</b>	<b>100,0</b>

Estos cuadros nos muestran claramente la influencia decisiva que han tenido las nuevas ordenanzas y leyes que regulan e incentivan la incorporación de ERNC en la matriz energética. A esto hay que agregar que, por una parte, el petróleo ha subido y seguirá subiendo de precio, mientras que, por la otra parte, las tecnologías eólica y solar han disminuido sensiblemente sus costos de fabricación, hasta el punto de que actualmente en Chile, se han transformado en alternativas de generación competitivas que, poco a poco, van desplazando el uso de las energías de origen fósil (carbón e hidrocarburos).

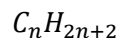
## 2.3 Generación térmica

Las centrales térmicas consumen principalmente carbón, petróleo, gas natural, subproductos de la madera y desechos orgánicos combustibles de todo tipo. En algunos casos se alimentan con el vapor generado como subproducto de diversos procesos industriales, principalmente excedentes de la industria de la celulosa o petrolera. Las más pequeñas utilizan motores a explosión a gas, gasolina o petróleo, mientras que las mayores utilizan sistemas basados en turbinas impulsadas por vapor recalentado o gas combustible.

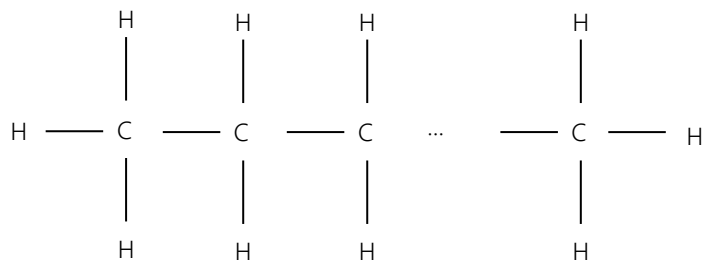
Según su origen, se acostumbra a clasificar los combustibles en las siguientes dos categorías: las de origen mineral o fósil que son aquellas que consumen carbón e hidrocarburos fósiles de antigua data y las de origen orgánico, ya sean vegetal o animal, que son aquellas que consumen hidrocarburos recientes obtenidos de bosques, vegetales plantados por el hombre o desechos de animales de la industria ganadera.

### 2.3.1 Hidrocarburos: combustión y formación

Los hidrocarburos se caracterizan por estar constituidos solo por átomos de carbono e hidrógeno, cuyas moléculas se diferencian entre sí por el número de átomos de carbono e hidrógeno contenidos en su estructura. Para el caso de los alcanos lineales, hidrocarburos con solo enlaces simples que no forman ciclos, la cantidad de átomos de carbono e hidrógeno está determinada según la siguiente fórmula general:



Las moléculas de este tipo se conocen como cadenas de hidrocarburos, cuya estructura general se basa en la tetravalencia (4 enlaces) del carbono.



*Ilustración 2-1: cadena de hidrocarburos saturados no ramificados*

En la Tabla 2-3 se muestran los primeros ocho hidrocarburos de la serie de los alcanos lineales, todos ellos muy conocidos.

*Tabla 2-3: primeros alcanos*

Alcano	Fórmula
Metano	$CH_4$
Etano	$C_2H_6$
Propano	$C_3H_8$
Butano	$C_4H_{10}$
Pentano	$C_5H_{12}$
Hexano	$C_6H_{14}$
Heptano	$C_7H_{16}$
Octano	$C_8H_{18}$

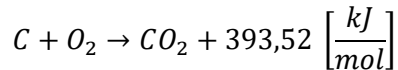
A presión y temperatura normal, el metano es gaseoso e imposible de licuar. Se genera espontáneamente en los basurales y en las aguas estancadas que contengan desechos de organismos vivos, razón por la cual también se le conoce como gas de los pantanos.

Los hidrocarburos que contienen menos carbono en sus moléculas son gaseosos. En la medida que contienen más átomos de carbono son más líquidos, viscosos o sólidos. Mezclados en diversas proporciones dan origen a diferentes tipos de combustibles y aplicaciones industriales: gas licuado, gasolinas, petróleo combustible, kerosene, lubricantes, brea, etc.

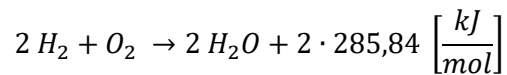
El petróleo crudo o petróleo mineral está compuesto por una mezcla de diversas proporciones de los diferentes hidrocarburos de la serie. Se encuentra en yacimientos ubicados a grandes profundidades en pozones o bolsones sólidos/líquidos/gaseosos impregnados a presión en areniscas porosas. También se encuentra en capas o mantos congelados a gran presión en fondos marinos. El gas natural, por ejemplo, que se encuentra en la parte superior de los yacimientos, está compuesto por una mezcla de aproximadamente un 92 % de metano, un 5 % de etano, un 2 % de propano y un 1 % de otros gases.

Todos los hidrocarburos son combustibles. En efecto, en presencia de oxígeno, al quemarse, el carbono y el hidrógeno contenido en sus moléculas se combinan para formar anhídrido carbónico ( $CO_2$ ) y agua ( $H_2O$ ), respectivamente, según las siguientes reacciones exotérmicas básicas<sup>5</sup>:

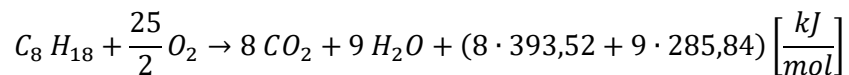
Combustión (oxidación) del carbono:



Combustión (oxidación) del hidrógeno:



Vemos así que los hidrocarburos son doblemente energéticos. En efecto, tanto la combustión del carbono, como la del hidrógeno generan calor. Si se considera, por ejemplo, la combustión completa de un mol de octano, la energía calórica generada es  $5.720,7 \left[ \frac{kJ}{mol} \right]$ :



En este ejemplo, las masas atómicas de la molécula del octano y la del oxígeno consumido son:

$$\begin{aligned} \text{Masa molar del octano} & : M_a(C_8 H_{18}) = 8 \cdot 12 + 18 \cdot 1 & = 114 \left[ \frac{g}{mol} \right] \\ \text{Masa molar del oxígeno} & : M_a(O_2) = 2 \cdot 16 & = 32 \left[ \frac{g}{mol} \right] \end{aligned}$$

---

<sup>5</sup> La energía generada corresponde a la energía total que originalmente se consumió en la formación de la molécula a partir del carbono e hidrógeno primarios. Al producirse la combustión, no toda la energía se disipa o radia hacia el medio exterior. Una parte se gasta en la necesaria para el cambio de fase, es decir, para que se gasifique y, además, adquiera su temperatura final de escape. Si el combustible y comburente están inicialmente a la y temperatura ambiente y, como consecuencia de la combustión, los gases formados alcanzan los 600 [°C], la parte de la energía que se radia, que se transmite hacia el exterior susceptible de aprovecharse, será el saldo que resulta de restar de la energía total generada indicada en el cuadro, la energía absorbida necesaria para el cambio de fase y temperatura de escape.

$$\begin{aligned}
 \text{Masa molar total involucrada} & : M_{total} = M_a(C_8 H_{12}) + 12,5 \cdot M_a(O_2) & = 514 \left[ \frac{g}{mol} \right] \\
 \text{Energía generada} & : E = 8 \cdot 393,52 + 9 \cdot 285,84 & = 5.720,7 \left[ \frac{kJ}{mol} \right]
 \end{aligned}$$

Según estos cálculos, la densidad energética del octano (el combustible), sin considerar la masa de oxígeno consumida, es:

$$d_E = \frac{5.720,7 \left[ \frac{kJ}{mol} \right] \cdot 1000 \left[ \frac{g}{kg} \right]}{114 \left[ \frac{g}{mol} \right]} = 50.182 \left[ \frac{kJ}{kg} \right]$$

Si se considera también la masa de oxígeno involucrado (combustible y comburente), la densidad energética del conjunto se reduce a:

$$d_E = \frac{5.720,7 \left[ \frac{kJ}{mol} \right] \cdot 1000 \left[ \frac{g}{kg} \right]}{514 \left[ \frac{g}{mol} \right]} = 11.130 \left[ \frac{kJ}{kg} \right]$$

Según este mismo cálculo, cada vez que se queman 100 [kg] de octano, la atmósfera pierde 350,87 [kg] de oxígeno, adquiere 308,77 [kg] de anhídrido carbónico y, además, debe absorber 5.018.175 [kJ] de energía calórica. En la Tabla 2-4 se muestran estas cifras para los ocho primeros hidrocarburos de la serie.

Tabla 2-4: densidad energética alcanos

Alcano	Masa molecular $\left[ \frac{g}{mol} \right]$					Calor de formación $\left[ \frac{kJ}{mol} \right]$			Densidad energética <sup>6</sup>	
	C	H	$C_n H_{2n+2}$	O	$CO_2$	$CO_2$	$H_2O$	Suma	$d_E C_n H_{2n+2}$ $\left[ \frac{kJ}{mol} \right]$	$d_E total$ $\left[ \frac{kJ}{g} \right]$
<b>CH<sub>4</sub></b>	12	4	16	64	44	-393,5	-571,7	-965,2	-60.325	-12.065

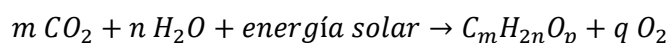
<sup>6</sup> Es muy común considerar que la densidad energética de los combustibles fósiles se refiere solo a la masa de combustible. Se ignora, deliberadamente, que en el proceso de combustión es necesario consumir o sustraer de la atmósfera una masa de oxígeno del orden de 3,5 veces la masa de combustible. Además, necesariamente, se inyecta a la atmósfera dióxido de carbono por una cantidad del orden de 3,1 veces.

Si se trata de un vehículo espacial, submarino o cualquier otro medio aislado, es indispensable considerar el transporte y consumo del oxígeno necesario y los gases de escape producidos por la combustión.



<b>C<sub>2</sub>H<sub>6</sub></b>	24	6	30	112	88	-787,0	-857,5	-1.644,6	-54.819	-11.581
<b>C<sub>3</sub>H<sub>8</sub></b>	36	8	44	160	132	-1.180,6	-1.143,4	-2.323,9	-52.816	-11.392
<b>C<sub>4</sub>H<sub>10</sub></b>	48	10	58	208	176	-1.574,1	-1.429,2	-3.003,3	-51.781	-11.291
<b>C<sub>5</sub>H<sub>12</sub></b>	60	12	72	256	220	-1.967,6	-1.715,0	-3.682,6	-51.148	-11.228
<b>C<sub>6</sub>H<sub>14</sub></b>	72	14	86	304	264	-2.361,1	-2.000,9	-4.362,0	-50.721	-11.185
<b>C<sub>7</sub>H<sub>16</sub></b>	84	16	100	352	308	-2.754,6	-2.286,7	-5.041,4	-50.414	-11.153
<b>C<sub>8</sub>H<sub>18</sub></b>	96	18	114	400	352	-3.148,2	-2.572,6	-5.720,7	-50.182	-11.130

Con respecto a los combustibles de origen vegetal es necesario tener presente que, todos ellos, tienen su origen en la síntesis de moléculas orgánicas complejas, basada en el anhídrido carbónico y el agua, activada por la energía solar y catalizada por la clorofila, según la siguiente reacción conceptual básica:



En el proceso de síntesis y crecimiento orgánico primario ( $\text{C}_m\text{H}_{2n}\text{O}_p$ ) la masa vegetal absorbe anhídrido carbónico y agua del medio. Como desecho de la reacción produce oxígeno, que es incorporado a la atmósfera. En otras palabras, el crecimiento de los vegetales, junto con incorporar carbono, hidrógeno y energía solar a su masa corporal, carga de oxígeno a la atmósfera.

A partir de este tipo de reacciones se sustenta una de las teorías más aceptadas actualmente, en el sentido de que en tiempos remotos la atmósfera de la Tierra no contenía oxígeno libre. Probablemente estaba compuesta por nitrógeno, hidrocarburos y gran cantidad de anhídrido carbónico, como los gases que se detectan en la atmósfera de Venus. Posteriormente, en algún momento de la historia de nuestro planeta, se habrían estrellado cometas compuestos principalmente de hielo ( $\text{H}_2\text{O}$ ), sustancia que, en condiciones de presión y temperatura apropiadas, habría dado origen a los océanos y a la síntesis del material orgánico vegetal vivo que hoy día puebla nuestro planeta.

Como consecuencia de éste y otros fenómenos fisicoquímicos naturales, los hidrocarburos precipitaron en yacimientos subterráneos y subacuáticos, creció y proliferó la

vida vegetal en mares y tierra y la atmósfera se cargó de oxígeno hasta alcanzar el nivel con que la conocemos actualmente: 21%.

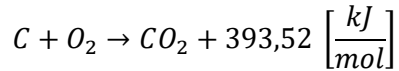
Luego, a medida que los bosques fueron creciendo y muriendo sobre la superficie de la Tierra, se fueron formando importantes capas de tierra vegetal. Posteriormente, como sabemos, el movimiento, presión y choque de las diferentes placas tectónicas de la superficie, algunas de estas capas se han hundido, al mismo tiempo que han sido cubiertas por otras capas tectónicas que se les han montado encima. Este sería el origen de lo que hoy conocemos como yacimientos de carbón fósil, con su típica presentación en mantos o vetas de orientación predominantemente horizontal, o en planos inclinados cada vez más profundos.

En Chile hay varias zonas carboníferas con yacimientos más o menos importantes compuestos por capas o mantos situados a diferentes profundidades, entre los que cabe mencionar los ubicados en zonas cercanas a la costa entre Concepción y Valdivia. Hasta hace muy poco tiempo tuvo gran relevancia la explotación de los yacimientos de Lota y Coronel. En estas importantes minas los mantos de carbón se presentan en capas de hasta **0,6 [m]** de espesor, separadas por capas de areniscas a diferentes profundidades, algunas situadas a más de **1.000 [m]** bajo el nivel del mar. Estas minas se cerraron por considerarse antieconómica su explotación, aunque en la zona perduran pequeñas explotaciones de tipo artesanal.

También son muy importantes los yacimientos de carbón sub bituminoso de origen más reciente, ubicados en la zona de Magallanes. Se encuentran en capas superficiales de baja densidad, conocidas como turbas o turberas, lo que dio origen al nombre con que Hernando de Magallanes bautizó a esta zona: Tierra del Fuego. Algunos estudios consideraran que estos yacimientos son de los más abundantes del planeta.

### 2.3.2 Cambio climático, energía renovable y no renovable

Al quemar carbón de cualquier origen, se invierte la reacción de síntesis descrita. En efecto, se inyecta anhídrido carbónico a la atmósfera y se consume oxígeno, según la reacción básica:



Al invertirse la reacción original, podemos comprobar que el calor producido también tiene su origen en la energía solar. Es decir, se trata de energía solar acumulada que se devuelve al medio.

A estos conceptos es necesario agregar que, en la medida que aumenta la emisión de  $CO_2$ , se hace más evidente el fenómeno que conocemos como efecto invernadero. En efecto, a partir de la revolución industrial, en que se disparó la emisión de este gas, el cambio climático se ha manifestado de manera más evidente, hasta alcanzar el nivel que estamos presenciando en la actualidad, fenómeno que está llevando a nuestro planeta a un nivel muy peligroso para la sustentación del equilibrio ecológico y de la vida humana en la forma que la conocemos hoy.

Desde el punto de vista del balance químico/energético de nuestra atmósfera, no da lo mismo quemar carbón fósil o hidrocarburos, que quemar leña, desechos vegetales o bosques artificiales.

En efecto, en el primer caso, se está alterando la composición de la atmósfera, revirtiendo en muy poco tiempo, un proceso que ha tardado millones de años en formar nuestra atmósfera actual, compuesta por un 20,946% de oxígeno, un 0,038% de anhídrido carbónico, un 78,084% de nitrógeno y un 0,932% de otros gases. Se trata, por lo tanto, de generación eléctrica a base de combustibles no renovables.

En el segundo caso se trata de plantaciones artificiales y/o la quema de desechos orgánicos generados por el Hombre. Al quemar este tipo de combustibles se devuelve a la atmósfera tanto anhídrido carbónico como el consumido por la masa vegetal en su

crecimiento. Lo mismo ocurre con el oxígeno, pero en la dirección inversa y, por lo tanto, en términos globales, no se altera la composición actual de la atmósfera. En otras palabras, en la medida que quemamos tanto combustible como demoran en crecer las plantaciones artificiales, podemos afirmar que el proceso es renovable. Se trata, por lo tanto, de generación eléctrica a base de combustibles renovables.

También hay que tener presente que las grandes plantaciones de bosques y/o vegetales (caña de azúcar y maíz, entre otros), destinados exclusivamente a la producción de grandes volúmenes de combustibles, altera sensiblemente el ecosistema y, por lo tanto, aun cuando se trate de energía renovable, no se puede considerar como sustentable. Por el contrario, este tipo de plantaciones masivas atentan contra el medio ambiente y restringen las áreas destinadas al cultivo de alimentos.

El conocimiento y toma de conciencia de estos fenómenos a nivel mundial ha dado origen a las conferencias internacionales sobre el cambio climático y a la creación de ciertos instrumentos mercantiles, transables en los mercados financieros, conocidos como bonos de carbono (BC). El valor nominal de este tipo de instrumentos generalmente está referido al valor de la inversión necesaria para eliminar o dejar de emitir una tonelada de anhídrido carbónico a la atmósfera. En enero de 2016 los bonos de carbono chilenos se transaron en el mercado en un valor medio de USD 6,8 por tonelada de  $CO_2$ .

El empresario que impulse inversiones con la intención de generar y vender este tipo de instrumentos debe garantizar que su proyecto efectivamente absorberá o dejará de emitir grandes volúmenes de  $CO_2$ . Entre otros, cabe mencionar los siguientes grupos de proyectos que cumplen con estos criterios de sustentabilidad:

- a) Que absorben  $CO_2$ 
  - i. Conservación, cuidado y control de bosques nativos.
  - ii. Plantaciones de bosques de madera comercial, caña azucarera, maíz, entre otros.
- b) Que desplazan carbón fósil, que evitan o disminuyen las emisiones de  $CO_2$ 
  - i. Plantas hidráulicas, eólicas, solares, mareomotrices.

- ii. Plantas térmicas a base de desechos de biomasa de la industria forestal de origen artificial, agrícola, ganadera, basuras industriales y domiciliarias.
- iii. Proyectos que reemplazan el consumo de carbón por gas natural. La combustión del metano, debido a la mayor proporción de hidrógeno contenido en su molécula, desplaza carbón equivalente.

Así, por ejemplo, un empresario generador o industrial que pretenda quemar combustible fósil, para que la Autoridad le autorice la inversión y pueda poner en marcha su proyecto, debería demostrar que ha hecho las inversiones necesarias para absorber el  $CO_2$  que generará en exceso por sobre lo que le permitan las leyes regulatorias. En el caso particular de Chile, según las nuevas leyes recientemente aprobadas, los empresarios que insistan en quemar combustibles fósiles deberán pagar un impuesto de USD 5,00 por cada tonelada de anhídrido carbónico que emitan a la atmósfera. Además, deberán pagar impuestos adicionales por los gases contaminantes, tales como el  $SO_2$  y el material particulado fino *MP 2,5* y otros gases nocivos. Por otro lado, si un empresario planta bosques o vegetales, la Autoridad le reconocerá su plantación mediante certificados por el equivalente de las toneladas de  $CO_2$  que absorben anualmente sus plantaciones, lo que le permite emitir bonos de carbono.

Dado que la atmósfera es común para toda la Humanidad, estos documentos son transables en los mercados internacionales, en particular en los países más industrializados, los que podrían ser adquiridos por los empresarios que tengan la intención de emitir  $CO_2$ , en cualquier lugar del planeta.

En otras palabras, el empresario que desea emitir anhídrido carbónico debe comprar bonos de carbono y/o pagar impuestos al Estado por el equivalente a las toneladas que emitirá. Igualmente, el empresario que plante y mantenga plantaciones y bosques puede generar y vender bonos de carbono por el equivalente a las toneladas de anhídrido carbónico que absorben sus plantaciones.

Si un empresario instala una planta solar, eólica o hidráulica con la intención de inyectar energía limpia al sistema interconectado, en el cual coexisten centrales térmicas que queman combustibles fósiles, su inversión generará bonos de carbón (BC) por el equivalente a las toneladas de  $CO_2$ , que dejarán de producir las centrales térmicas desplazadas por la energía limpia inyectada al sistema.

Una planta fotovoltaica de 100 [MW] que pueda generar durante un promedio de 6 horas por día, es capaz de generar un total de 219 [GWh] anuales, aproximadamente. Para una vida útil estimada en 15 [años], esta generación representa 3.285 [GWh]. Si consideramos que la eficiencia media de las centrales a carbón fósil que convergen al mismo sistema interconectado es del orden de 25 %, la energía limpia generada por la planta fotovoltaica corresponde aproximadamente a 5.283.600 BC. El valor comercial en enero de 2016, al valor de 5  $\left[\frac{USD}{t}\right]$  de  $CO_2$ , es USD 35.928.480, que el inversionista podrá vender y, por lo tanto, descontar de los costos de su inversión.

Naturalmente que para que este tipo de instrumentos financieros tengan efecto y se transformen en un incentivo real para la generación de energías limpias, es necesario que los estados reconozcan oficialmente los problemas ambientales provocados por las emisiones de  $CO_2$ , acepten, legislen y controlen las emisiones y sean capaces de planificar su matriz energética a largo plazo. Los países europeos, varios países asiáticos y, también Chile, México, Colombia, entre muchos otros, han aceptado registrarse por este tipo de ordenanzas técnico-financieras internacionales, lo que se traduce en la implantación obligada de programas, metas y plazos para dejar de emitir  $CO_2$  a la atmósfera y, al mismo tiempo, incorporar importantes porcentajes de energías limpias no contaminantes y/o renovables en las cuotas de generación que le corresponden a cada uno de los actores involucrados. Estos conceptos han dado origen a la sigla ERNC: Energía Renovable No Convencional.

Sin embargo, los dos países más contaminantes del mundo Estados Unidos de América y China, históricamente se han negado a aceptar este tipo de regulaciones internacionales. No obstante, a partir de los recientes acuerdos firmados en la última Conferencia sobre el Cambio Climático realizada en diciembre del año 2015 en París, estos

países mostraron disposición para aceptar estos acuerdos internacionales. En el caso de los Estados Unidos de América deben ser refrendados por el parlamento el cual, hasta el momento, ha sido refractario a asumir acuerdos basados en regulaciones internacionales.

### 2.3.3 Tipos de generadores térmicos

#### 2.3.3.1 Eficiencia energética termodinámica

Según el ciclo de Carnot la energía mecánica máxima que, teóricamente, es posible obtener a partir de la energía calórica generada al interior de una máquina termodinámica, está dada por la siguiente expresión:

$$E_m \leq \left(1 - \frac{T_r}{T_c}\right) E_T$$

En esta expresión:

$E_m$  : energía mecánica útil;

$E_T$  : energía térmica;

$T_r$  : temperatura de los gases a la salida, escape, refrigeración, en [K] y

$T_c$  : temperatura al interior de la cámara de combustión, en [K].

Si consideramos, por ejemplo, que en un motor a explosión la temperatura dentro de las cámaras de combustión es del orden de 600 [°C] y la temperatura en el escape del orden de 120 [°C], la eficiencia energética teórica máxima es inferior al 55 %:

$$\varepsilon < 1 - \frac{273 + 120}{273 + 600} = 0,55$$

En la práctica, los ciclos de trabajo característicos de los diferentes tipos de máquinas procesadoras de energía termodinámica se rigen por procesos cuya eficiencia energética real es muy inferior a la máxima prevista por el ciclo de Carnot.

La energía eléctrica que estas reacciones básicas puede proporcionar depende directamente de la eficiencia energética, la cual como sabemos, según el tipo de máquina y estado del arte, oscila entre un mínimo del orden del 15% y un máximo ideal del 55%, aproximadamente. En la Tabla 2-5 se muestra el consumo de carbón, emanaciones de

anhídrido carbónico y absorción de oxígeno vinculado a la generación de 1 [GWh] de energía eléctrica en centrales térmicas de diferentes eficiencias que queman carbón.

Tabla 2-5: consumo y emanación para generar energía desde carbón

Consumo de carbón, emanación de $CO_2$ y absorción de $O_2$ en la generación de 1 [GWh]			
$\epsilon$ [%]	C [t]	$CO_2$ [t]	$O_2$ [t]
25	439	1.608	1.170
30	365	1.340	975
35	313	1.149	835
40	274	1.005	731

### 2.3.3.2 Motores a explosión

Las unidades generadoras basadas en motores a explosión a gasolina (ciclo Otto) o a petróleo (ciclo Diésel) son muy populares y útiles ya que se pueden instalar fácilmente en cualquier lugar, lo que las hace muy versátiles y prácticas. Su tiempo de respuesta es bastante rápido aun cuando, al arranque, es necesario precalentarlas. Dado que su rendimiento es comparativamente muy inferior al de las centrales a turbina y la imposibilidad práctica de construir motores a explosión muy grandes, este tipo de máquinas generadoras está limitado a potencias relativamente pequeñas o medianas, lo que las hace muy convenientes para alimentar consumos aislados o distantes de los sistemas interconectados: buques, puestos fronterizos cordilleranos, refugios antárticos, pueblos aislados, plantas pesqueras australes, instalaciones mineras pequeñas, sistemas de emergencia, entre muchos otros. Su eficiencia energética es inferior al 30%.

### 2.3.3.3 Turbinas a vapor, ciclo Rankine

Este tipo de centrales generadoras están basadas en turbinas impulsadas por vapor recalentado. El vapor de admisión se inyecta a la turbina a temperaturas del orden de 500 – 600 [°C], el cual es expulsado a la salida de la turbina a la temperatura ambiente, enfriado mediante circuitos de agua secundaria o de refrigeración. La gradiente térmica de este tipo de máquinas es de 500 [°C], aproximadamente. Las sucesivas mejoras de la tecnología permiten en la actualidad rendimientos del orden del 37%.



La generación del vapor recalentado se efectúa en calderas diseñadas para consumir los diversos combustibles sólidos, líquidos o gaseosos disponibles.

En cuanto a los gases de escape es necesario aplicar técnicas de descontaminación cada vez más sofisticadas y exigentes, especialmente cuando este tipo de centrales se instala cerca de grandes ciudades. En todas ellas es necesario reciclar y purificar cuidadosamente el agua primaria que se utiliza en la impulsión de las turbinas y, también, el agua secundaria destinada a la refrigeración, especialmente en aquellos lugares en donde el agua es relativamente escasa.

### 2.3.3.4 Turbinas a gas combustible, ciclo Brayton

En este tipo de centrales se inyecta gas combustible mezclado con aire (oxígeno) directamente a la turbina, en donde se inflama y expande a temperaturas del orden de 1.200 [°C]. La temperatura de los gases quemados a la salida de la turbina es bastante alta, del orden de 500 – 600 [°C].

Dado que la gradiente térmica en este tipo de turbinas es similar al de las turbinas a vapor (500 – 600 [°C]), el rendimiento máximo de este tipo de centrales alcanza niveles similares, del orden del 38%. No obstante, gracias a la incorporación de nuevas tecnologías, especialmente en el campo de los materiales refractarios, actualmente es posible que este tipo de turbinas operen a mayores temperaturas, lo que ha permitido mejorar su eficiencia energética.

En este tipo de turbinas solo se pueden inyectar combustibles gaseosos o líquidos, siendo imposible inyectar sólidos pulverizados a las turbinas.

### 2.3.3.5 Centrales de ciclo combinado

En los últimos 20 años se han incorporado centrales de última generación, de gran potencia y rendimiento, conocidas como centrales de ciclo combinado. Este tipo de centrales se caracterizan por combinar dos turbinas en cascada: la primera de alta presión y temperatura, impulsada a gas combustible (ciclo Brayton) y la segunda de baja presión, impulsada por vapor recalentado (ciclo Rankine).

En este tipo de turbinas los gases quemados de escape de la turbina primaria se utilizan como fuente de calor para calentar el vapor de agua que se inyecta en la turbina secundaria y, también, para precalentar el aire de admisión.

Gracias al aporte de ambas turbinas se logran rendimientos mejorados. En efecto, en este tipo de centrales el salto térmico o diferencia de temperatura global corresponde a la diferencia entre la temperatura de los gases expandidos en la admisión de la turbina primaria (1.200 [°C]) y la temperatura del vapor refrigerado a la salida de la turbina secundaria (60 [°C]). Por esta razón, en este tipo de centrales se alcanzan rendimientos algo superiores al 55%. Las potencias de cada turbina están en la relación 2:1, aproximadamente.

Merecen especial atención los procesos conocidos como tecnologías de gasificación del carbón integradas en ciclo combinado, orientadas a transformar el carbón fósil y el coque en gas combustible. En efecto, considerando que los yacimientos de carbón siguen siendo el combustible fósil más abundante, resulta muy conveniente someterlo a este tipo de procesos de gasificación con el objeto, justamente, de aplicarlo como combustible gaseoso en centrales de ciclo combinado.

En el proceso de gasificación del carbón se aprovecha una parte muy importante de la energía térmica primaria disponible. Además, dado que en los diversos procesos químicos de gasificación del carbón se genera calor excedente, es posible sumar este calor al de los gases de escape de la turbina primaria, para aplicarlo, también, al calentamiento del vapor recalentado que se inyecta en la turbina secundaria. De allí que, entre otras ventajas, resulta mucho más económico y práctico que las instalaciones necesarias para gasificar el carbón se encuentren instaladas junto a la central de ciclo combinado. Desde el punto de vista ambiental, el proceso de gasificación del carbón es un proceso mediante el cual es posible descontaminar los gases antes de ser inyectados a la turbina, lo que, naturalmente, no elimina los grandes volúmenes de  $CO_2$  que se vierten a la atmósfera.

Es necesario tener presente que el proceso de encendido y puesta en marcha de una central térmica puede demorar varias horas, tiempo durante el cual los sistemas deben adquirir los niveles apropiados de temperatura y presión de trabajo. Dado que la energía

térmica consumida en cada puesta en marcha es muy alta, los operadores prefieren mantenerlas encendidas, aun cuando generen muy poco, a la espera de las horas de mayor demanda.

## 2.4 Generación eólica

Ya en el siglo XV AC los egipcios navegaban por el río Nilo en embarcaciones a la vela. En todo el planeta el Hombre ha utilizado la fuerza del viento para navegar, para moler granos y para muchas otras aplicaciones, tecnología que se ha ido perfeccionando hasta nuestros tiempos, en que hemos aprendido a utilizarla para generar energía eléctrica.

### 2.4.1 Límite de Betz

Según la teoría desarrollada por el físico alemán Albert Betz en 1919, solo es posible extraer hasta un 59,3% ( $\frac{16}{27}$ ) de la energía cinética del fluido. Este número o proporción de la energía cinética aprovechable se conoce como límite de Betz ( $\beta_B$ ). Su definición es:

$$\beta_B = \frac{P_{M_{max}}}{P_C}$$

$P_C$  : potencia cinética del recurso y

$P_{M_{max}}$  : potencia mecánica máxima teórica extraíble del recurso.

Esta teoría se basa en los siguientes principios o simplificaciones al modelo<sup>7</sup>:

- El fluido debe seguir su curso, no se puede quedar inmóvil detrás de la turbina;
- Al transferir parte de su energía cinética a la turbina, el fluido pierde velocidad, se ralentiza;
- Al pasar por la turbina el fluido mantiene su densidad y presión y
- No se producen cavitaciones, turbulencias o pérdidas por efecto del roce en la superficie de las aspas.

---

<sup>7</sup> Creemos necesario comentar que existen algunas objeciones formales respecto a la validez del modelo planteado para calcular el Límite de Betz. Sin embargo, hasta donde hemos podido comprobar, su aplicación práctica conduce a resultados apropiados, numéricamente correctos.

A partir de estos planteamientos es posible deducir el valor del límite de Betz considerando las siguientes ecuaciones.

La potencia mecánica  $P_M$  transferida a la turbina corresponde a la diferencia entre la potencia cinética disponible en el fluido que incide delante de la turbina y la cinética del fluido no procesado que escapa a la salida de la turbina, según la siguiente expresión:

$$P_M = \frac{1}{2} d Q_0 (v^2 - v_s^2)$$

En esta expresión:

- $Q_0$  : fracción del flujo total  $Q$  que procesan las aspás de la turbina en  $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ ;
- $v$  : velocidad del viento incidente (delante) de la turbina en  $\left[\frac{m}{s}\right]$ ;
- $v_s$  : velocidad del viento de salida (detrás) de la turbina en  $\left[\frac{m}{s}\right]$  y
- $d$  : densidad del fluido en  $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$  ( $d_A = 1,294 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$ ).

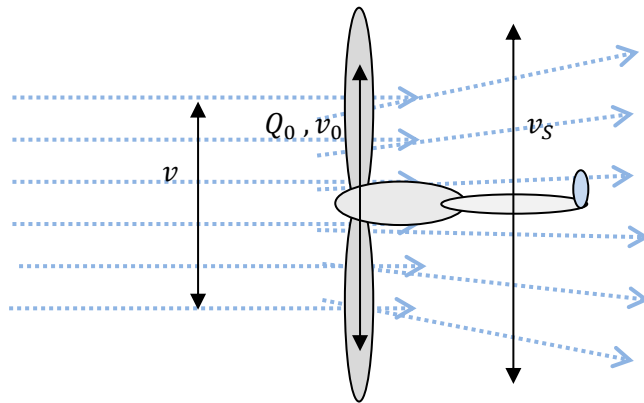


Ilustración 2-2: variables para calcular el límite de Betz

En primera aproximación, el modelo postula que la velocidad  $v_0$  del flujo  $Q_0$  efectivamente procesado en la superficie equivalente  $S$  de las aspás de la turbina es el promedio aritmético entre la velocidad incidente  $v$  delante y la velocidad  $v_s$  de salida detrás de la turbina:

$$v_0 \approx \frac{1}{2}(v + v_s)$$

$$Q_0 = S v_0 = \frac{1}{2} S (v + v_s)$$

Por lo tanto, la potencia mecánica transferida a la turbina es igual a:

$$P_M = \frac{1}{2} d \left( \frac{1}{2} S (v + v_s) \right) (v^2 - v_s^2)$$

Debido justamente a que la turbina extrae parte de la energía cinética del fluido, la velocidad media  $v_s$  detrás de la turbina resulta inferior a la velocidad incidente  $v$  delante de la turbina. La ralentización (frenado)  $r$  definido por el cociente entre ambas velocidades es:

$$r = \frac{v_s}{v} \leq 1$$

Por lo tanto, la potencia mecánica, expresada en función de este parámetro es:

$$P_M = \frac{1}{2} d \left( \frac{1}{2} S v^3 (1 + r) \right) (1 - r^2) = \left( \frac{1}{2} d S v^3 \right) \left( \frac{1}{2} (1 + r - r^2 - r^3) \right)$$

La potencia máxima que es posible obtener se puede calcular por derivación:

$$\frac{\partial P_M}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[ \left( \frac{1}{2} d S v^3 \right) \left( \frac{1}{2} (1 + r - r^2 - r^3) \right) \right] = 0$$

$$r_0 = \frac{1}{3}$$

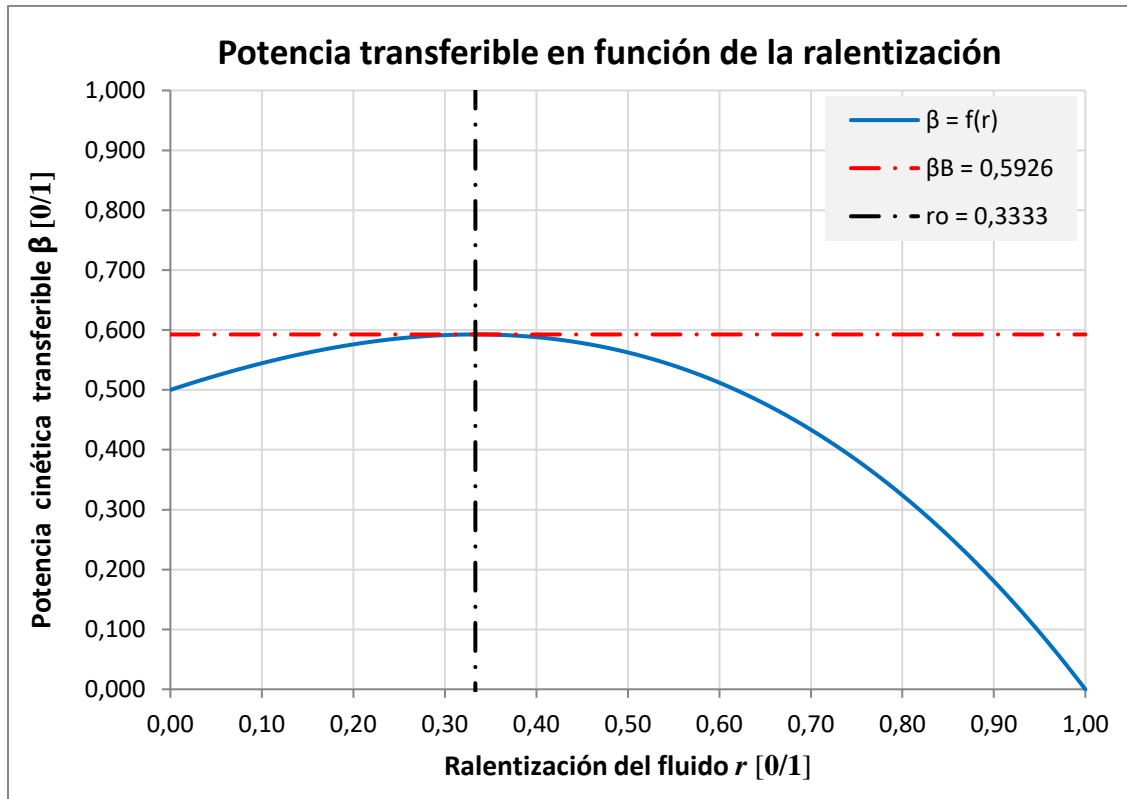


Ilustración 2-3: potencia transferible en función de la ralentización

Al reemplazar este valor en las relaciones planteadas, vemos que el coeficiente de Betz es igual a:

$$\beta_B = \frac{P_{M_{max}}}{P_C} = \frac{\left(\frac{1}{2} d S v^3\right) \left(\frac{1}{2} (1 + r_0 - r_0^2 - r_0^3)\right)}{\frac{1}{2} d S v^3}$$

$$\beta_B = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{27}\right) = \frac{16}{27}$$

A esta potencia es necesario restarle las pérdidas mecánicas, las pérdidas por roce en las aspas, las pérdidas por turbulencias y ruido y, desde luego, las pérdidas eléctricas en el generador. Por lo tanto, la potencia eléctrica  $P_E$  de un aerogenerador está dada por: <sup>8</sup>

<sup>8</sup> Creemos necesario comentar que existen algunas objeciones formales respecto a la validez del modelo planteado para calcular el Límite de Betz. Sin embargo, hasta donde hemos podido comprobar, su aplicación práctica conduce a resultados apropiados, numéricamente correctos.

$$P_E = \rho_E \rho_M \beta_B \frac{1}{2} d S v^3$$

En esta ecuación:

$\beta_B$ : : límite de Betz (0,5925 [0/1]);

$\rho_M$  : rendimiento mecánico (variable) de la turbina en [0/1] y

$\rho_E$  : rendimiento eléctrico del generador en [0/1].

#### 2.4.2 Variabilidad estadística de los vientos

Los vientos soplan con velocidades variables en diferentes direcciones y alturas, lo que hace necesario que las turbinas eólicas sean capaces de orientarse en la dirección del viento predominante. Además, deben disponer de sistemas que las protejan de las ráfagas de viento demasiado fuertes.

Dado que la potencia mecánica depende del cubo de la velocidad del viento, para el cálculo de la potencia media es necesario considerar el promedio cúbico que se deduce de las estadísticas disponibles:

$$v_{med} = \sqrt[3]{\frac{\sum_i v_i^3}{n}}$$

$$P_{E_{med}} = \frac{1}{2} \rho \beta_B d S v_{med}^3$$

La velocidad media cúbica, calculada a partir de estadísticas instantáneas, integradas en períodos diarios, mensuales y/o anuales, permite calcular la energía generable en el período:

$$E = P_{E_{med}} \cdot t$$

La potencia eléctrica media  $P_{E_{med}}$  y la respectiva energía generada en el período  $t$  considerado, no necesariamente coincide con la potencia nominal de diseño  $P_N$ , o con la potencia máxima admisible  $P_{máx}$ .

A modo de ejemplo, las estadísticas que se muestran en la Tabla 2-6 corresponden a una muestra resumida de un completo estudio realizado por la Universidad de Magallanes

durante el año 2010 / 2011, en una caleta de pescadores conocida como Casa de Pesca, ubicada en la costa norte de Chaitén.

Tabla 2-6: velocidad del viento medio mensual en Casa de Pesca

Velocidad del viento medio mensual en Casa de Pesca $\left[\frac{m}{s}\right]$													
$h$ [m. s. n. m]	$\alpha = 0,24$	ene	feb	mar	abr	may	jun	jul	ago	sep	oct	nov	dic
30	$v_{m\acute{a}x}$ 30,00	22,00	18,00	23,00	25,00	27,00	30,00	23,50	29,75	23,00	20,00	20,00	18,00
30	$v_{1med}$ 4,87	4,94	4,29	4,33	4,49	4,25	5,30	5,39	6,13	4,68	4,69	4,90	5,07
15	$v_{2med}$ 4,13	4,38	3,73	3,56	3,60	3,49	4,25	4,56	5,10	3,76	3,88	4,05	4,15

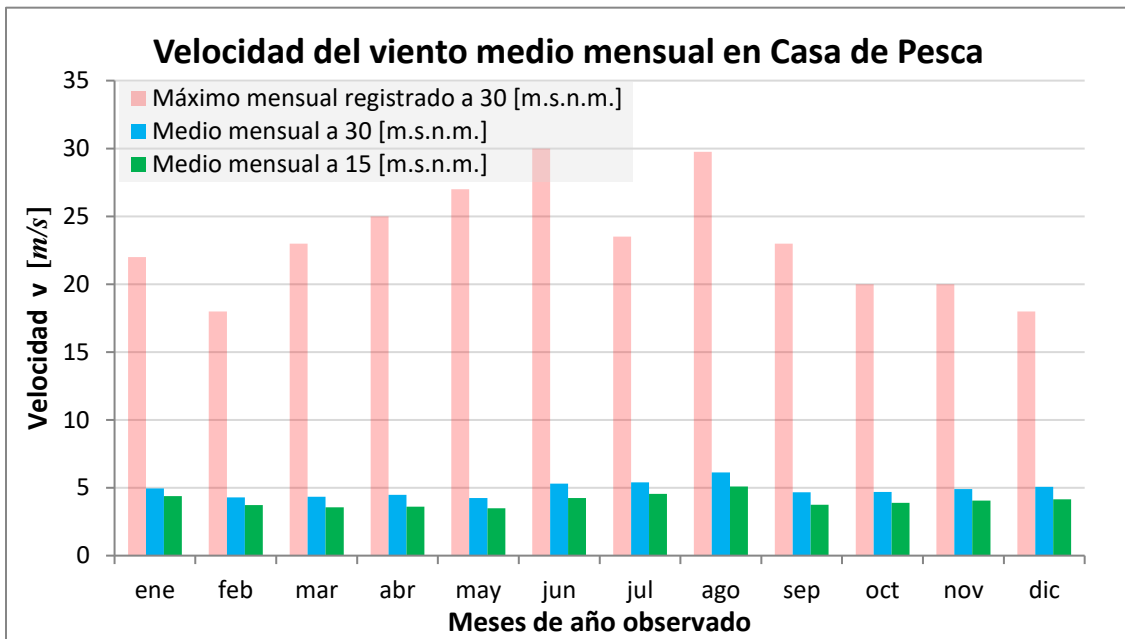


Ilustración 2-4: velocidad del viento medio mensual en Casa de Pesca

### 2.4.3 Variación de la velocidad con la altura

Según diversos estudios y normas, en particular la norma N.Ch. 2946, se acepta que la velocidad del viento aumenta con la altura según la siguiente función empírica:

$$v = v_A \left( \frac{h}{h_A} \right)^\alpha$$

En esta expresión:

$h_A$  : altura de referencia o de medición (anemómetro);

$h$  : altura intermedia (medida desde el suelo);



- $v$  : velocidad del viento a la altura  $h$ ;
- $v_A$  : velocidad del viento a la altura de medición  $h_A$  y
- $\alpha$  : coeficiente empírico característico del lugar.

Según la norma, a falta de información estadística real, se debe asumir que el coeficiente empírico  $\alpha$  y la altura de referencia del anemómetro corresponden a los indicados en la Tabla 2-7.

Tabla 2-7: velocidad del viento medio mensual en Casa de Pesca

Descripción del terreno	$h_A$ [m]	Coficiente $\alpha$
Superficie nevada	3	0,10
Campo sin cultivar	30	0,13
Campo cosechado, segado	50	0,19
Suburbios de ciudades	1.500	0,32

Estas mismas normas recomiendan que los estudios y mediciones deben hacerse a dos alturas:  $h_{A1}$  y  $h_{A2}$ . Por lo tanto, el coeficiente  $\alpha$  característico, calculado a partir de los datos experimentales, es:

$$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{v_{A2}}{v_{A1}}\right)}{\ln\left(\frac{h_{A2}}{h_{A1}}\right)}$$

La norma también recomienda que la altura  $h_{A2}$  del anemómetro intermedio sea igual la mitad de la altura  $h_{A1}$  del anemómetro superior:

$$h_{A2} = \frac{1}{2} h_{A1}$$

Así, por ejemplo, en el caso de las estadísticas de la localidad conocida como Casa de Pesca, las cifras resumidas conducen a los siguientes valores:

Velocidad media mensual, medida a 30 [m. s. n. m] :  $v_{A1} = 4,87 \left[\frac{m}{s}\right]$

Velocidad media mensual, medida a 15 [m. s. n. m]: :  $v_{A2} = 4,13 \left[\frac{m}{s}\right]$

Por lo tanto, en esta localidad, el valor del coeficiente  $\alpha$  característico es **0,24**:

$$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{4,13}{4,87}\right)}{\ln\left(\frac{15}{30}\right)} = 0,24$$

Este resultado es coherente y, por lo tanto, aceptable, con los previstos por la norma. Si el aerogenerador se instala a 16 [m. s. n. m], la aplicación de la fórmula empírica nos dará como resultado la siguiente velocidad media mensual:

$$v = 4,87 \left(\frac{16}{30}\right)^{0,24} = 4,19 \left[\frac{m}{s}\right]$$

Dado que la potencia útil depende del cubo de la velocidad, el valor medio, así calculado, no sirve para este propósito, siendo necesario considerar el valor medio cúbico. En la Tabla 2-8 y Tabla 2-9 se han calculado las velocidades a 16 [m. s. n. m], los respectivos valores medio y valor medio cúbico.

Tabla 2-8: velocidad del viento medio mensual a 16 [m. s. n. m] en Casa de Pesca

Velocidad del viento medio mensual a 16 [m. s. n. m] en Casa de Pesca $\left[\frac{m}{s}\right]$													
$\alpha = 0,24$		ene	feb	ma r	abr	ma y	jun	jul	ago	sep	oct	nov	dic
$v_{med} = 4,19 \left[\frac{m}{s}\right]$	$v_{med} \left[\frac{m}{s}\right]$	4,2 5	3,6 9	3,72 3,72	3,8 6	3,66 3,66	4,5 6	4,6 4	5,27 5,27	4,0 3	4,0 3	4,21 4,21	4,3 6
	$v_{med^3} = 4,24 \left[\frac{m}{s}\right]$	$\left(v_{med} \left[\frac{m}{s}\right]\right)^3$	76,7 2	50, 2	51,7 51,7	57,6 57,6	48,8 48,8	94,7 94,7	99,6 99,6	146, 6	65,2 65,2	65,6 65,6	74, 9

Tabla 2-9: perfil diario característico a 16 [m. s. n. m] en Casa de Pesca

Perfil diario medio característico a 16 [m. s. n. m] en Casa de Pesca $\left[\frac{m}{s}\right]$													
$\alpha = 0,24$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\sum v_{med} = 99,4$	$v_{med} \left[\frac{m}{s}\right]$	3,78	3,78	3,70	3,70	3,70	3,61	3,61	3,70	3,87	4,21	4,52	4,73
	$\sum v_{med^3} = 1771,1$	$\left(v_{med} \left[\frac{m}{s}\right]\right)^3$	54,2	54,2	50,6	50,6	50,6	47,1	47,1	50,6	58,0	74,9	105,9
$v_{med} = 4,14 \left[\frac{m}{s}\right]$		13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
	$v_{med} \left[\frac{m}{s}\right]$	4,82	4,90	4,90	4,82	4,73	4,52	4,30	4,13	3,96	3,87	3,78	3,78
$v_{med^3} = 4,19 \left[\frac{m}{s}\right]$	$\left(v_{med} \left[\frac{m}{s}\right]\right)^3$	111,7	117,8	117,8	111,7	105,9	92,1	79,5	70,4	61,9	58,0	54,2	54,2

Con estos valores se pueden calcular los siguientes factores de proporcionalidad:

$$K_a = \frac{v_{med\ 3\ mensual}}{v_{med\ mensual}} = \frac{4,24}{4,19} = 1,0119$$

$$K_d = \frac{v_{med\ 3\ diaria}}{v_{med\ diaria}} = \frac{4,19}{4,14} = 1,0125$$

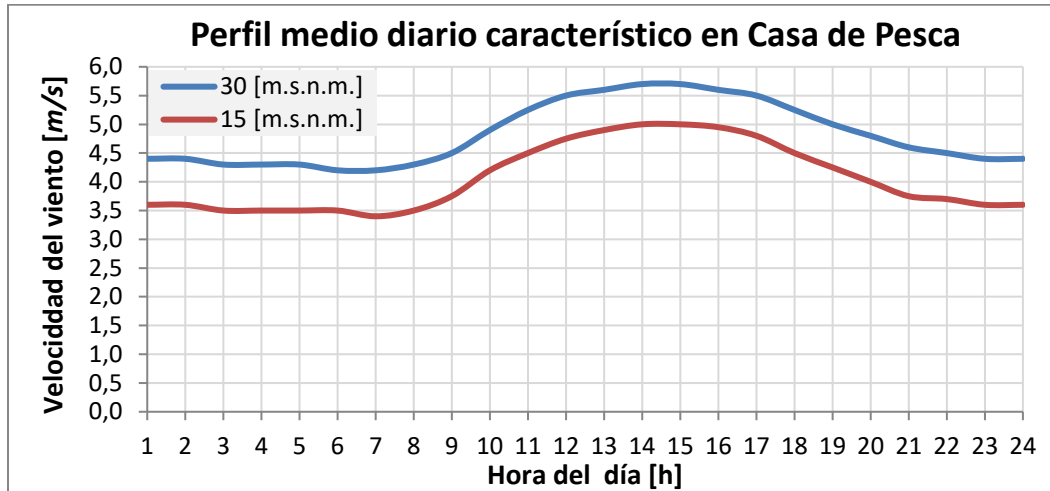


Ilustración 2-5: perfil medio característico en Casa de Pesca

Según estos resultados estadísticos, la velocidad media cúbica mensual, comparada con la velocidad media mensual, es 1,19 [%] mayor. Igualmente, la velocidad media cúbica diaria, comparada con la velocidad media diaria es 1,21 [%] mayor. Por lo tanto, para calcular la potencia útil media anual habría que aplicar las respectivas proporciones:

$$v_{med\ 3\ anual} = K_A \cdot K_d \cdot v_{med\ mensual}$$

$$v_{med\ 3\ anual} = 1,0119 \cdot 1,0125 \cdot 4,19 \left[ \frac{m}{s} \right] = 4,29 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Dado que la densidad del aire está fuertemente influida por la temperatura ambiente y la altura sobre el nivel del mar, se hace necesario evaluar el valor  $d_A$  según las condiciones reales del lugar de emplazamiento.

Finalmente, los cálculos estructurales y de resistencia de las aspas y torre deben basarse en la velocidad estadística máxima, en la dirección predominante y en las ráfagas, las cuales, en algunos casos, pueden ser muy violentas.

En resumen, para la determinación del diseño mecánico, estructural y eléctrico es necesario evaluar, al menos, los siguientes parámetros:

- Coeficiente empírico  $\alpha$  propio del lugar, según estudio estadístico;
- Velocidad del viento a la altura del eje de la turbina, según coeficiente empírico  $\alpha$ ;
- Densidad del aire, según altura sobre el nivel del mar y temperatura ambiente;
- Velocidad máxima y dirección predominante del viento y posibles obstáculos y
- Promedios cúbicos de las velocidades del viento, según las estadísticas disponibles, para cada uno de los períodos de integración considerados: hora, día, mes, año.

En las hojas "Velocidad viento según altura", "Velocidad según altura (2)" y "ejercicio Casa de Pesca" del archivo asociado al Capítulo 2 en la página web del libro, el lector podrá replicar los cálculos realizados y determinar la velocidad del viento según la altura para otros datos de entrada.

#### 2.4.4 Tecnologías

Los diseños modernos se reducen prácticamente a las siguientes tres categorías de aerogeneradores:

- Turbinas con generador de corriente continua (sin colector o *brushless*), las más eficientes generalmente asociadas a sistemas de excitación constante a base de imanes permanentes de neodimio;
- Turbinas con generador sincrónico trifásico de velocidad variable, excitado mediante imanes permanentes de neodimio y
- Turbinas con generador de inducción trifásico, de velocidad variable, con rotor embobinado y anillos deslizantes. Este tipo de generadores se combinan con un sistema de control automático de sincronismo y deslizamiento, mediante la inyección de una señal de frecuencia trifásica al rotor que les permita mantenerse constantemente sincronizados a la red principal, según la siguiente ecuación básica:

$$\omega_s = \omega_r + \omega_d$$

En esta ecuación:

$\omega_s$  : velocidad angular / frecuencia sincrónica de la red;

$\omega_r$ : : velocidad angular / frecuencia del rotor y

$\omega_d$  : velocidad angular / frecuencia deslizamiento.



*Ilustración 2-6: planta híbrida eólico-solar de 5 [kW] de Escuela Isla Queullín con respaldo de batería, proyectada, construida y fotografiada en 2015 por el autor*

Dado que los sistemas eólicos siempre están sujetos a la variabilidad estadística del viento, todos los sistemas eólicos incluyen un sistema regulador electrónico automático de impedancia variable, capaz de inyectar a la red toda la energía generable disponible en el recurso. Estos sistemas se conocen con la sigla MPPT (*Maximum Power Point Tracker*). En los sistemas en isla se asocian a sistemas de acumulación CC (baterías), combinados con sistemas de inversión monofásicos o trifásicos CC/CA, capaces de generar su propia frecuencia y/o de sincronizarse con la frecuencia de la red.

## 2.5 Generación hidráulica

### 2.5.1 Conceptos generales

Históricamente la generación hidráulica en ha sido muy importante en Chile, especialmente en la zona central y centro-sur. Sin embargo, la incorporación de nuevas centrales hidráulicas de gran capacidad está fuertemente restringida por consideraciones ambientales y, también, por la creciente limitación del recurso.

No obstante, últimamente se ha popularizado la instalación de minicentrales hidráulicas privadas, que aprovechan los canales y caídas pequeñas que abundan en la zona central y centro-sur del País. Este tipo de centrales, así como la incorporación de centrales solares y eólicas privadas, combinadas con la posibilidad de inyectar los excedentes al sistema eléctrico local, han dado origen al concepto de generación distribuida, que, en un futuro cercano, modificará sensiblemente la composición de la matriz energética de los sistemas interconectados.

Las posibilidades de generar localmente tienen la ventaja adicional de que, dado que cada región debe tratar de ser autosuficiente según el recurso natural que disponga, minimiza la necesidad transportar grandes bloques de energía entre regiones. En otras palabras, si bien es conveniente y necesario interconectar las diversas regiones, de tal manera que todos los consumidores y generadores locales puedan acceder a los beneficios del intercambio diferencial, en general resulta antieconómico pretender exportar o importar grandes bloques de energía desde una región a otra.

La energía eléctrica que es posible obtener del agua se basa en la energía potencial y en la energía cinética del recurso. En las centrales de embalse como en las de pasada se puede suponer, en primera aproximación, que el agua disponible para la generación está en reposo, cuyo nivel superior se encuentra a cierta altura  $H$  sobre el nivel de punto de evacuación de la turbina.

En el caso de las centrales de embalse, la energía hidráulica acumulada en el embalse está dada por:

$$E_{HP} = d_{H_2O} g V H$$

Para un determinado caudal  $Q$ , la potencia hidráulica es:

$$P_H = d_{H_2O} g Q H$$

- $E_{HP}$  : energía hidráulica (potencial) embalsada;
- $d_{H_2O}$  : densidad del agua;
- $g$  : aceleración de gravedad;
- $V$  : volumen útil del embalse y
- $H$  : diferencia de cota.

Es necesario considerar que se producen pérdidas de carga en las tuberías de aducción, pérdidas mecánicas en la turbina y pérdidas electromecánicas en el generador. Por lo tanto, la potencia eléctrica que es posible obtener está dada por:

$$P_E = (\rho_H \cdot \rho_M \cdot \rho_E) P_H$$

- $\rho_H$  : rendimiento hidráulico de la aducción;
- $\rho_M$  : rendimiento mecánico de la turbina hidráulica y
- $\rho_E$  : rendimiento electromecánico del generador eléctrico.

### 2.5.2 Probabilidad hidrológica

La probabilidad hidrológica es un concepto matemático basado en las estadísticas del caudal de los ríos, medido mensualmente durante varios años. Permite calcular la probabilidad que existe de disponer del agua necesaria para los programas mensuales y anuales de producción de energía eléctrica, lo que, a su vez, permite dimensionar económicamente la potencia / inversión más adecuada al recurso hídrico disponible.

En la Tabla 2-10 se muestran las estadísticas mensuales de un río típico del valle central de Chile. A partir de las estadísticas mensuales de 10, 20 y más años, se calcula la probabilidad que existe de que el o los ríos que de la cuenca hidrológica que abastecen el embalse de la central dispongan de, por lo menos, un determinado caudal mínimo mensual. Las estadísticas históricas de los caudales mensuales se ordenan de menor a mayor (o de mayor a menor), lo que da origen a  $N$  columnas de doce datos cada una. En la tabla siguiente se muestra las

mismas cifras ordenadas de menor a mayor. Los doce puntos mensuales de menor caudal corresponden al menor caudal mensual registrado en cada uno de los meses de la muestra estadística. Dan origen a la curva de probabilidad máxima (100%). Esto significa que, según las estadísticas, existe un máximo de probabilidad de que el caudal del río sea igual o superior a este mínimo mensual histórico.

Tabla 2-10: estadísticas mensuales río valle central de Chile, caudal en  $\left[\frac{m^3}{s}\right]$

Estadísticas mensuales río valle central de Chile, caudal en $\left[\frac{m^3}{s}\right]$											
		Año N°									
	Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Otoño	Abr	50	75	25	105	90	225	200	175	140	250
	May	325	90	250	32	65	125	107	200	162	300
Invierno	Jun	105	215	50	25	130	80	400	450	300	350
	Jul	175	450	90	600	54	262	132	350	550	20
	Ago	100	150	525	200	450	375	550	25	287	57
	Sep	175	312	125	275	44	75	225	350	20	400
Primavera	Oct	10	17	300	50	175	75	125	25	225	275
	Nov	175	7	30	250	50	200	100	350	150	300
Verano	Dic	75	125	50	175	25	212	20	250	7	300
	Ene	50	225	150	15	125	32	100	75	250	187
	Feb	20	7	75	100	14	30	40	150	57	125
	Otoño	Mar	100	20	11	7	15	37	25	62	75

Cabe destacar que las estadísticas se muestran en año hidrológico, el cual comienza en el mes de abril de cierto año y finaliza en el mes de marzo del año siguiente, es decir, el primer mes es abril y el decimosegundo mes es marzo.

Los doce puntos mensuales de mayor caudal corresponden al mayor caudal mensual registrado en cada uno de los meses de la muestra y dan origen a la curva de probabilidad mínima. Esto significa que existe un mínimo de probabilidad de que el caudal del río sea igual o superior a este máximo mensual histórico, 10% en el ejemplo:

$$p_{\min} = \frac{1}{N} 100 [\%]$$



Al ordenar las muestras mensuales de menor a mayor (Tabla 2-11) se genera un total de  $N$  columnas de 12 muestras mensuales, cada una de las cuales corresponde a una determinada probabilidad hidrológica, de orden  $n$ :

$$p_n = \left(1 - \frac{n-1}{N}\right) \cdot 100 \text{ [%]}$$

Tabla 2-11: estadísticas mensuales río valle central de Chile, caudal en  $\left[\frac{m^3}{s}\right]$

Estadísticas mensuales ordenadas de menor a mayor, caudal en $\left[\frac{m^3}{s}\right]$											
n: Año hidrológico											
	Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Otoño	Abr	25	50	75	90	105	140	175	200	225	250
	May	32	65	90	107	125	162	200	250	300	325
Invierno	Jun	25	50	80	105	130	215	300	350	400	450
	Jul	20	54	90	132	175	262	350	450	550	600
	Ago	25	57	100	150	200	287	375	450	525	550
	Sep	20	44	75	125	175	225	275	312	350	400
Primavera	Oct	10	17	25	50	75	125	175	225	275	300
	Nov	7	30	50	100	150	175	200	250	300	350
Verano	Dic	7	20	25	50	75	125	175	212	250	300
	Ene	15	32	50	75	100	125	150	187	225	250
	Feb	7	14	20	30	40	57	75	100	125	150
Otoño	Mar	7	11	15	20	25	37	50	62	75	100
	<b>p [%]</b>	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10

Si los datos se han ordenado de mayor a menor, entonces la probabilidad hidrológica es simplemente:

$$p_n = \frac{n}{N} \cdot 100 \text{ [%]}$$

En la práctica, se acostumbra a graficar las curvas de probabilidad de 10% en 10%, interpolando entre las respectivas probabilidades exactas, desde la curva de caudal menor, correspondiente a la probabilidad 100% hasta la de caudal máximo, correspondiente a la probabilidad mínima.

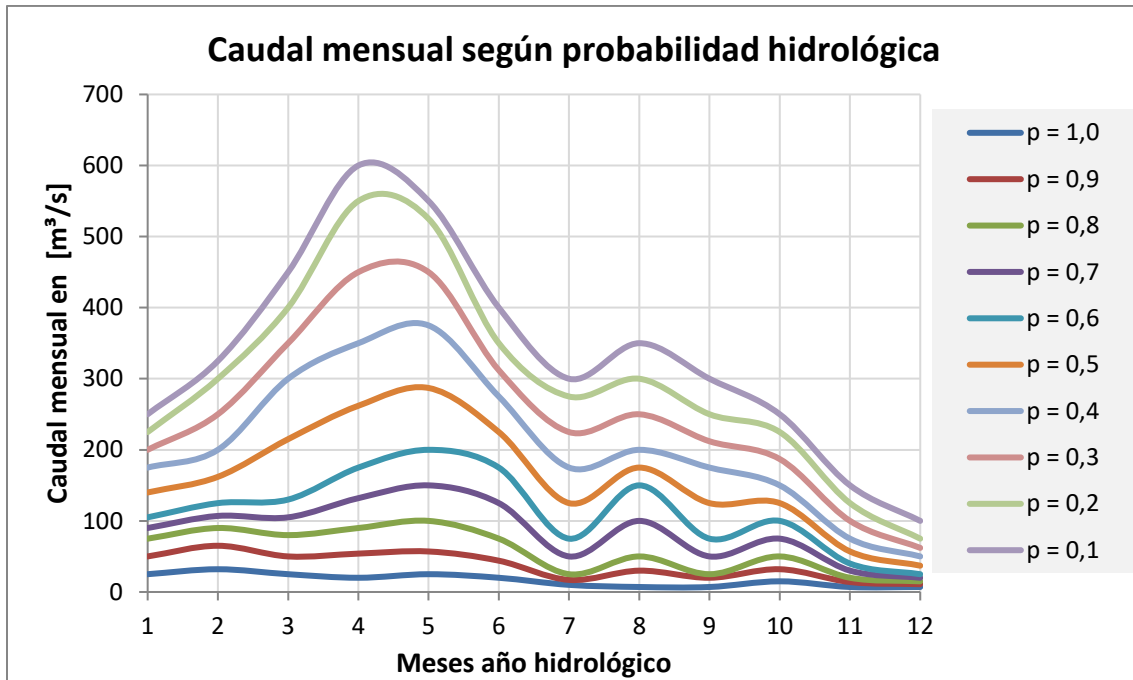


Ilustración 2-7: caudal mensual río valle central según probabilidad hidrológica

En la Ilustración 2-8 se muestra una estadística aproximada, que solo tiene carácter ilustrativo, representativa de los afluentes del embalse Rapel, ubicado en la Región del Libertador Bernardo O'Higgins, en la cual se muestran las curvas de probabilidad hidrológica 5%, 10%, 50%, 90% y 95%. Según este ejemplo, la central podría garantizar, con una probabilidad del 90%, una producción anual de, a lo menos, 485 [GWh], aun cuando podría generar 1.058 [GWh] anuales, pero con una seguridad de solo un 10%.

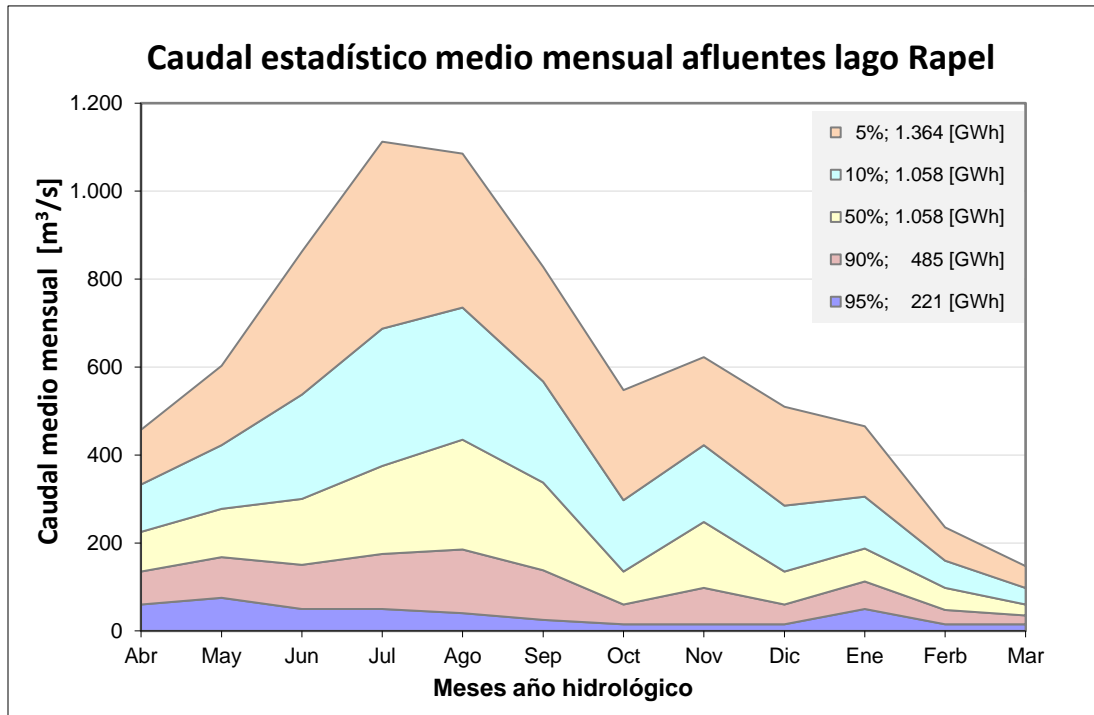


Ilustración 2-8: caudal estadístico medio mensual afluentes embalse Rapel

Hace algunos años atrás, cuando aún no se había notado claramente el cambio climático que hoy estamos comprobando, se recomendaba que, en lo posible, se utilizaran las estadísticas de los últimos cincuenta (50) años consecutivos. Actualmente, sin embargo, dado que en el valle central de Chile los años son cada vez más secos y cálidos, creemos que es más apropiado utilizar las estadísticas móviles de los últimos diez (10) años consecutivos, estadísticas que, necesariamente habría que actualizar año a año.

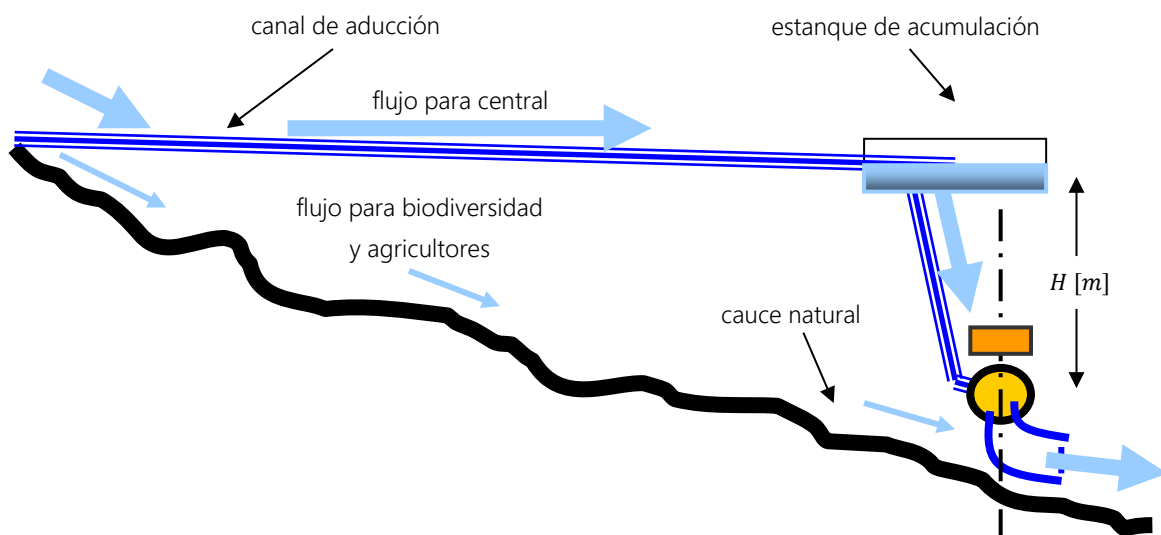
Como se puede ver, las variaciones de una probabilidad a otra son bastante importantes. Si se compara la probabilidad hidrológica de los ríos de la zona central de Chile con la de los ríos ubicados más al sur, es posible observar que las curvas de probabilidad son menos dispersas. En efecto, como sabemos, en las zonas comprendidas entre la Región del Bío Bío y la Región de Los Lagos, las lluvias en primavera y verano son frecuentes. Además, dado que la nieve permanece por más tiempo sin derretirse, las diferencias entre un año seco y uno lluvioso no son tan marcadas.

En el valle central es posible observar que la temporada de lluvias se inicia en abril, mes que marca el comienzo del año hidrológico. Luego, los caudales empiezan a aumentar

hasta alcanzar su máximo en invierno. Durante la primavera, es posible observar una disminución, para luego volver a aumentar debido a los deshielos. Finalmente, los caudales disminuyen durante el verano, hasta alcanzar su nivel mínimo a comienzos del otoño.

### 2.5.3 Centrales de pasada

Las centrales de pasada se caracterizan por generar según el caudal del río que las abastece, de tal manera que su producción diaria es directamente proporcional al flujo disponible. En este tipo de centrales el agua se capta aguas arriba de la central, en un punto denominado bocatoma, desde donde se desvía por canales, túneles o tuberías hasta el punto de caída o cámara de carga de la central. Desde allí se hace caer por tuberías hasta las turbinas generadoras y, finalmente, se devuelve al río, aguas abajo de la central.



*Ilustración 2-9: esquema de una central de pasada con estanque de acumulación diario*

La necesidad de respetar los caudales necesarios para la agricultura entre la bocatoma y la tubería de aducción y a la necesidad de mantener la biodiversidad del río, no permiten utilizar o desviar toda el agua hacia la central de pasada. Sin embargo, dado que la central devuelve al río todo el caudal extraído en la bocatoma, el cauce natural adquiere nuevamente sus características originales y, por lo tanto, no altera las características hidrológicas del valle aguas abajo de la central.

En este tipo de centrales es necesario considerar que el agua puede demorar bastante tiempo en llegar desde la bocatoma hasta las turbinas. Cuando los canales de aducción son muy largos, el agua puede tardar cinco, diez, veinte o más minutos en llegar a su destino, de tal manera que si se desea atender la demanda es necesario considerar que la respuesta de la central no puede ser instantánea. Luego, cuando la demanda disminuye (después de las 23:00 hrs., por ejemplo), los operadores se ven obligados de dejar pasar el agua río abajo, sin aprovechar su energía.

Para mejorar la eficiencia energética, algunas centrales de pasada disponen de un estanque de sobrecarga, conocido también como estanque de acumulación diaria, capaz de almacenar suficiente agua durante las horas de poca demanda para abastecer la demanda requerida durante las horas de punta diaria. Luego, cuando disminuye la demanda, el agua disponible llena nuevamente el estanque, aprovechándose, de esta manera, mucho mejor el caudal medio diario disponible.

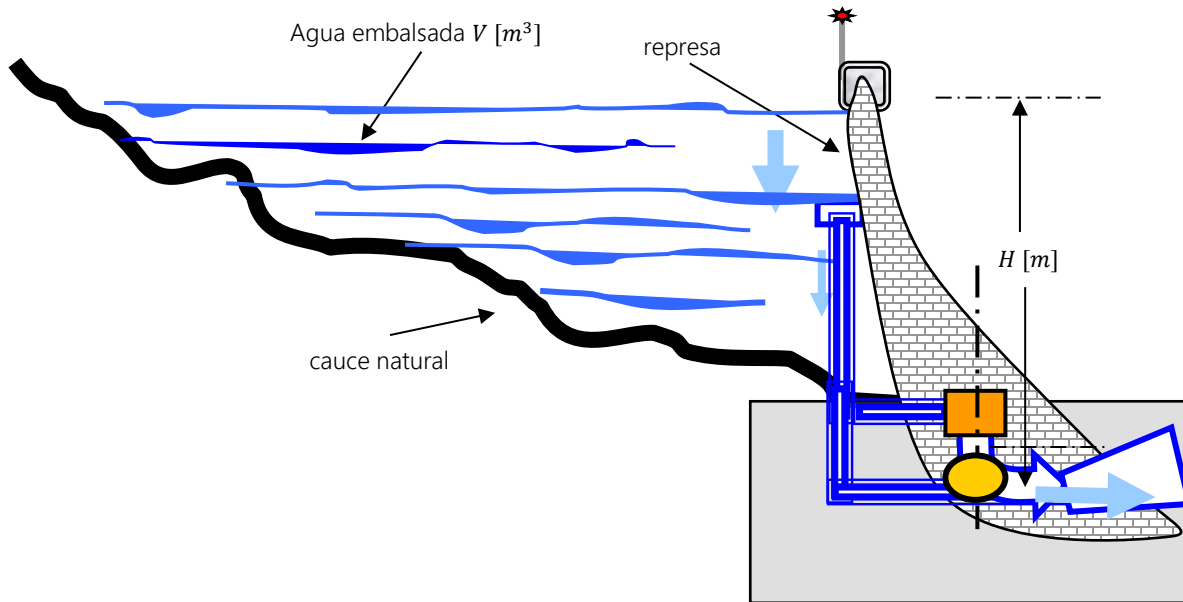
Con el objeto de estabilizar el caudal aguas abajo de la central, adicionalmente debe instalarse otro estanque de acumulación, de capacidad similar al de sobrecarga. De esta manera es posible recuperar y garantizar, a todo evento, las características originales del río.

### 2.5.4 Centrales de embalse

Las centrales de embalse se caracterizan por disponer de un lago o embalse artificial capaz de almacenar toda el agua que anualmente recogen los ríos, vertientes y cursos de agua que convergen a la cuenca hidrológica.

Generalmente la casa de máquinas, en donde se encuentran las turbinas y generadores, se instala al pie del muro o en caverna, muy cerca del fondo del lago, de tal manera que la distancia que deba recorrer el fluido sea lo más corta posible, lo que permite una respuesta rápida a las variaciones de la demanda eléctrica. Por esta razón, este tipo de centrales son ideales para atender minuto a minuto las variaciones instantáneas de la demanda.

## Sistemas de generación de la energía eléctrica



*Ilustración 2-10: esquema de una central de embalse*

Dado el gran volumen que es posible almacenar, el programa diario o mensual de producción se puede independizar de las variaciones estacionales del recurso. Esta posibilidad permite generar los mayores niveles de energía que se requieren en invierno a expensas del agua acumulada y de la que se pueda acumular por efecto de las lluvias. Luego, en primavera, cuando disminuye la demanda eléctrica, es posible almacenarla gracias a las últimas lluvias del año y de los deshielos, para ocuparla durante los meses secos.

Algunos embalses extraordinariamente grandes permiten acumular agua de un año para otro, lo que, en cierta forma, permite amortiguar el efecto de los años secos respecto de los años más lluviosos. Tal es el caso del embalse natural Laguna del Laja, único en sus características en la geografía nacional, siendo el embalse que entrega la mayor parte de la energía embalsada al Sistema Eléctrico Nacional.

Esta forma de generar, aparentemente ideal, afecta gravemente el equilibrio ecológico aguas abajo del embalse y, además, entra en franca contradicción con los intereses y derechos de los pobladores y agricultores de la zona. Como sabemos para la agricultura es fundamental regar en primavera y verano, mientras que, para los fines de la energía eléctrica, lo ideal es acumular agua durante estas mismas fechas. De esta forma, la generación mínima en dichas estaciones queda dada por los derechos de agua aguas abajo del embalse.

En megaproyectos de este tipo se hace necesario estudiar con mucho cuidado las disponibilidades hidráulicas anuales según las estadísticas hidrológicas existentes, con el objeto de que sea posible diseñar centrales que, junto con aprovechar al máximo el recurso hídrico disponible, puedan operar eficientemente sin afectar a la agricultura ni al ecosistema. Con este objeto, las centrales de embalse deben permitir derrames de agua no generada (agua viva como la llaman algunos campesinos), lo que permite regular el caudal del río.

De esta manera es posible respetar las necesidades y derechos de agua de los agricultores y asociaciones de canaeros ubicados en la zona de influencia de la cuenca hidrológica. También es necesario considerar que, dado que este tipo de grandes lagos artificiales afecta sensiblemente las características del clima y ecosistema local, se hace necesario analizar cuidadosamente sus consecuencias, sean negativas o positivas.

A continuación, se presenta un ejemplo correspondiente a una central de embalse típica, de las siguientes características:

Potencia nominal central	:	$P_n = 500 [MW]$
Cota máxima nivel del embalse	:	$H_{m\acute{a}x} = 580 [m. s. n. m]$
Cota piso canal evacuación	:	$H_0 = 450 [m. s. n. m]$
Ancho canal de evacuación	:	$a = 30 [m]$
Altura máxima caudal de evacuación	:	$h_{m\acute{a}x} = 3,0 [m]$
Rendimiento hidráulico aducción	:	$\rho_H = 97 [\%]$
Rendimiento turbina hidráulica	:	$\rho_M = 95 [\%]$
Rendimiento eléctrico generador/transformador	:	$\rho_E = 96 [\%]$

La aplicación de las ecuaciones conduce al siguiente caudal necesario:

Potencia hidráulica nominal necesaria	:	$P_{H,n} = \frac{P_n}{\rho_E \cdot \rho_M \cdot \rho_H} = 565,20 [MW]$
Altura de caída nominal efectiva	:	$H_n = (H_{m\acute{a}x} - H_0) = 130 [m]$
Caudal necesario para la potencia nominal	:	$Q_n = \frac{P_{H,n}}{d \cdot g \cdot H_n} = 443,2 \left[ \frac{m^3}{s} \right]$

## 2.5.5 Turbinas en canales y cursos de agua a nivel y centrales mareomotrices

Los canales y cursos de agua se caracterizan por estar a nivel, razón por la cual no disponen de energía potencial. Sin embargo, dado que el fluido tiene velocidad, tiene energía cinética, parte de la cual se puede extraer mediante turbinas apropiadas.

Este tipo de turbinas no se diferencian mucho de las turbinas eólicas salvo en lo que se refiere a la densidad, viscosidad y a las pérdidas por roce. En efecto, al igual que en el caso de las turbinas eólicas, el caudal debe seguir su curso aguas abajo de la turbina, por lo tanto, es necesario que mantenga cierta velocidad. La potencia útil que se puede obtener de la energía cinética del fluido también está dada por el límite de Betz.

Para  $Q = S_1 v_1$ ,

$$P_1 = \frac{1}{2} S_1 d v_1^3 = \frac{1}{2} Q d v_1^2$$

La potencia cinética aprovechable es:

$$P_0 = \beta_B P_1 = \beta_B \frac{1}{2} S_1 d v_1^3$$

La potencia cinética evacuada es:

$$P_2 = (1 - \beta_B) \frac{1}{2} S_1 d v_1^3$$

En estas ecuaciones:

- $Q$  : caudal del canal y/o flujo que pasa por la turbina en  $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ ;
- $S_1$  : sección o superficie del canal y/o sección equivalente de la turbina en  $[m^2]$ ;
- $d$  : densidad del agua en  $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$  ( $d_{H_2O} = 1.000 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$ );
- $v_1$  : velocidad del fluido delante de la turbina en  $\left[\frac{m}{s}\right]$  y
- $\beta_B$  : límite de Betz (0,5925 [0/1]).



Cuando el canal o río es grande y caudaloso, se pueden instalar varias turbinas en paralelo. Distinguimos, por lo tanto, el flujo  $Q_C$  y sección  $S_C$  del canal, del flujo  $Q_T$  y sección  $S_T$  parcial que toma cada una de las turbinas instaladas en el curso de agua.

La velocidad  $v$  que adquiere el caudal depende, básicamente, de la pendiente  $i$  del canal y del coeficiente de roce hidráulico  $r$  que encuentra el fluido en su trayecto: según la pendiente, la fuerza de gravedad lo impulsa, mientras que el roce hidráulico lo frena. Cuando ambas fuerzas se igualan, el fluido adquiere una velocidad constante  $v$ . En estas condiciones:

$$r = i \rightarrow v = cte$$

Existen muchos estudios respecto de cómo o de qué manera calcular y medir el roce hidráulico de diferentes perfiles de canales, tuberías o cursos de agua naturales, materia que está ampliamente tratada en los textos de hidráulica. En general se acepta que el roce hidráulico aumenta con la velocidad media del fluido, según una función empírica cuadrática del tipo:

$$r = r_0 + r_1 v + r_2 v^2$$

Un canal rústico, labrado directamente en la tierra, comparado con un canal bien construido de paredes pavimentadas y afinadas al estuco duro, presenta coeficientes de roce hidráulico mayores, cuyos valores aproximados comparados son como los que se muestran en la Tabla 2-12.

Vemos así que, si se conoce la pendiente  $i$  y los coeficientes de roce hidráulicos  $r_j$  característicos del perfil del canal, es posible calcular la velocidad despejándola de la ecuación:

$$r = r_0 + r_1 v + r_2 v^2$$

$$v = \frac{\sqrt{r_1^2 + 4 r_2 (i - r_0)} - r_1}{2 r_2}$$

Tabla 2-12: coeficientes aproximados para canales de regadío pequeños

	Canal rústico	Canal pulido
$r_0$ [0/1]	0,00400	0,00167
$r_1$ $\left[\frac{s}{m}\right]$	0,00100	0,00009
$r_2$ $\left[\frac{s^2}{m^2}\right]$	0,00002	0,00002

El ejemplo que se desarrolla a continuación corresponde a una turbina tipo rueda de paletas que se instaló en un canal de regadío de una escuela agrícola de la Región del Maule. La información básica del proyecto es la siguiente:

Datos del canal:

Caudal disponible :  $Q_C = 2,7 \left[\frac{m^3}{s}\right]$

Ancho del canal :  $a_C = 1,60 [m]$

Altura máxima del canal (sin desborde) :  $h_{m\acute{a}x} = 0,9 [m]$

Pendiente media del canal :  $i = 0,0070 [0/1]$

Coeficientes de roce hidráulico :  $\begin{cases} r_0 = 0,004 [0/1] \\ r_1 = 0,0010 \left[\frac{s}{m}\right] \\ r_2 = 0,00002 \left[\frac{s}{m}\right]^2 \end{cases}$

Datos de la turbina de paletas:

Ancho boca turbina :  $a_T = 0,60 [m]$

Rendimiento hidráulico turbina :  $\rho_H = 85 [\%]$

Rendimiento transmisión mecánica :  $\rho_M = 77 [\%]$

Rendimiento generador y sistema eléctrico :  $\rho_E = 96 [\%]$

A partir de esta información se plantean los siguientes cálculos y resultados:

Velocidad media del caudal :  $v = \frac{\sqrt{r_1^2 + 4 r_2 (i - r_0)} - r_1}{2r_2} = 2,839 \left[\frac{m}{s}\right]$

Potencia cinética del fluido :  $P_{C,1} = \frac{1}{2} d Q v_1^2 = 10,880 [kW]$

Potencia disponible en boca turbina :  $P_{T,1} = P_{C,1} \left(\frac{a_T}{a_C}\right) = 4,080 [kW]$

Potencia extraíble de la turbina (según Betz)	: $P_{T,0} = \beta_B P_{T,1} = 2,417 [kW]$
Potencia eléctrica generable	: $P_E = \rho_H \rho_M \rho_E P_{T,0} = 1,503 [kW]$
Altura del caudal delante de la turbina	: $h_1 = \frac{Q}{v_1 a_C} = 0,594 [m]$
Potencia remanente detrás turbina	: $P_{C,2} = P_{C,1} - P_{T,0} = 8,462 [kW]$
Velocidad del caudal detrás turbina	: $v_2 = \sqrt{\frac{2P_{C,2}}{Q d}} = 2,504 \left[\frac{m}{s}\right]$
Altura caudal detrás turbina	: $h_2 = \frac{Q}{v_2 a_C} = 0,674 [m]$
Peralte detrás de la turbina	: $\Delta h = h_2 - h_1 = 0,080 [m]$

Como vemos, dado que al fluido se le extrajo una fracción de su energía cinética, la velocidad inmediatamente detrás de la turbina es menor y, por lo tanto, el nivel del fluido necesariamente debe peraltarse, en este caso,  $0,080 [m]$ . Sin embargo, dado que el canal tiene una pendiente media del  $0,7 [‰]$ , el caudal adquiere su potencia cinética y nivel original en cuanto, por efecto de la gravedad, la masa del fluido adquiere nuevamente su velocidad de régimen normal.

En las hojas "Caudal Río Lauca" y "Minicentral en canal" del archivo asociado al Capítulo 2 en la página web del libro, el lector podrá encontrar dos ejercicios aplicados que hacen referencia a la generación hidráulica.

## 2.6 Generación solar

Existen dos tipos de centrales de generación solar, según si aprovechan el efecto fotoeléctrico o el calor radiante, conocidas como centrales fotovoltaicas y centrales termosolares, respectivamente.

Según la Ley de Radiación de Planck, la intensidad de la radiación solar es función de la temperatura de su superficie, cuyo valor se estima en  $5.778 [K]$ . El cálculo de este valor se realiza en la hoja "Temperatura del sol" del archivo asociado al Capítulo 2 en la página web del libro.

La irradiancia (potencia incidente por metro cuadrado) que llega a la superficie exterior de la atmósfera de la Tierra es inversa del cuadrado de la distancia Sol-Tierra. Esta distancia varía según la órbita elíptica que la Tierra describe en su movimiento de traslación por el plano de la eclíptica. Para los fines prácticos, actualmente se considera que la distancia media Sol-Tierra es:

$$R_{ST} = 1,49598 \cdot 10^{11} [m]$$

La gráfica de la Ilustración 2-11 nos muestra la distribución de la irradiancia solar por unidad de longitud de onda  $\frac{\partial p}{\partial \lambda}$  que llega a la superficie exterior de la atmósfera. La integral de esta curva conduce a una irradiancia total  $p = 1.405 \left[ \frac{W}{m^2} \right]$ . Las prácticas normalizadas que se aplican actualmente consideran una irradiancia de  $1.353 \left[ \frac{W}{m^2} \right]$ , valor coherente con esta cifra teórica.

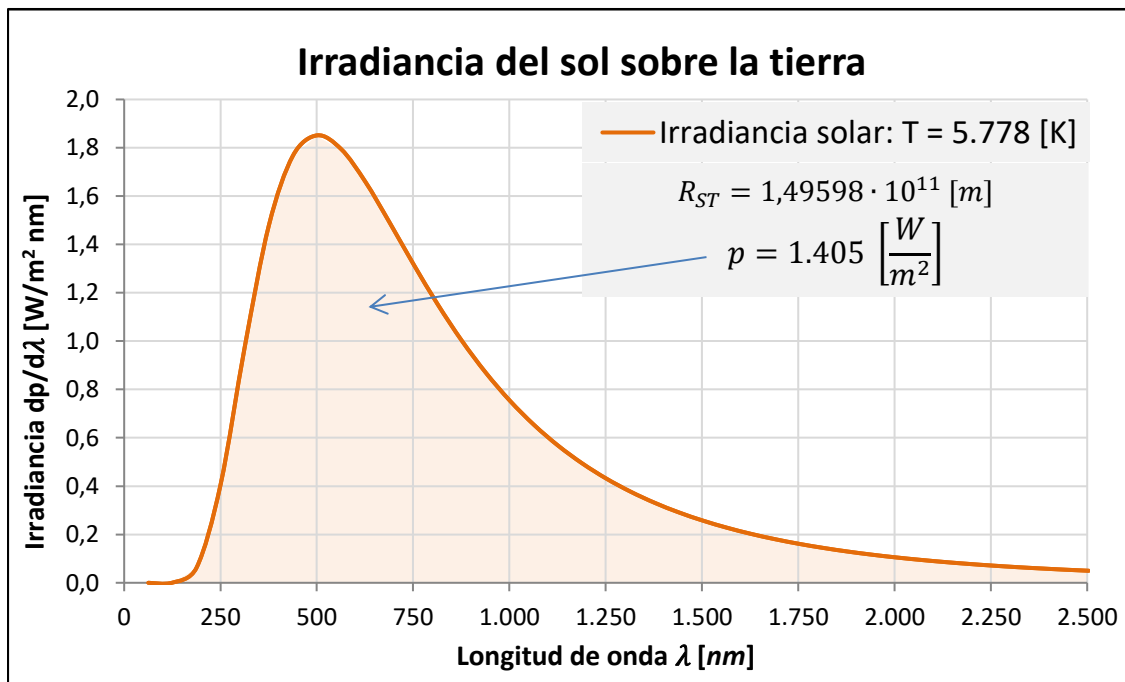


Ilustración 2-11: irradiancia del Sol sobre la Tierra

## 2.6.1 Centrales de generación fotovoltaica

### 2.6.1.1 Efecto fotoeléctrico

Cuando la luz (fotones) incide sobre la superficie de un metal o semiconductor, se desprenden electrones de las capas periféricas de sus átomos, transformándolos en

electrones dotados de cierto nivel de energía que, eventualmente, les permite transferir el exceso hacia un circuito eléctrico exterior.

Este tipo de generación se basa en el fenómeno conocido como efecto fotoeléctrico, descubierto por Heinrich Hertz en 1887, quién al observar que el arco que salta entre dos electrodos conectados a alta tensión alcanza distancias mayores cuando está iluminado por luz ultravioleta que estando en la oscuridad, concluyó que, de alguna manera, la luz ultravioleta transfiere energía cinética a las partículas del arco. No fue sino hasta el año 1905 en que Albert Einstein publicó un estudio teórico matemático que explicaba el fenómeno basado en la teoría cuántica de la energía, formulada pocos años antes por Max Planck. Este estudio le valió el premio nobel en el año 1921. Según esta teoría, a escala atómica, la luz se comporta como partícula o fotón, cuya energía  $E$  es proporcional a la frecuencia  $f$  de la onda lumínica y a la constante  $h$  de Planck:

$$E = h f, h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ [Js]}$$

Cuando los fotones inciden en los electrones de las órbitas periféricas de los átomos, pueden transferirles toda o parte de su energía, impulsándolos a niveles energéticos superiores. Como sabemos, cada uno de los electrones que orbitan en torno a los núcleos, ocupa una posición o nivel energético cuántico  $E_k$ , que determina su órbita o nivel característico único en la configuración del átomo al que pertenece.

Cuando los electrones son bombardeados por fotones de mayor energía, éstos pueden saltar, zafarse de su órbita y energía potencial normal, adquiriendo energía cinética adicional  $E_c$ , cuyo valor es igual a la diferencia entre la energía  $E$  del fotón y la energía  $E_k$  característica de su órbita, lo que, eventualmente, le permite transferir el excedente de energía a un circuito eléctrico exterior o, simplemente, emitirla como luz monocromática:

$$E_c = E - E_k$$

A presión y temperatura normal, los electrones de las capas superiores de los átomos de metales y semiconductores tienen un nivel energético  $E_k$  característico, que les permite intercambiar o transferir su energía con electrones del mismo nivel energético de los átomos

vecinos, lo que les permite moverse libremente por los intersticios de la red cristalina. A estos electrones se les conoce como electrones libres de conducción. Sin embargo, dado que su nivel energético no es suficientemente alto, permanecen cautivos al campo eléctrico y gravitacional de la masa cristalina a la que pertenecen. Es decir, si bien pueden moverse libremente al interior de la red cristalina, su energía es inferior a la necesaria para escapar del cristal.

Para que los electrones libres de conducción puedan efectivamente establecer una corriente eléctrica, es decir, para que puedan moverse hacia otros medios conductores, transportando excedentes de energía, es necesario que su nivel energético les permita zafarse del campo eléctrico y gravitacional de los núcleos de la red cristalina con una velocidad igual o superior a la de escape. La energía mínima necesaria para que los electrones libres de conducción puedan zafarse de la red cristalina y pasar al exterior se conoce como función trabajo  $\phi$ <sup>9</sup>. Estas bandas o niveles de energía dependen de la temperatura y están descritas por la Función de Fermi.

A partir de estos conceptos y con el objeto de hacer mediciones de tipo experimental, Einstein ocupa la siguiente forma para su ecuación teórica:

$$E_E = h f - \phi$$

$E_E$  : energía eléctrica de los electrones emitidos, medida experimentalmente en el circuito eléctrico exterior de la celda fotoeléctrica y

$\phi$  : función trabajo.

Para que la energía eléctrica  $E_E$  transportada por los electrones emitidos pueda efectivamente circular, medirse y consumirse en el circuito eléctrico exterior, la energía  $E$  de los fotones debe ser mayor que la función trabajo  $\phi$ . Por lo tanto, la frecuencia de la onda

---

<sup>9</sup> La función trabajo  $\phi$  se refiere a la energía mínima necesaria (trabajo mecánico) para que los electrones libres de conducción, que se encuentran en el Nivel de Fermi, logren liberarse, desprenderse del campo eléctrico y gravitacional de los núcleos de la red cristalina a la que pertenecen. Para esto, su energía cinética debe ser igual o superior a la energía potencial que les corresponde según la carga eléctrica y distancia relativa al núcleo al cual pertenece. Este concepto es similar al concepto de velocidad de escape, de amplia aplicación en astronáutica.

luminosa (su color) debe ser mayor que una cierta frecuencia umbral  $f_0$ , a partir de la cual se puede observar y medir el efecto fotoeléctrico:

$$E_E = h f - \phi > 0$$

Para  $E_E = 0$

$$h f_0 = \phi$$

$$f_0 = \frac{\phi}{h}$$

Para medir experimentalmente la energía eléctrica  $E_E$  de los electrones, basta con medir la tensión en vacío en bornes de la celda fotoeléctrica. En efecto, dado que la tensión es la energía por unidad de carga, la ecuación queda, para  $E_E = e \cdot U_0$

$$U_0 = \frac{h}{e} (f - f_0)$$

$e$  : carga eléctrica del electrón  $-1,60219 \cdot 10^{-19}$  [C] y

$U_0$  : tensión en bornes [V] (a corriente de salida nula).

El experimento clásico consiste en aplicar una tensión en bornes de una celda fotoeléctrica iluminada por una fuente de luz monocromática de frecuencia  $f$ , conectada a un circuito eléctrico exterior en puente, de tensión variable, como el que se muestra en la Ilustración 2-12.

Cuando la corriente es nula, la tensión aplicada corresponde a la tensión en vacío  $U_0$ . Al repetir el experimento con luces de mayor frecuencia (azul o violeta), la tensión aumenta linealmente. También es posible observar que para luces de colores de menor frecuencia (rojo) la tensión es cero, es decir, no hay efecto fotoeléctrico.

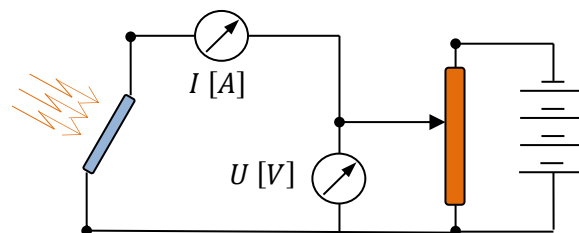


Ilustración 2-12: experimento clásico para medir efecto fotoeléctrico

En la Tabla 2-13 se muestra el valor de la función trabajo y la frecuencia umbral de algunos metales. Igualmente, en Ilustración 2-13 se muestra el espectro de luz visible, así como la longitud de onda de la luz infrarroja y ultravioleta en nano metros [nm].

Tabla 2-13: función trabajo y frecuencia umbral para diversos metales

Elemento metálico	Función trabajo [J]	Función trabajo [eV]	Frecuencia umbral [THz]	Longitud de onda [nm]
Ag	$7,58 \cdot 10^{-19}$	-4,73	1.144	262
Al	$6,54 \cdot 10^{-19}$	-4,08	987	304
Au	$8,20 \cdot 10^{-19}$	-5,12	1.238	242
Cu	$7,50 \cdot 10^{-19}$	-4,68	1.132	265
Fe	$7,71 \cdot 10^{-19}$	-4,81	1.164	258
Li	$4,69 \cdot 10^{-19}$	-2,93	708	424
Si	$7,77 \cdot 10^{-19}$	-4,85	1.173	256
K	$3,67 \cdot 10^{-19}$	-2,29	554	541

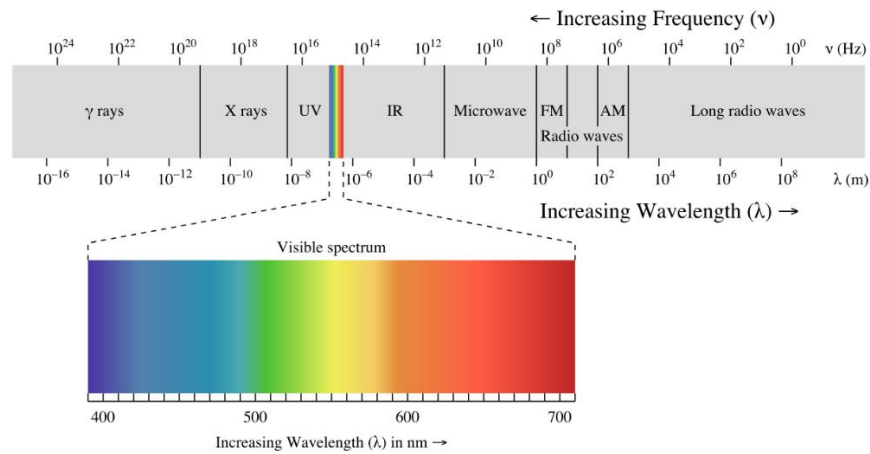


Ilustración 2-13: espectro visible de luz

La gráfica de la Ilustración 2-14 está hecha para el potasio (K), cuya función trabajo es de -2,29 [eV] y su frecuencia umbral de 554 [GHz], correspondiente a una longitud de onda de 541 [nm].



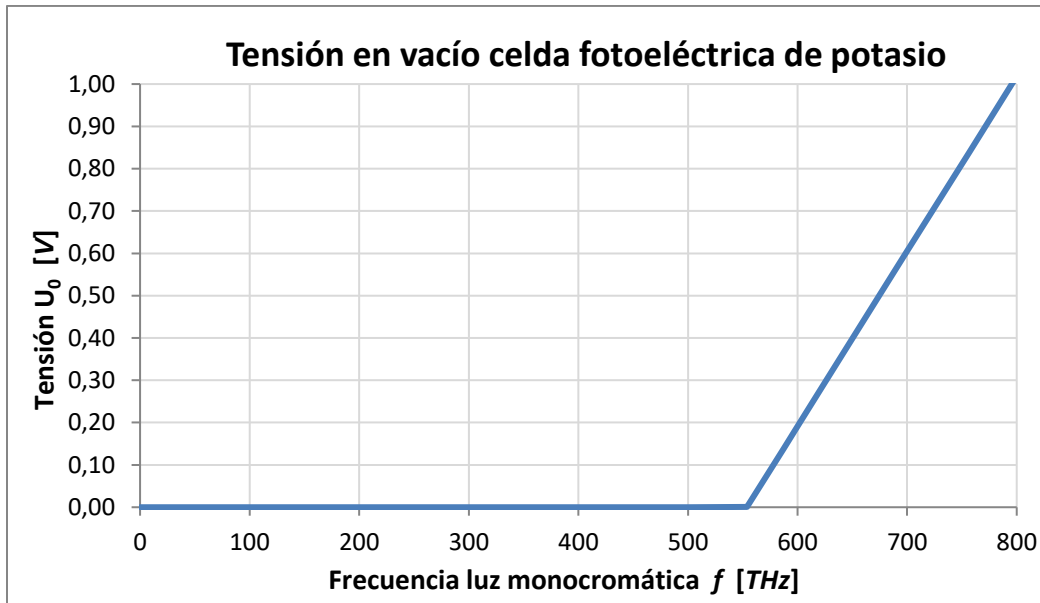


Ilustración 2-14: tensión en vacío celda fotoeléctrica de potasio

Vemos que, independientemente de la irradiancia, la tensión, entendida como la energía por unidad de carga de los electrones de conducción desprendidos de la masa cristalina, solo depende de la frecuencia de la luz incidente, que, en el caso de la luz solar, es aproximadamente constante. El flujo de cargas por unidad de tiempo, la intensidad de la corriente, en cambio, es directamente proporcional a la irradiancia que llega a la superficie de las placas solares.

En la hoja "Función Trabajo" del archivo asociado al Capítulo 2 en la página web del libro, el lector podrá graficar la tensión en vacío de una celda fotovoltaica compuesta de otros materiales.

Según esta teoría, cualquier metal o semiconductor iluminado con una fuente de luz apropiada presentará el efecto fotoeléctrico en su superficie. Dado que la luz solar contiene ondas electromagnéticas de prácticamente todas las frecuencias, las celdas solares se construyen de manera que sea posible aprovechar el máximo de las componentes de frecuencia disponible del espectro, a partir de la frecuencia umbral del metal utilizado.

Como se puede ver en la gráfica de irradiancia Ilustración 2-11, para la frecuencia umbral del silicio de 117 [GHz], correspondiente a 256 [nm], la proporción de la radiación

solar que es posible convertir en energía eléctrica es comparativamente muy baja, lo que explica con meridiana claridad, la baja eficiencia energética de esta tecnología.

### 2.6.1.2 Circuito equivalente de una celda fotovoltaica

Desde el punto de vista eléctrico, una celda fotovoltaica se comporta como fuente de corriente, cuyo circuito equivalente se muestra en la Ilustración 2-15 y la respuesta en tensión en la Ilustración 2-16 .

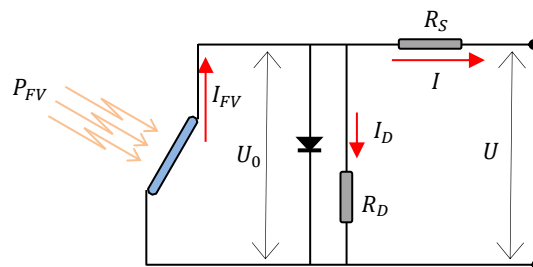


Ilustración 2-15: circuito equivalente celda fotoeléctrica

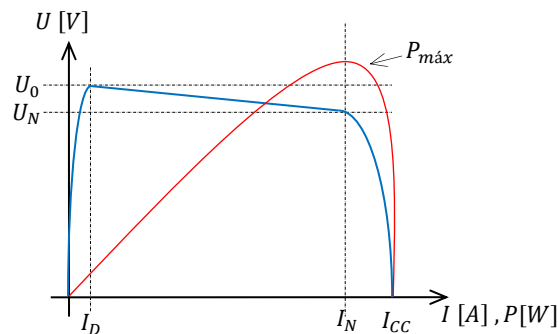


Ilustración 2-16: comportamiento celda fotoeléctrica tensión versus corriente y potencia

En circuito abierto, la corriente generada por la acción fotovoltaica se cierra sobre el diodo virtual equivalente, en donde se produce una caída de tensión propia o típica de cada tipo de metal fotovoltaico la cual, a partir del valor de saturación, se mantiene constante. Luego, en la medida que la celda entrega corriente al circuito exterior la tensión en bornes decae por efecto de las caídas de tensión provocadas por la resistencia eléctrica de los contactos internos y del metal emisor mismo, generándose una curva o respuesta similar a la que se muestra en la gráfica.

En la gráfica se muestran los siguientes parámetros típicos:

- $U_0$  : tensión en vacío (máxima);
- $U_N$  : tensión nominal;
- $I_N$  : corriente nominal;
- $P_{máx}$  : potencia de salida máxima y
- $I_{CC}$  : corriente de cortocircuito (máxima).

La aplicación de este modelo conduce a las siguientes ecuaciones:

$$I = I_{FV} - I_D$$

$$U = U_0 - I(R_D + R_S)$$

La corriente  $i_{FV}$  generada por el fenómeno fotovoltaico es directamente proporcional a la intensidad (la potencia  $p_f$ ) de la radiación solar a la frecuencia  $f$  que incide en la superficie de la celda:

$$i_{FV} = \frac{p_f}{U_0} = \left( \frac{e}{h(f - f_0)} \right) p_f$$

La corriente total es, por lo tanto, la sumatoria de todas las componentes presentes en la radiación de frecuencia igual o mayor a la frecuencia umbral  $f_0$ .

$$I_{FV} = \int_{f_0}^f i_{FV} \cdot \partial f$$

La potencia solar total incidente sobre el panel solar está, a su vez dada por coseno del ángulo de incidencia  $\alpha$ :

$$P_\alpha = F_{ATM} P_S \cos(\alpha)$$

En esta ecuación:

- $P_S$ : : irradiancia solar normal a la superficie del panel;
- $\alpha$  : ángulo de incidencia con respecto a la normal;
- $P_\alpha$  : irradiancia solar según ángulo de incidencia  $\alpha$  y
- $F_{ATM}$  : factor de transparencia de la atmósfera.

Respecto del factor de transparencia  $F_{ATM}$  es necesario puntualizar que parte de la radiación es absorbida por la atmósfera, cuyo espesor depende del ángulo de la trayectoria

de la luz con respecto a la vertical del lugar. Por lo tanto, aun cuando la superficie del panel solar se mantenga siempre normal a la dirección de la luz, la fracción de la potencia lumínica que llega finalmente al suelo varía según la declinación solar, latitud y hora.

Las nubes, la contaminación atmosférica y las suciedades depositadas sobre el panel, también absorben parte importante de la radiación solar disponible. Existen zonas de mucha irradiancia, pero polvorientas, sucias o contaminadas, que requieren de costosos sistemas de mantenimiento. También existen zonas de menor irradiancia solar, pero que gozan de lluvias frecuentes que limpian la atmósfera y la superficie de los paneles, lo que favorece la producción de energía fotovoltaica, tanto en cuanto a la producción anual, como al costo del mantenimiento.

También es necesario considerar que las diferentes componentes de frecuencia de la radiación solar se refractan y absorben en la atmósfera según su frecuencia. Esto significa que, aun cuando, teóricamente es posible determinar la posición exacta del sol, en la práctica el ángulo y la intensidad de las radiaciones es diferente para cada componente de frecuencia.

Por todas estas razones se hace necesario levantar estadísticas horarias, diarias y mensuales, que permitan formarse una idea más exacta de la irradiancia solar útil para los fines de la generación fotovoltaica disponible en cada lugar en estudio.

La potencia eléctrica que, finalmente, es posible cosechar dependerá de todos estos factores queda dada por:

$$P_E = P_S F_{ATM} \rho_\lambda \cos(\alpha_i)$$

En esta ecuación:

- $P_E$  : potencia eléctrica útil  $\left[\frac{W}{m^2}\right]$ ;
- $P_S$  : irradiancia solar normal ( $\alpha_i = 0$ )  $\left[\frac{W}{m^2}\right]$ ;
- $\alpha_i$  : ángulo de incidencia de la luz solar sobre la superficie;
- $F_{ATM}$  : factor de transparencia de la atmósfera y
- $\rho_\lambda$  : rendimiento medio de la transformación.

### 2.6.1.3 Equipos electrónicos periféricos

Lo normal es que los consumidores no se preocupen por el origen de la energía que demandan, como tampoco de la mayor o menor abundancia que pudiera haber a las diferentes horas del día. El cliente normal considera que la fuente de alimentación es una barra infinita, lo que en términos prácticos significa que, por una parte, la tensión es fija y constante y, por la otra parte, que puede demandar toda la potencia que desee a cualquier hora.

Esta modalidad de consumo entra en franca contradicción con la generación fotovoltaica la cual, como hemos visto, independientemente que pudiera ser tan abundante como se desee, solo está disponible a ciertas horas del día. Por esta razón, todos los sistemas fotovoltaicos están asociados a algún sistema que, por un parte, coseche el máximo de energía eléctrica disponible durante el día y, por la otra parte, sea capaz de aprovechar o guardar toda la generación producida durante las horas de luz, para aprovecharla o consumirla a las horas que la demanden los consumidores.

La potencia instantánea consumida  $P_C$  está dada por la tensión  $U_C$  de la barra infinita y la impedancia o resistencia variable  $R_{C,t}$  del consumo, mientras que la potencia eléctrica  $P_E$  instantánea generada está dada por la ecuación planteada, la cual depende de la posición del sol y clima:

$$P_C = \frac{U_C^2}{R_{C,t}}$$

Vemos, así, que la cosecha media diaria, semanal o anual de energía fotovoltaica, debería, en lo posible, coincidir con la demanda media de energía consumida o con la que se proyecta inyectar al sistema. Este simple cálculo nos permite dimensionar los bancos de acumuladores o, en su defecto, evaluar cuánta energía es posible inyectar o vender al sistema interconectado:

$$E(t) = \int P_C \partial t = \int P_E \partial t$$

Con este objeto, se han ideado los dispositivos electrónicos conocidos como seguidores del punto de potencia máxima (MPPT o *maximum power point tracker*). Estos dispositivos se caracterizan por ser capaces de extraer la potencia máxima generada, independientemente de los niveles de tensión y corriente de la fuente generadora e independientemente de los niveles del consumo, transformándola en una fuente de tensión constante. Se comportan como una carga de impedancia variable, que se ajusta automáticamente a la relación  $(U, I)$  de la fuente.

Existen dispositivos de este tipo que entregan la potencia disponible a la tensión fija necesaria para cargar acumuladores (baterías) y, también, dispositivos que entregan la potencia disponible a la tensión y frecuencia de la red, todos los cuales se encuentran ampliamente descritos y publicitados por los diversos fabricantes especializados que existen en el mercado.

### 2.6.1.4 Tecnologías

El ideal es que el efecto fotoeléctrico no solo actúe sobre la superficie iluminada del metal o semiconductor, sino que, también, sobre capas más profundas. Esto se logra con metales y materiales que sean lo más transparentes posible a las diversas frecuencias de la radiación, razón por la cual se utiliza preferentemente el silicio en capas muy finas.

En este sentido, es necesario considerar que, según la tecnología de fabricación, hay paneles solares que responden mejor que otros a la luz difusa y a la contaminación. En particular, los paneles de tecnología micromorfa de pared delgada se prestan mejor para ambientes contaminados con mucha luz difusa que los paneles del tipo policristalino, permitiendo cosechas del orden de un 5 % mayor, con menos mantenimiento, pero con un costo de inversión del orden de un 20 % mayor.

Algunos paneles incluyen un espejo sobre el cual se depositan capas finísimas de material micromorfo, lo que permite que la luz actúe por ambas caras de la película de material activo.

Desde el punto de vista constructivo, lo normal es que cada celda fotovoltaica se combine con muchas otras, en diversas configuraciones serie-paralelo, hasta formar paneles de diversos tamaños, potencia y tensiones.

Los parámetros de diseño de un panel de 250 [W], descrito en las especificaciones técnicas de una conocida fábrica de paneles solares, son los siguientes:

Potencia nominal	: $P_N = 250 [W]$ <sup>10</sup>
Tensión en vacío	: $U_0 = 37,8 [V]$
Corriente de cortocircuito	: $I_{CC} = 8,71 [A]$
Tensión nominal	: $U_N = 30,7 [V]$
Corriente nominal	: $I_N = 8,14 [A]$
Ancho total	: $a = 992 [mm]$
Largo total	: $b = 1.640 [mm]$
Espesor total	: $d = 40 [mm]$
Masa	: $M = 19,5 [kg]$

A partir de estas informaciones de fábrica, es posible determinar los siguientes parámetros:

Área total del panel	: $A = 1,627 [m^2]$
Potencia unitaria	: $p = 153,7 \left[ \frac{W}{m^2} \right]$
Factor de transformación	: $\rho = 15,37 [\%]$
Resistencia interna nominal	: $R_i = 872 [m\Omega]$

Si se desean mesas de 1,5 [kW] cada una, éstas se pueden armar con seis (6) paneles dispuestos en dos (2) filas horizontales de tres (3) paneles cada una, o en una sola fila

---

<sup>10</sup> Según las normas ISO actuales, la potencia nominal de un panel solar se refiere a la potencia eléctrica que puede entregar cuando incide normalmente en su superficie una radiación solar de 1.000  $\left[ \frac{W}{m^2} \right]$ , a 25 [°C].

horizontal. Si se ha optado por un sistema convertidor-regulador de  $96 [V]_{cc}$  de entrada, los paneles se pueden conectar en grupos de tres (3) en serie.

#### 2.6.1.5 Sistemas de seguimiento

El ideal es que la superficie del panel solar se mantenga normal a la dirección de la luz incidente ( $\cos \alpha = 1$ ). Distinguimos los siguientes grupos de tecnologías:

##### Paneles fijos inclinados según un ángulo óptimo

En el Norte de Chile, como todas aquellas regiones del planeta en donde abunda la radiación solar y existen grandes extensiones de terreno disponibles, resulta mucho más económico instalar sistemas fijos sin seguimiento. En efecto, para lograr una determinada potencia y energía anual es preferible aumentar la cantidad y superficie de paneles que agregar complicados sistemas de seguimiento.

En el Hemisferio Sur las mesas deben orientarse al Norte Geográfico con una inclinación basada en la latitud del lugar. Idealmente, la inclinación media económica debería coincidir con la latitud del lugar. Sin embargo, al menos en Chile, dado que el precio de la energía es mayor en invierno que en verano, resulta más rentable orientar los paneles de manera que el valor medio de la energía cosechada en invierno sea lo más alto posible. Esto se logra inclinando las mesas fotovoltaicas más hacia el sol de invierno que hacia el sol de verano. Así, por ejemplo, en un proyecto estudiado para la zona de Combarbalá, cuya latitud es  $S 31 [^\circ s]$  se optó por una inclinación de  $25 [^\circ s]$ .

Dado que la luz solar solo se puede captar durante las horas en que el sol está visible, el factor de carga anual de este tipo de plantas fotovoltaicas es bastante bajo, un 10 % aproximadamente.



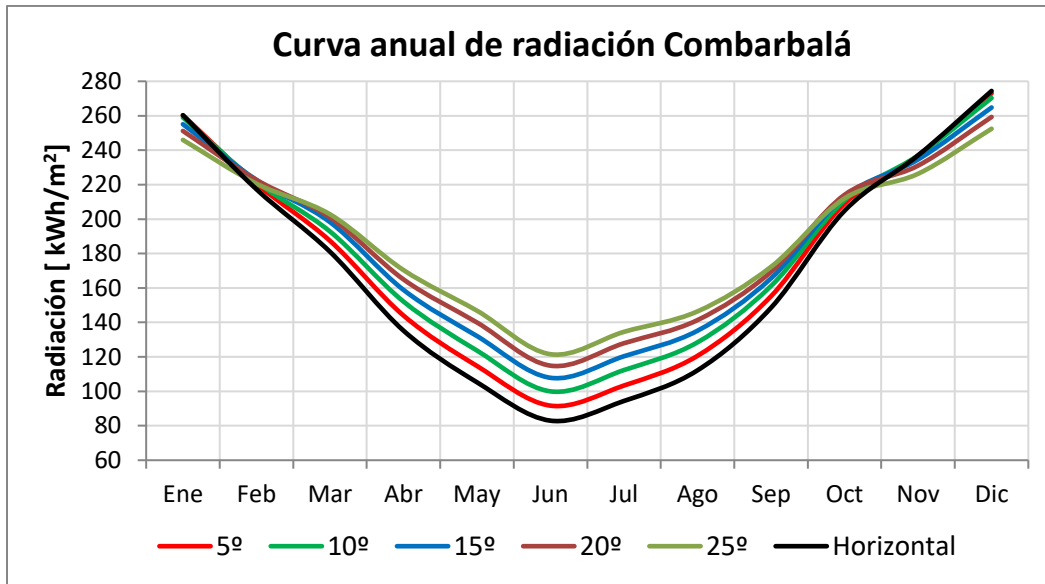


Ilustración 2-17: curva de radiación para proyecto en Combarbalá



Ilustración 2-18: planta fotovoltaica de 10,5 [kW] del MIM con inyección sincronizada a la red, proyectada, construida y fotografiada en 2013 por el autor.

### Paneles con seguimiento en un eje

Ángulo de inclinación  $i$  fijo y seguimiento Este-Oeste sobre un eje vertical de azimut variable:

$$i \approx \lambda_p, a_z = h_s (\approx +90[\text{sex}]a - 90 [\text{sex}])$$

### Paneles con seguimiento en dos ejes

Ángulo de inclinación  $i$  variable según declinación solar sobre un eje horizontal de altura variable, con seguimiento Este-Oeste sobre un eje vertical de azimut variable:

$$i \approx \lambda_p + \delta_s, a_z = h_s (\approx +90[\text{sex}]a - 90 [\text{sex}])$$

En estas ecuaciones:

$\lambda_p$  : latitud del lugar;

$h_s$  : hora solar angular y

$\delta_s$  : declinación solar anual ( $\pm 23^\circ 27'$ ).

La ecuación de costo/beneficio debe tomar muy en cuenta estas variables, considerando que los sistemas de seguimiento requieren complicados mecanismos electromecánicos, hidráulicos y computacionales, necesarios para mover y hacer posible el seguimiento exacto de enormes estructuras, de gran superficie y masa, a lo cual se suma la necesidad de disponer de personal calificado para el mantenimiento y operación de los mecanismos.

## 2.6.2 Centrales de generación termosolares

En la actualidad la tecnología de generación termosolar se basa en turbinas de del tipo Rankine, impulsadas por vapor recalentado por radiación solar a temperaturas del orden de 600 [°C].

En este tipo de plantas, el calor del sol se dirige mediante espejos (heliostatos) móviles, en dos ejes, hacia uno o varios crisoles que contienen sales fundidas las que, mediante intercambiadores de calor, generan el vapor recalentado necesario para impulsar las turbinas.

Gracias a la capacidad calórica e inercia térmica de las sales del sistema primario, es posible almacenar calor para procesarlos durante las horas en que no hay luz. Teóricamente, el factor de carga de este tipo de plantas puede llegar al 100 %, lo que les permite generar durante las 24 horas del día.

Actualmente existen los siguientes tipos de configuraciones típicas:

### Crisoles tubulares instalados horizontales en foco de parábolas cilíndricas

En este tipo de configuración, cada unidad está compuesta por un espejo cilíndrico parabólico, que concentra el calor en un tubo horizontal instalado en el foco. Dado que el tubo recolector está instalado en la estructura móvil, solo se requiere orientar apropiadamente el espejo según la fecha y hora del día.

Este sistema tiene el inconveniente de que el líquido transportador térmico de cada unidad debe recorrer grandes distancias antes de traspasar su calor al concentrador, lo que, entre otras dificultades técnicas, provoca pérdidas de calor.

### Crisol central único en torre elevada

La configuración más eficiente considera espejos parabólicos circulares o rectangulares, conocidos como heliostatos, dispuestos en círculos concéntricos, orientados mediante seguimiento en dos ejes, hacia un crisol único instalado en una torre central elevada.

El ideal es que el crisol se encuentre justamente en el foco de cada parábola. Por lo tanto, la distancia focal de los espejos ubicados en forma concéntrica a una determinada distancia del crisol debe coincidir con la distancia ente dicha circunferencia y el crisol. Esto significa que los espejos instalados en diferentes circunferencias concéntricas requieren de distancias focales, también diferentes.

En este tipo de configuraciones todos y cada uno de los heliostatos debe dirigir la luz en forma exacta al crisol, lo que requiere un complicado sistema computacional hidromecánico, diferente y único para cada unidad. Por una parte, cada unidad debe captar la luz

solar según la fecha y hora del día y, por la otra parte, debe dirigirla con exactitud al crisol único elevado.

En la actualidad en el norte de Chile, cerca de Calama, se está instalando una planta termosolar de 110 [MW] diseñada para generar durante un promedio de 17 horas diarias, es decir, con un factor de carga del 70 [%]. Utilizará una mezcla eutéctica de sales de nitrato de potasio y sodio (salitre), el cual como sabemos, solo se encuentra y explota, justamente en el desierto de Atacama.



*Ilustración 2-19: vista desde nivel suelo de central termosolar, gentileza de Abengoa Solar*



*Ilustración 2-20: vista aérea de central termosolar, gentileza de Abengoa Solar*

## 2.7 Comentario del autor

Tenemos la seguridad de que, en un futuro cercano, proliferarán los sistemas de generación solar mixtos, compuestos por sistemas fotovoltaicos y termosolares complementarios, que permitirán aprovechar al máximo la abundante energía solar disponible que llega hasta nuestros techos, desiertos, montañas y mares.

Veremos proliferar los diversos sistemas de generación limpios y renovables los que, combinados con eficientes sistemas de acumulación hidráulicos, térmicos y electroquímicos, permitirán revertir el peligroso e inminente cambio climático que están provocado los gases de efecto invernadero generados por la quema de combustibles fósiles.

Se podrán regar los desiertos con agua de mar desalinizada y nos podremos iluminar, transportar, calefaccionar o refrigerar sin necesidad de contaminar nuestra atmósfera, lo que, en definitiva, mejorará sensiblemente el equilibrio ecológico y la habitabilidad, de nuestro planeta.

## Capítulo 3

### Elementos de economía y tarificación eléctrica

*Capítulo donde se explican los conceptos asociados a la producción y consumo en el mercado eléctrico chileno, identificando los principales actores, entregando estadísticas y se explicando las tarifas eléctricas de aquel.*

#### 3.1 Conceptos generales de producción y consumo eléctrico

##### 3.1.1 Curvas de carga y demanda

Las curvas de carga son la representación gráfica de la forma como varía la demanda eléctrica a lo largo del día, del mes o del año. La modalidad de consumo varía de un cliente a otro, sin embargo, estadísticamente, la modalidad de consumo de clientes de determinadas características da origen a curvas de carga típicas: domiciliarias, comerciales, industriales, mineras. (Ver Ilustración 3-1, Ilustración 3-2 e Ilustración 3-3).

La simple observación de estas curvas permite reconocer el comportamiento típico de los consumos domiciliarios, comerciales e industriales. En el caso de los consumos domiciliarios, generalmente la demanda máxima ocurre entre las 20:00 hrs. y las 22:00 hrs., en el caso de los consumos comerciales la demanda máxima ocurre un poco antes, entre las 18:00 hrs. y las 20:00 hrs. En el caso de los consumos industriales, la curva de carga refleja claramente si la industria trabaja a uno, dos o tres turnos diarios o, como también ocurre, durante los fines de semana mediante turnos corridos, correspondiendo predominantemente al consumo de las maquinarias industriales de producción.

El consumo diario total típico de todos clientes conectados a un mismo sistema es diferente según el día de la semana. En efecto, el análisis de la energía diaria total consumida refleja claramente como varían los hábitos de consumo a lo largo de la semana.

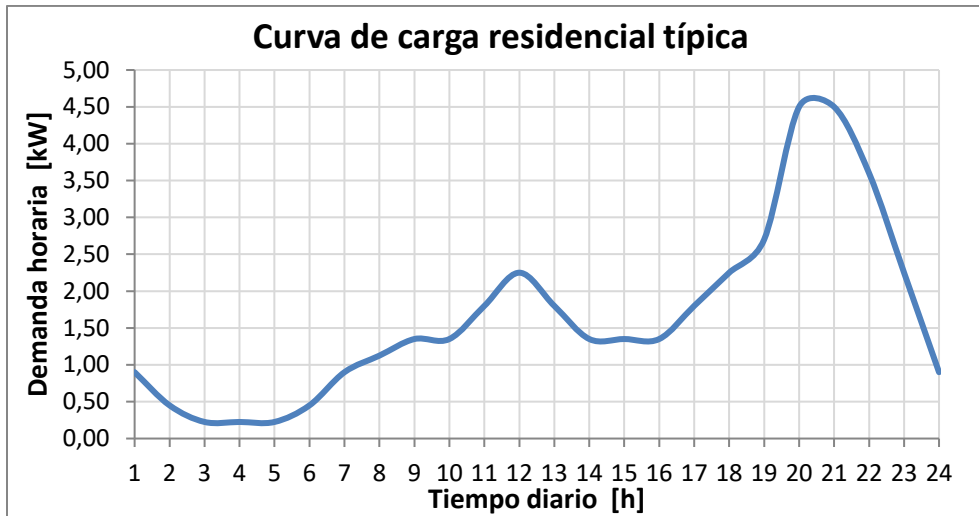


Ilustración 3-1: curva de carga diaria domiciliar típica

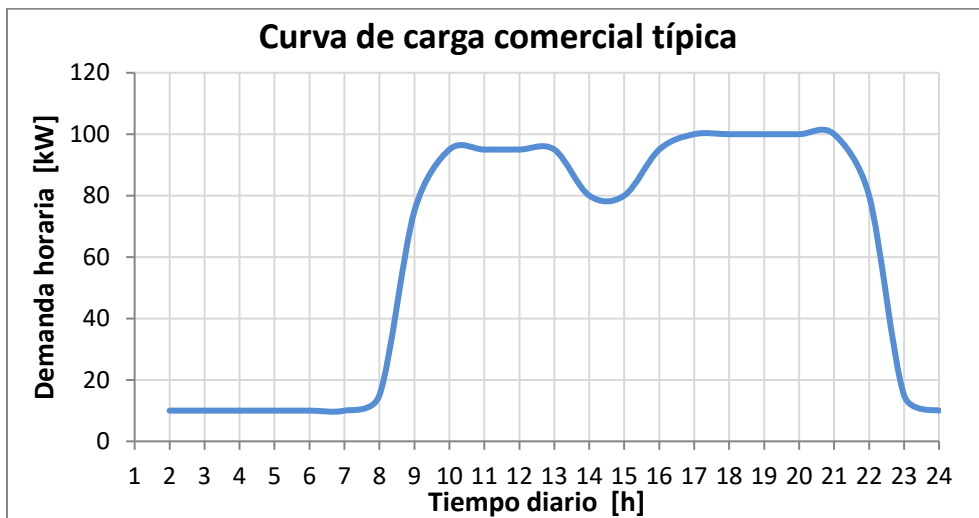


Ilustración 3-2: curva de carga diaria comercial típica

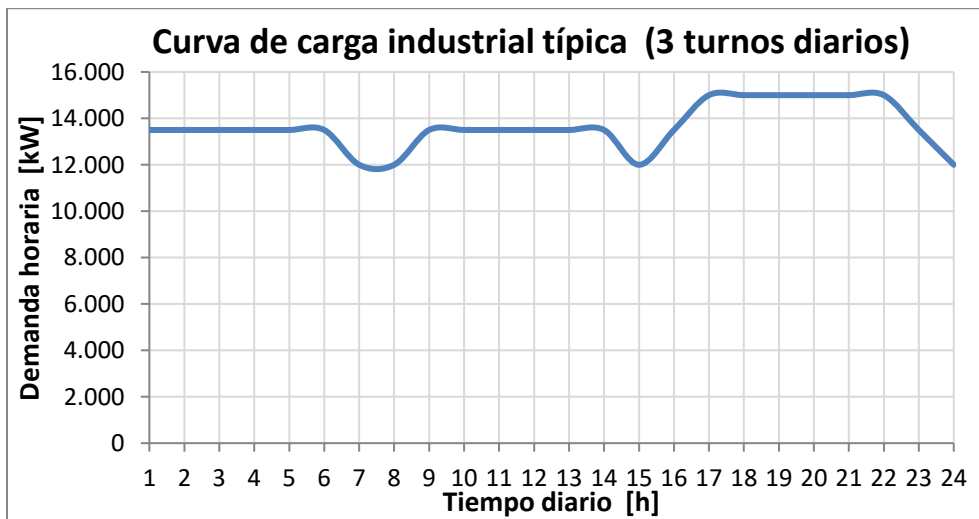


Ilustración 3-3: curva de carga diaria industrial típica

La superposición de la demanda media horaria de todos los clientes conectados a un mismo sistema de distribución, da origen a la curva de carga del sistema eléctrico. Estas curvas también son típicas según la región del país, el día de la semana y la estación del año. A modo de ejemplo, se muestra la Ilustración 3-4.

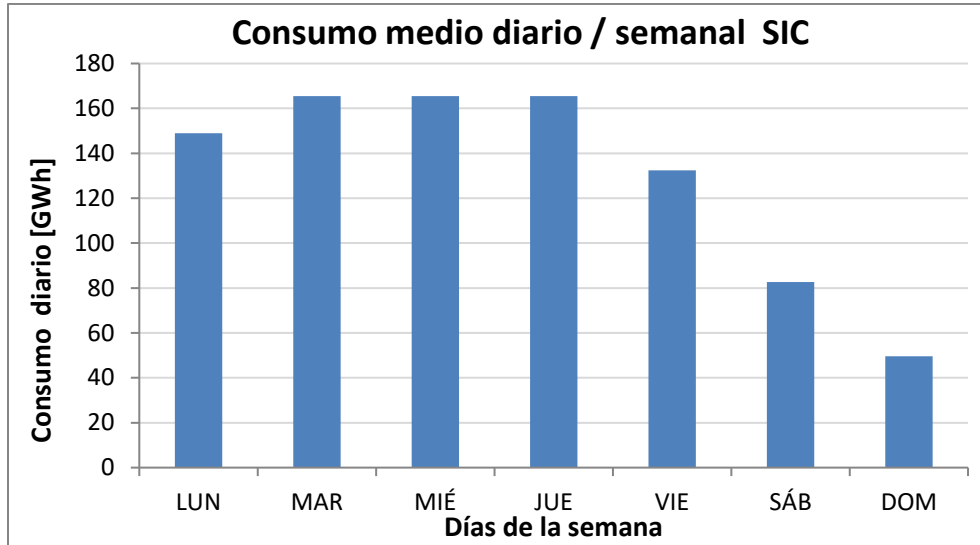


Ilustración 3-4: consumo medio diario semanal SIC

Cualesquiera sean las características de consumo del sistema en estudio, las curvas de carga siempre presentan horas de demanda máxima, lo que determina la potencia máxima que la empresa distribuidora concesionaria de la zona debe estar en condiciones de atender.

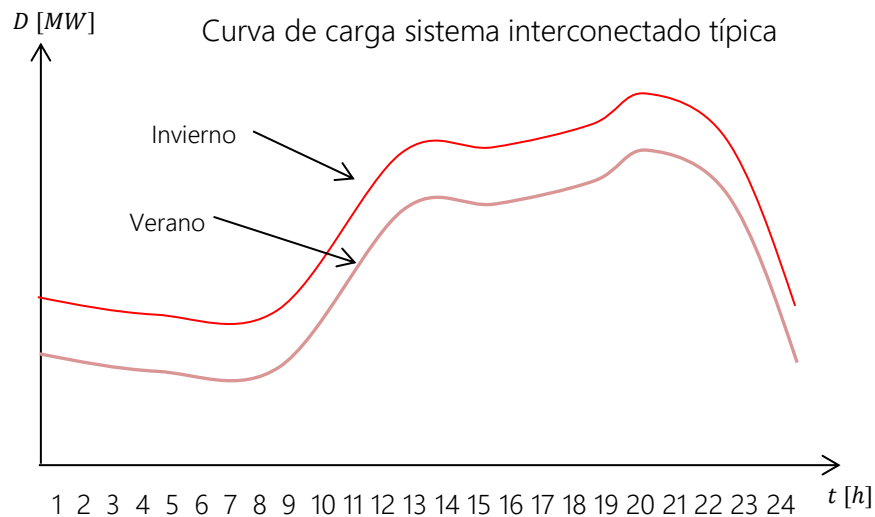


Ilustración 3-5: curva de carga sistema interconectado típica



En la Tabla 3-1 y Tabla 3-2 se muestra un resumen las estadísticas de energía vendida, generada y demandas máximas publicadas correspondientes al año 2018.

Tabla 3-1: ventas de energía y población por sistema año 2018

Ventas de energía y población por sistema año 2018						
Sistema	Energía [GWh]			habitantes Censo 2017	% pob.	Consumo per cápita [ $\frac{kWh}{hab}$ ]
	Ind. libre	Regulado	Suma			
SEN	39.695,3	31.425,3	71.120,6	17.291.345	98,4	4.113,1
Los Lagos	0,0	20,1	20,1	12.967	0,1	1.546,2
Aysén	0,0	149,7	149,7	103.158	0,6	1.451,2
Magallanes	0,0	328,7	328,7	166.533	0,9	1.973,6
<b>Total</b>	<b>39.695,3</b>	<b>31.923,7</b>	<b>71.619,0</b>	<b>17.574.003</b>	<b>100,0</b>	<b>4.075,3</b>

Tabla 3-2: generación por tipo de tecnología y potencia máxima por sistema año 2018

Generación por tecnología y potencia máxima por sistema año 2018							
Sistema	Energía [GWh]					$P_{m\acute{a}x}$ [MW]	f.c. %
	Térmica	Hidráulica	Eólica	Solar FV	Suma		
SEN	43.809,8	23.144,4	3.568,0	5.118,7	75.640,9	10.569,4	81,7
Los Lagos	16,3	5,3	0,0	0,0	21,6	3,7	66,5
Aysén	47,6	115,3	9,9	0,0	172,8	29,8	66,2
Magallanes	332,0	0,0	7,8	0,0	339,8	54,9	70,7
<b>Total</b>	<b>44.205,7</b>	<b>23.265,0</b>	<b>3.585,7</b>	<b>5.118,7</b>	<b>76.175,2</b>	<b>10.657,8<sup>11</sup></b>	<b>81,6</b>
<b>%</b>	<b>58,0</b>	<b>30,5</b>	<b>4,7</b>	<b>6,7</b>	<b>100,0</b>		

### 3.1.1.1 Demanda instantánea

La potencia es, por definición, el flujo de la energía (consumida, transportada o generada) por unidad de tiempo. Se calcula dividiendo la energía activa por el respectivo

---

<sup>11</sup> La suma indicada solo tiene valor referencial ya que la generación máxima de cada sistema aislado no necesariamente ocurre a la misma hora. De estar interconectados, la suma sería menor.

lapso de tiempo que ha tardado en fluir. La potencia instantánea es, por definición, la energía por unidad de tiempo cuando el lapso tiende a cero:

$$P_{inst} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{E(t)}{t} = \frac{\partial E(t)}{\partial t}$$

### 3.1.1.2 Demanda media integrada en lapsos discretos

Dado que, como se verá más adelante, las empresas deben facturar las demandas máximas, no parece justo ni apropiado cobrar por los picos instantáneos máximos los que, eventualmente, podrían ser muy altos y poco representativos. También es necesario considerar que los picos instantáneos se minimizan en el sistema debido, por una parte, a la dispersión estadística de los consumos y, por la otra parte, a la respuesta amortiguada de los sistemas de transmisión, al tiempo de respuesta e inercia de las máquinas generadoras. Por todas estas razones, las empresas eléctricas han concordado que es preferible considerar como potencia o demanda  $D$  al valor medio de la potencia integrada en un determinado lapso  $\Delta t$ , en vez del valor instantáneo. Su valor se calcula dividiendo la energía consumida en el lapso por el respectivo tiempo  $\Delta t$ :

$$D = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

La demanda, así definida, se conoce como demanda integrada en períodos de tiempo discretos: 5, 10, 15, 30 ó 60 minutos.

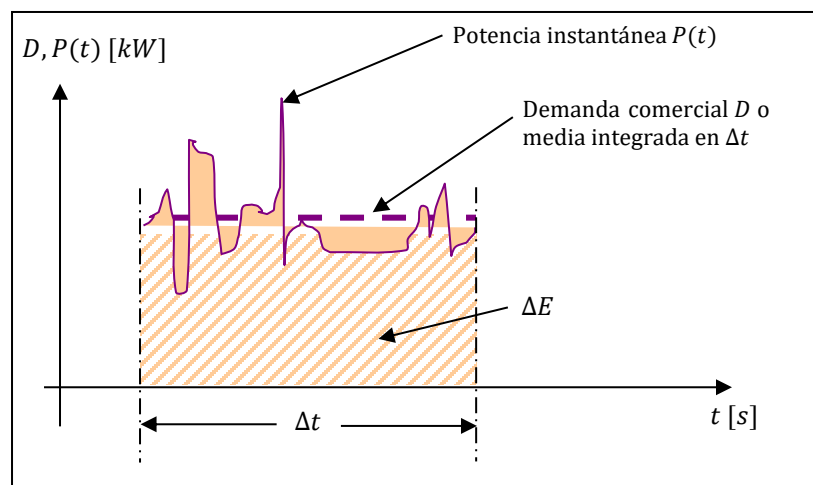


Ilustración 3-6: tipos de potencia o demanda

### 3.1.1.3 Demanda comercial y otras

Dado que, para los fines estrictamente comerciales, se hace necesario fijar pautas y criterios claros respecto de cómo calcular y medir la demanda eléctrica que se comercializa, las empresas eléctricas y la Autoridad han concordado en definir como demanda comercial a la que corresponde a un período de integración de quince (15) minutos. De tal manera, todos los instrumentos medidores-registradores de la demanda utilizados en tarificación eléctrica contabilizan la energía trifásica o monofásica total consumida cada 15 [*min*], dividen dicho valor por este tiempo, memorizan el valor máximo y, además, registran la energía total acumulada.

Cuando se trata de estadísticas referidas a los consumos globales anuales o estacionales se acostumbra a considerar la demanda media horaria, conocida también como consumo horario.

Existen también instrumentos más sofisticados, denominados analizadores de red, capaces de registrar y memorizar separadamente lo que ocurre en cada una de las tres fases, variar el tiempo de integración, registrar la frecuencia, la tensión, la corriente, el factor de potencia de cada fase, los armónicos de diferente frecuencia y, en general, registrar todas las variables que interesan para el análisis de los consumos de un determinado cliente, así como la calidad del suministro entregado por las empresas eléctricas.

### 3.1.2 Horas de punta del sistema interconectado

Como ya se ha adelantado, en los sistemas interconectados chilenos, la demanda máxima ocurría en algún momento de invierno (abril, mayo, junio, julio o agosto), entre las 18:00 hrs. y las 23:00 hrs. No obstante, en la medida en que ha crecido la demanda de tipo comercial e industrial minero, es cada vez más frecuente que se produzcan demandas máximas a medio día, alrededor de las 12:30 hrs., ya sea en invierno o en el mes de diciembre.

Para los fines comerciales y legales de aplicación de las tarifas, las horas de punta (HP) se definen por subsistemas, tal como lo establece el Informe Técnico del Precio Nudo de Corto Plazo. En el caso del subsistema del Norte Grande, ex SING, las horas de punta serán

el período del día comprendido entre las 18:00 y las 23:00 horas, mientras rija el horario oficial de invierno, y entre las 19:00 y 24:00 horas, mientras rija el horario oficial de verano, de cada día de todos los meses del año, exceptuándose los domingos, festivos y sábados inmediatamente siguientes a un día viernes festivo, o anteriores a un día lunes festivo, lo que equivale al 17,1% del tiempo el año 2019. En el caso de los subsistemas Centro-Norte y Sur, ex instalaciones del SIC, las horas de punta serán el período del día comprendido entre las 18:00 y las 23:00 horas durante los meses de abril, mayo, junio, julio, agosto y septiembre, exceptuándose los días sábados, domingos y festivos de dichos meses, lo que equivale al 7,0% del tiempo el año 2019.

Para la determinación de la Potencia de Suficiencia, se considera como demanda de punta al promedio de la demanda de las 52 horas del año durante las cuales se producen efectivamente las demandas máximas. Para éstos propósitos, las 8.760 demandas horarias anuales se ordenan de mayor a menor y se identifican las 52 mayores (Ilustración 3-7). Desde luego que, según esta última definición, estas horas no son consecutivas y, además, eventualmente pueden ocurrir en meses distintos a los de invierno especificados.

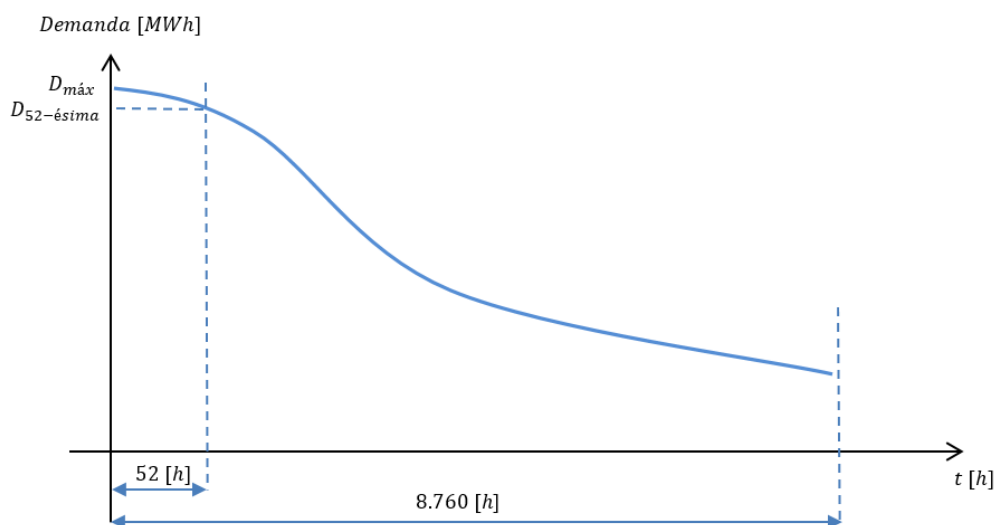


Ilustración 3-7: curva de duración de demanda para demanda de punta

Dado el comportamiento estadístico de la demanda máxima, las centrales generadoras, así como los sistemas de transmisión y los respectivos sistemas de distribución local, deben disponer de instalaciones y equipos necesarios y suficientes para garantizar el

suministro en el momento mismo en que sea demandado. La inversión global en centrales, líneas de transmisión y distribución, especialmente en lo que se refiere a la potencia que deben ser capaces de servir las instalaciones de distribución y transmisión, se proyectan de manera que, en su conjunto, sean capaces de sostener la demanda máxima en horas de punta del sistema interconectado ( $D_{m\acute{a}x\ punta}$ ) con cierto nivel de seguridad.

La definición de las horas de punta local, así como la demanda máxima, dependen de las particularidades geográficas y sociales de cada sistema interconectado. De allí que cada empresa deba identificar claramente los parámetros de la curva de carga de su subsistema con el objeto de estar en condiciones de valorar adecuadamente su responsabilidad técnica y participación comercial.

Las centrales de generación y empresas distribuidoras de zonas no interconectadas deben ser capaces de atender y hacerse responsable de las características completas de la curva de carga de su zona de concesión.

No obstante, si se trata de un Sistema Interconectado interregional, al cual concurren con su aporte muchas centrales generadoras diferentes, no necesariamente cada central debe generar de acuerdo a la curva de carga del sistema. Por el contrario, como se verá más adelante, lo normal es que algunas aporten con una cuota relativamente constante, mientras que otras aportan los saldos necesarios para servir las variaciones instantáneas de la demanda, hasta completar la curva de carga y las demandas máximas.

### 3.1.3 Potencia instalada y potencia de suficiencia

#### 3.1.3.1 Potencia instalada o potencia nominal

Se entiende por potencia instalada  $P_I$  a la suma de las potencias nominales o de placa  $P_N$  de las máquinas y equipos instalados, conectados en paralelo: generadores en paralelo, transformadores en paralelo, líneas de transmisión en paralelo, etc. Así, por ejemplo, si una central tiene 5 máquinas de 70 [MW] de potencia nominal cada una, la potencia instalada de la central es de 350 [MW].

$$P_I = \sum_j P_N$$

Técnicamente, la potencia nominal  $P_N$  se define como la potencia útil a la salida que puede entregar un equipo por tiempo indefinido, operando en condiciones de temperatura ambiente, tensión y frecuencia nominales, sin sobrepasar sus límites nominales mecánicos, térmicos y eléctricos.

No obstante, no siempre es posible sostener la potencia instalada total con el nivel de seguridad y continuidad de servicio que se exige ya que, como sabemos, es necesario dar mantenimiento, se pueden presentar fallas o, como también ocurre, eventualmente podría no haber abastecimiento oportuno de combustible, agua, viento o sol, según el caso.

Igualmente, también es posible que algunas máquinas y equipos se sobrecarguen, es decir, que operen a niveles de potencia superiores a los nominales. En estos casos, sin embargo, si bien esta forma de operación es posible y bastante común, los equipos no son capaces de sostener estos niveles por tiempos indefinidamente largos, lo que, necesariamente, reduce su vida útil y deteriora tanto la seguridad como la calidad del servicio.

### 3.1.3.2 Potencia de suficiencia

Para que una empresa generadora pueda comercializar potencia es necesario que esté en condiciones de garantizar, a todo evento, que puede sostener un determinado nivel de demanda, en particular, durante las horas de punta del sistema, con un cierto nivel de seguridad y calidad. Esto ha dado origen al concepto de Potencia de Suficiencia ( $P_F$ ). Este concepto está regulado por intermedio de la Comisión Nacional de Energía y determinado por el Coordinador Eléctrico Nacional. Entre otros aspectos considera la incertidumbre asociada al insumo principal de la central, la potencia promedio de los estados disponibles de la central, los tiempos requeridos para el mantenimiento y la probabilidad de falla en horas de punta.

En la determinación de la potencia de suficiencia de las centrales hidráulicas se consideran las probabilidades hidrológicas correspondientes a los dos años más secos. Para las centrales térmicas, se considera la menor disponibilidad media anual del insumo principal

en los 5 años anteriores. Finalmente, para las centrales solares y eólicas se considera el menor valor entre el menor factor de planta anual de los últimos 5 años y el promedio simple de los factores de planta para cada uno de los 52 mayores valores horarios de la curva de carga anual de cada sistema o subsistema.

En la práctica, la definición y asignación de una potencia de suficiencia a cada productor significa que la suma de todas las potencias instaladas siempre es mayor que la demanda máxima del sistema interconectado.

$$\sum P_I(t) > \sum P_F(t) = D_{\text{máx punta}} \approx D_{\text{máx}}$$

Estas regulaciones suelen provocar conflictos entre los productores y la Autoridad, los que deben ser resueltos por el Panel de Expertos. Este organismo independiente, considerado en la ley eléctrica chilena, tiene por objeto, justamente, resolver respecto de las posibles discrepancias técnicas y comerciales que, eventualmente, se pueden producirse respecto de todas estas materias.

La potencia de suficiencia reconocida es la potencia con la cual los generadores pueden participar en el balance de potencia efectuado anualmente por el Coordinador y su remuneración está determinada por el Precio Nudo de Corto Plazo.

### 3.1.4 Factor de carga y factor de planta

#### 3.1.4.1 Factor de carga

Definimos el factor de carga como el cociente entre la demanda media y la demanda máxima ocurrida en un determinado período. También se le conoce como factor de utilización de la demanda máxima.

$$f_c = \frac{D_{\text{med}}}{D_{\text{máx}}}$$

Por definición, la demanda media  $D_{\text{med}}$  es la energía dividida por el tiempo  $t$  en que se ha generado, transmitido o consumido:

$$D_{\text{med}} = \frac{E_A}{t}$$

Por lo tanto, el factor de carga es:

$$f_c = \frac{D_{med}}{D_{m\acute{a}x}} = \frac{E_A}{D_{m\acute{a}x} \cdot t}$$

El valor del factor de carga varía desde niveles muy bajos, 0,10 o menores, en algunos clientes domiciliarios, hasta 0,9 o mayores, en clientes industriales que trabajan a tres turnos diarios, incluidos sábados domingos y festivos.

En la Tabla 2-1 se muestra el valor de los factores de carga anual de cada uno de los sistemas interconectados del país, calculados a partir de informaciones estadísticas extraídas por el autor de diversos informes oficiales.

Vemos que el factor de carga del Sistema Eléctrico Nacional SEN es relativamente más alto debido, principalmente, a que en el antiguo Sistema Interconectado del Norte Grande SING, la mayor parte de la energía se consume en actividades industriales que trabajan en varios turnos diarios. Además, hay que considerar que, por tratarse del norte del país, las variaciones estacionales son poco marcadas, razón por la cual las curvas de carga residenciales de invierno son parecidas a las del verano. En el antiguo Sistema Interconectado Central, en cambio, las variaciones estacionales son mucho más marcadas, razón por la cual en invierno existen demandas muy altas en comparación con la energía total anual consumida. Además, hay que considerar que en esta zona los consumos de tipo domiciliario y comercial son relativamente más importantes que en el Norte Grande, en donde predominan las industrias mineras. El efecto al interconectar los sistemas, es un factor de carga ubicado entre los valores del antiguo SIC y el antiguo SING.

En cambio, en los sistemas medianos el consumo es principalmente domiciliario y comercial, lo cual permite la presencia de horas con alta demanda, pero una energía total anual consumida relativamente baja

#### 3.1.4.2 Factor de planta

Definimos el factor de planta como el cociente entre la demanda máxima real  $D_{m\acute{a}x}$  y la potencia instalada  $P_j$ :



$$f_p = \frac{D_{m\acute{a}x}}{P_I}$$

Lo normal es que la demanda máxima real sea inferior a la potencia instalada. Sin embargo, cuando la demanda máxima crece por encima de los valores presupuestados, es común que las empresas eléctricas y consumidores se vean en la obligación de sobrecargar todas o algunas de sus máquinas, por encima de sus valores nominales de diseño, lo que eventualmente, conduce a factores de planta superiores a la unidad. Esta forma de operación, conocida como sobrecarga, si bien permite resolver problemas inmediatos, pone claramente en riesgo la vida útil, la seguridad y la calidad del servicio eléctrico. En estos casos lo que corresponde es instalar más máquinas y equipos en paralelo que permitan garantizar y sostener la demanda máxima.

### 3.2 El mercado eléctrico chileno

En Chile, el mercado eléctrico se ha subdividido en las siguientes actividades técnica y económicamente independientes: generadores, transmisores, distribuidores y consumidores. Esta subdivisión implica que, en la teoría, cada uno de estos actores es administrado por operadores económicamente independientes y diferentes.

Teóricamente, la sectorización del mercado eléctrico tiene por objeto facilitar la fiscalización, transparentando el comportamiento económico y comercial de los diferentes actores. Con este objeto, las empresas están obligadas a llevar contabilidades separadas e independientes, lo que las obliga a tener RUT diferente. Esta obligación, no excluye o evita que un mismo inversionista pueda, eventualmente, tener acciones de cualesquiera empresas del sector.

#### 3.2.1 Generadores

Los generadores, como su nombre lo indica, son entidades económicamente independientes cuyo objeto es generar y vender energía eléctrica en cualquiera de sus modalidades: térmica, hidráulica, eólica, solar u otras.

Para realizar su actividad los generadores deben construir e instalar todas las obras anexas necesarias para comercializar su energía, esto es, además de las obras civiles, mecánicas y eléctricas necesarias, ligadas directamente a la producción, deben construir y administrar las subestaciones y líneas eléctricas necesarias para poner su producción a disposición de los compradores del sistema. Según este concepto, los derechos de agua, los terrenos, los caminos y carreteras interiores, las obras civiles, hidráulicas y edificios, los equipos electromecánicos y obras eléctricas, así como las subestaciones elevadoras ubicadas a la salida de las centrales y las líneas eléctricas necesarias para transportar la energía desde la central hasta los nudos de los sistemas de transmisión, forman parte de los activos de las respectivas empresas productoras.

Según las estadísticas oficiales, la potencia instalada hasta el 31 de diciembre de 2012 y al 31 de diciembre de 2018 han sido las que se indican en la Tabla 3-3 y Tabla 2-2, respectivamente. Como se puede ver, en seis (6) años la potencia instalada ha crecido un 29,4 %.

Tabla 3-3: potencia instalada año 2012

Sistema	Potencia instalada año 2012 [MW]								Suma
	Carbón	Gas	Diesel	Otros	Hid.pas.	Hid.emb.	Eólico	Solar	
<b>SING</b>	2.099,7	2.111,7	358,4	17,5	12,8	0,0	0,0	0,0	4.600,1
<b>SIC</b>	2.122,3	2.776,8	2.335,2	236,3	2.194,0	3.725,0	195,8	0,0	13.585,4
<b>Aysén</b>	0,0	0,0	21,4	0,0	17,6	0,0	2,0	0,0	41,0
<b>Magallanes</b>	0,0	87,3	14,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	101,6
<b>Total</b>	4.222,0	4.888,5	2.715,0	253,8	2.224,4	3.725,0	197,8	0,0	18.226,5
<b>%</b>	23,2	26,8	14,9	1,4	12,2	20,4	1,1	0,0	100,0

Cabe mencionar que, gracias a las nuevas legislaciones vinculadas con las tarifas para los sistemas de generación basados en energías limpias renovables (ERNR), estos sistemas de generación han crecido espectacularmente, proporcionalmente mucho más que los demás. A esto hay que agregar que como los precios de los combustibles fósiles (carbón, petróleo, gas) tienden a subir y, al mismo tiempo, los costos de inversión de las tecnologías

eólica y solar tienden a bajar. Actualmente en Chile estas tecnologías se han transformado en opciones competitivas frente a la generación basada en el carbón e hidrocarburos.

Vemos también, la influencia decisiva que han tenido las nuevas ordenanzas y leyes que regulan e incentivan la incorporación de ERNC en la matriz energética.

### 3.2.2 Transmisores

Los transmisores, o sistemas de transmisión, son las entidades administradoras de los sistemas de transmisión de grandes volúmenes de energía, concebidos para interconectar las diferentes zonas y centrales productores con los diferentes consumidores primarios.

De acuerdo a las definiciones legales que actualmente existentes en Chile, los transmisores son entidades privadas de servicio público, un monopolio natural, que no pueden estar comercialmente ligados a ningún productor o distribuidor en particular. Por el contrario, deben ser entidades privadas o públicas independientes, destinadas a servir de vínculo ente los productores y los consumidores, para lo cual deben disponer de subestaciones y líneas de alta tensión interregionales, interconectadas entre sí, a disposición de todos los que necesiten utilizar los sistemas de transmisión. Los puntos principales de los sistemas de transmisión a los cuales concurren las líneas alimentadoras de los generadores y las líneas de alimentación a las empresas distribuidoras y consumidores, se conocen como nudos.

La Ley 20.936 estableció nuevos sistemas de transmisión:

#### 3.2.2.1 Sistemas de transmisión nacional (ex transmisión troncal)

Corresponde a aquellas instalaciones que permiten la conformación de un mercado eléctrico común, interconectando los demás segmentos de transmisión y posibilitando el abastecimiento de la totalidad de la demanda, en diferentes escenarios de disponibilidad de generación, incluyendo situaciones de contingencia y falla de instalaciones.

Según la normativa referente a la Calificación de Instalaciones, las líneas y subestaciones de 500 [kV] pertenecen al sistema de transmisión nacional y solo pueden

pertenecer a él instalaciones sobre 220 [kV], lo que no quiere decir que las instalaciones de 220 [kV] sean exclusivamente pertenecientes a dicho segmento, ya que algunas pertenecen al sistema de transmisión zonal o al sistema de transmisión dedicado.

### 3.2.2.2 Sistemas de transmisión zonal (ex subtransmisión)

Corresponde a aquellas instalaciones dispuestas esencialmente para el abastecimiento actual o futuro e clientes regulados, territorialmente identificables, sin perjuicio del uso por parte de clientes libres o medios de generación. El sistema de transmisión zonal está constituido principalmente por instalaciones entre los 154 [kV] y los 44 [kV], aunque también existen instalaciones de 220 [kV] y 33 [kV].

Actualmente existen 6 sistemas de transmisión zonal:

- Sistema A: Comprende las instalaciones zonales que antiguamente pertenecían al SING, comprendidas entre Arica y el sur de la Región de Antofagasta;
- Sistema B: Comprende las instalaciones zonales ubicadas entre Taltal, Región de Antofagasta, y Quillota, Región de Valparaíso;
- Sistema C: Comprende las instalaciones zonales ubicadas principalmente en la Región de Valparaíso;
- Sistema D: Comprende las instalaciones zonales ubicadas principalmente en la ciudad de Santiago, donde destaca el anillo de Chilectra (actual Enel Distribución);
- Sistema E: Comprende las instalaciones zonales ubicadas entre Melipilla, Región Metropolitana de Santiago, y Loncoche, Región de la Araucanía y
- Sistema F: Comprende las instalaciones zonales ubicadas entre Loncoche, Región de la Araucanía, y Quellón, Isla de Chiloé.

### 3.2.2.3 Sistemas de transmisión para polos de desarrollo

Corresponde a un nuevo segmento que será conformado por aquellas instalaciones destinadas a transportar la energía producida por polos de desarrollo, haciendo uso eficiente del territorio nacional y evitando la construcción de varias líneas de transmisión dedicadas en paralelo, como ocurrió con la antigua legislación. A la fecha de publicación de esta edición, aún no se califica ninguna instalación en este segmento.

#### 3.2.2.4 Sistemas de transmisión dedicados (ex adicional)

Corresponde a aquellas instalaciones radiales dispuestas esencialmente para el suministro de energía a usuarios no sometidos a regulación de precios o para inyectar la producción de centrales como por aquellas instalaciones enmalladas con la misma finalidad señalada y que su operación no produzca impactos o modificaciones significativas a la operación del resto del sistema. Es común observar que estas instalaciones son de propiedad de los mismos generadores o clientes libres. Cabe destacar que el uso de dichas instalaciones no es exclusivo para clientes libres y existen casos en que pequeños poblados son abastecidos por estos sistemas.

#### 3.2.2.5 Sistemas de interconexión internacional.

Corresponde a un nuevo segmento que será conformado por aquellas instalaciones destinadas para permitir la importación o exportación de energía desde los sistemas ubicados en territorio nacional. Actualmente existe solo una línea de transmisión de 345 [kV] que interconecta la Región de Antofagasta con la ciudad de Salta, Argentina y se está estudiando otras interconexiones con Argentina y con Perú.

Por las características geográficas de nuestro país, la mayoría de las centrales hidráulicas se encuentran instaladas en la cordillera y las centrales térmicas en las costas, próximas a los puertos y minas de carbón. Dado que los consumos se encuentran distribuidos por todo el territorio, los sistemas de transmisión nacional son predominantemente longitudinales, paralelos entre sí y, por lo tanto, perpendiculares a las líneas suministradoras procedentes de las centrales hidráulicas de cordillera y, también, perpendiculares a las líneas procedentes de las centrales térmicas instaladas en las costas. En otros países, de geografía más extendida, los sistemas de transmisión están contruidos en anillos y mallas mutuamente interconectadas en los puntos de cruce.

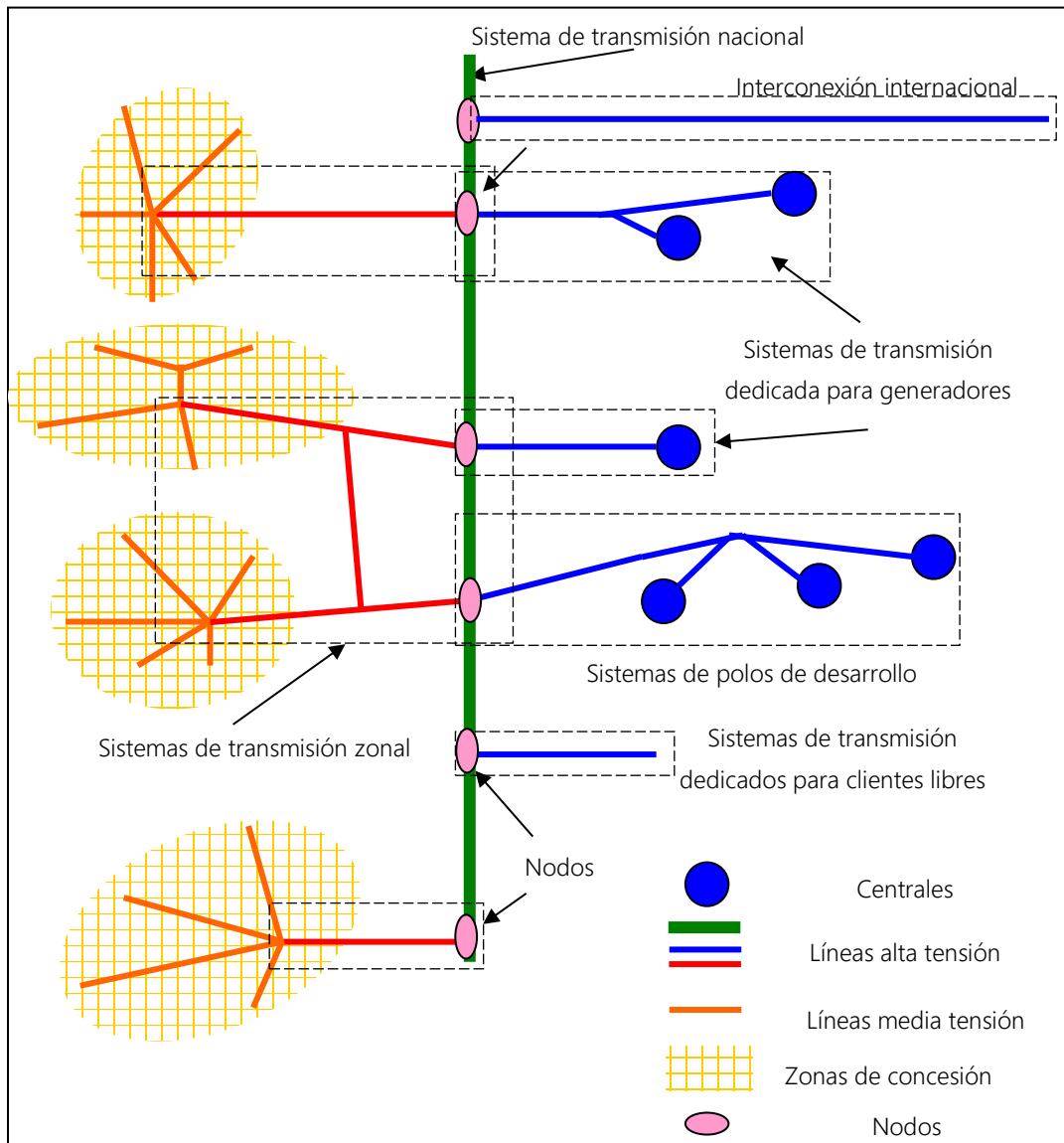


Ilustración 3-8: esquema simplificado del sistema de transmisión chileno

La Ley establece que los sistemas de transmisión deben estar dispuestos para un acceso abierto de sus instalaciones, es decir, deben ser capaces y estar dispuestos a recibir, sin ningún tipo de discriminación ni restricción, la energía que suministren las centrales productoras y abastecer a las empresas de distribución y clientes libres primarios que se encuentran interconectados por intermedio de los sistemas de transmisión. Esto no significa que el sistema debe ser capaz de evacuar con la debida seguridad toda la inyección de las centrales, sino que hace referencia a la no discriminación de los diferentes actores del sistema.

Según las definiciones contenidas en la actual Ley Eléctrica Chilena, los precios que los usuarios deben pagar por utilizar los sistemas de transmisión son regulados, que, por analogía con las carreteras, se conocen como peajes. Aunque aún se utilizan dichos peajes, al final de los plazos transitorios de la Ley 20.936, todo el pago de los sistemas de transmisión será por cargo único que pagarán los clientes finales a través de un sistema de estampillado, es decir, "quien usa, paga".

Este segmento del mercado eléctrico, en sus sistemas de transmisión nacional y zonal, es el único que es planificado de forma centralizada por la Autoridad en un proceso anual, donde se decretan proyectos optimizados en función a las previsiones de producción y consumo hechas a nivel sub-regional y regional.

En resumen, los transmisores no son ni productores ni distribuidores, son entidades privadas de servicio público destinadas a transportar energía eléctrica entre los nudos del sistema. Teóricamente, su gestión no está ligada a ningún productor o distribuidor en particular. Deben ser capaces de ofrecer el servicio de transporte, sin discriminación, a cualquier productor, distribuidor o consumidor que lo requiera dentro de su zona de influencia, es decir, los transportadores no están autorizados para especular en el negocio de compraventa de energía.

### 3.2.3 Sistemas de distribución local y consumidores libres no regulados

Los sistemas de distribución local tienen por objeto entregar (vender) energía eléctrica al menudeo, a la puerta de todos y cada uno de los clientes del sistema. En nuestro país existen empresas distribuidoras concesionarias de servicio público, cooperativas rurales de electrificación, empresas eléctricas municipales y clientes primarios libres no regulados.

### 3.2.3.1 Empresas distribuidoras concesionarias de servicio público<sup>12</sup>

Este tipo de organizaciones tiene por objeto dar servicio puerta a puerta a todos y cada uno de los clientes que lo soliciten. Con este objeto, el Estado les asigna una zona de concesión para distribuir energía eléctrica y, además, las autoriza a tender sus líneas por calles y caminos públicos, hasta la puerta de los clientes consumidores. De acuerdo al espíritu de la ley eléctrica, dentro de las respectivas zonas de concesión, están obligadas a dar servicio a todo el que lo solicite.

Cuando, dentro de su zona de concesión, alguna empresa distribuidora no dispone de las líneas necesarias para atender a un determinado cliente pueden, eventualmente, solicitarle al cliente que le ayude a financiar total o parcialmente el valor de la nueva línea. No obstante, la ley obliga a la empresa eléctrica a devolverle al cliente el valor que ha aportado mediante acciones de la propia empresa eléctrica o mediante pagos diferidos, descontados de la cuenta de consumo. Por esta razón, los aportes de este tipo, que en ciertas circunstancias algunos clientes se ven forzados a realizar, se conocen como aportes reembolsables.

Sin embargo, las empresas distribuidoras no están obligadas a tender líneas fuera de su zona de concesión ni, tampoco, por caminos y propiedades privadas. Esta condición implica que el cliente interesado debe construir a su costo las líneas adicionales necesarias. En la eventualidad de que las nuevas líneas deban pasar por terrenos privados de terceros, el cliente debe hacerse cargo de las respectivas servidumbres de paso y del respectivo mantenimiento.

---

<sup>12</sup> En la actualidad se analiza, tanto a nivel nacional como internacional, la conveniencia de separar las funciones de las empresas eléctricas distribuidoras en las siguientes dos actividades comercialmente diferentes:

- Por una parte, empresas propietarias de las instalaciones físicas de distribución, responsables de su construcción y mantenimiento y
- Por la otra parte, empresas encargadas de la comercialización de la energía. Es decir, encargadas de comprar en grandes cantidades y vender al menudeo. Con este objeto, deben arrendar y/o pagar peajes por el uso y de las redes eléctricas de distribución, de una forma similar al peaje que se paga a las empresas propietarias de las líneas de transmisión.



Las tarifas que las empresas distribuidoras de servicio público aplican a sus clientes están reguladas por la ley eléctrica. Se calculan considerando el costo de las compras de energía, las cuales son licitadas a través de un proceso llevado a cabo por la Autoridad, las pérdidas y el respectivo Valor Agregado de Distribución VAD. A esto se le agregan los cargos únicos por transmisión, cargos para financiar el Coordinador Eléctrico Nacional y el Panel de Expertos, reliquidaciones, etc.

### 3.2.3.2 Cooperativas rurales de electrificación

El sistema de Cooperativas Rurales de Electrificación fue inicialmente creado e impulsado por el Estado a través de la Corfo y Endesa, entre los años 1945 y 1973. Fueron claves para el desarrollo de la electrificación rural en Chile, lo que permitió el temprano y muy importante desarrollo de múltiples industrias agrícolas y mineras ubicadas en zonas relativamente alejadas de las ciudades.

Con este objeto, entre otras iniciativas, se impulsaron y desarrollaron técnicas de electrificación rural las que, además de ser muy sencillas y de fácil construcción, cumplían ampliamente con las normas de seguridad y eficiencia requeridas. Entre ellas cabe destacar los sistemas de electrificación en media tensión (13,2 [kV] y 23 [kV]) trifásico y bifásico y el sistema monofásico con retorno por tierra, conocido también como sistema de electrificación rural económico.

En este tipo de organizaciones los cooperados (agricultores en su mayoría) deben ser socios de la organización, para lo cual deben suscribir los respectivos aportes. Dado que las cooperativas rurales de electrificación no tienen concesión de servicio público, en estricto rigor, no están autorizadas para tender líneas por las vías públicas. Por esta razón, deben tender sus líneas por los terrenos privados de los propios socios, para lo cual cada uno de ellos debe autorizarse mutuamente. En general no están obligadas a dar servicio a particulares. Sin embargo, por acuerdo del directorio pueden suministrar este servicio.

En algunos casos calificados, pueden solicitar al Ministerio de Vivienda y Urbanismo y al Ministerio de Obras Públicas las autorizaciones necesarias para utilizar las vías y caminos públicos, como también los respectivos cruces y paralelismos con las autopistas y vías férreas.

Los precios de venta o aportes que los socios y particulares deben hacer mensual o anualmente a su cooperativa, se calculan de manera similar a la forma en que se calculan las tarifas de las empresas distribuidoras de servicio público. No obstante, dado que son instituciones sin fines de lucro, sus utilidades deben reinvertirse en la propia institución o devolverse a los socios.

Actualmente, debido al creciente desarrollo de las agroindustrias, las cooperativas eléctricas tienden a formar consorcios más amplios los que, a la larga, tienden a convertirse en empresas eléctricas de distribución.

También es posible que, debido principalmente a la mayor eficiencia y especialización de las empresas eléctricas de distribución, algunas cooperativas terminen siendo absorbidas por éstas.

### 3.2.3.3 Empresas eléctricas municipales

En su origen, este tipo de organizaciones también fueron creadas e impulsadas por el Gobierno con el objeto de que los municipios se hicieran cargo de la iluminación de sus vías públicas y, eventualmente, para servir a los servicios públicos locales y poblaciones aledañas que no estuvieran servidas por empresas eléctricas de distribución o cooperativas.

En la práctica, sin embargo, dado que este tipo de actividad es ajena al campo de interés y especialización del personal municipal, la administración de estos servicios ha sido deficiente y engorrosa, razón por la cual los municipios han terminado por entregar la administración a las empresas eléctricas comerciales de distribución existentes en la zona.

Dado que el alumbrado público es de la exclusiva responsabilidad de los municipios, las empresas distribuidoras instalan medidores que permitan facturar todos y cada uno de los consumos municipales y privados, estén o no en la vía pública y, separadamente, le facturan al municipio la instalación y mantenimiento de las luminarias de alumbrado público.

En estricto rigor la instalación y mantenimiento de luminarias públicas no forma parte de las actividades propias de una empresa eléctrica de distribución, cuyo objetivo es solo comprar, distribuir y vender energía. De tal manera que los gastos, ingresos y utilidades por el suministro y mantenimiento de las luminarias municipales de la vía pública, o de otras obras eléctricas que eventualmente pudieran realizar, deben contabilizarlas y facturarlas por intermedio de un RUT diferente.

### 3.2.3.4 Cientes primarios libres no regulados

Existen también los clientes libres no regulados, conocidos también como clientes primarios, los que, por el volumen de su demanda y ubicación geográfica, deben o prefieren hacer tratos directos con las empresas suministradoras, ya sean generadoras o distribuidoras. Contratan el suministro con la empresa que le ofrezca las mejores condiciones de precio y, separadamente, debiendo pagar el costo de los peajes de transmisión y/o distribución. En algunos casos se ven obligados a construir y financiar la extensión de las líneas y subestaciones necesarias, ubicadas fuera de las zonas de concesión de las empresas distribuidoras.

De acuerdo a los términos legales vigentes, todos los clientes que tengan una demanda superior a los 5.000 [kW], necesariamente entran en esta categoría y, por lo tanto, están obligados a negociar directamente sus contratos de compra con los proveedores. Los clientes libres cuya demanda está comprendida entre 500 [kW] y 5.000 [kW], si lo estiman conveniente, en vez de negociar directamente, pueden optar por las tarifas reguladas vigentes. El espíritu de la ley eléctrica, en su versión Ley Corta I, obliga a las empresas transportadoras y distribuidoras a aceptar este tipo de negociaciones directas, para lo cual fija las normas y criterios económicos necesarios para normar y controlar el valor de los respectivos peajes.

Cabe destacar que con la modificación de la Ley 20.936, los clientes libres también participarán en el estampillado del sistema de transmisión nacional y zonal, dejando de pagar el concepto de peaje de transmisión.

## 3.2.4 Pérdidas en líneas de transmisión

La pérdida de energía en cada línea está perfectamente descrita por la Ley de Joule:

$$\Delta E_p = \int I^2 R \partial t$$

En esta expresión:

$\Delta E_p$  : energía perdida en cada línea conductora del sistema;

$I$  : intensidad de la corriente en la línea;

$R$  : resistencia eléctrica de la línea y

$t$  : tiempo.

En transmisión monofásica:

$$I_{1\phi} = \frac{1}{F_p} \frac{P}{U_{fn}}$$

En transmisión trifásica:

$$I_{3\phi} = \frac{1}{F_p} \frac{P}{\sqrt{3}U}$$

En estas expresiones:

$P$  : potencia transmitida, monofásica o trifásica;

$U_{fn}$  : tensión de la línea monofásica (fase-neutro);

$U$  : tensión de la línea trifásica (entre fases) y

$F_p$  : factor de potencia de la transmisión.

Reemplazando, se obtienen las siguientes expresiones para la energía perdida. Para transmisión monofásica:

$$\Delta E_{p_{1\phi}} = \frac{R}{(F_p U_{fn})^2} \int P^2 \partial t$$

Para transmisión trifásica:

$$\Delta E_{p_{3\phi}} = \frac{R}{(F_p U)^2} \int P^2 \partial t$$

Como vemos, las pérdidas son directamente proporcionales al cuadrado de la corriente y/o al cuadrado de la potencia transmitida, pero, al mismo tiempo, son inversas al cuadrado de la tensión del sistema. Igualmente vemos que están fuertemente influidas por el cuadrado factor de potencia. En efecto, mientras menor sea el factor de potencia, mayores serán las pérdidas. Obviamente, para transportar grandes cantidades de energía es preferible hacerlo en alta tensión, procurando que el factor de potencia se mantenga en niveles cercanos a la unidad.

A esto hay que agregar que las pérdidas también son directamente proporcionales a la resistencia eléctrica  $R$  de las líneas de transmisión. Este parámetro está dado por:

$$\begin{aligned} \text{En líneas monofásicas:} & \quad : R_{1\phi} = \frac{2\rho L}{S} \\ \text{En líneas trifásicas:} & \quad : R_{3\phi} = \frac{\rho L}{S} \end{aligned}$$

En estas expresiones:

- $L$  : longitud de la línea;
- $S$  : sección del conductor y
- $\rho$  : resistividad del material conductor.

Resulta bastante difícil medir directamente las pérdidas en cada una de las líneas de los sistemas de transmisión troncal, sobre todo si se considera que están compuestos por múltiples líneas y subestaciones de diferentes tensiones y capacidades, por las cuales la energía fluye en diversas proporciones y direcciones. En la práctica se calcula por diferencia entre la energía total generada, contabilizada por los productores y la total vendida, contabilizada por los distribuidores.

Según las estadísticas del año 2018, la diferencia entre la energía generada y la vendida, conduce a los niveles de pérdidas que se muestran en la Tabla 3-4.

En el Sistema Interconectado Nacional, que abarca de Arica a Quellón, las pérdidas alcanzaron un 6%, debido a las grandes distancias que debe recorrer la energía y los distintos niveles de tensión en los cuales es transportada. En los sistemas medianos, las pérdidas se

deben principalmente a líneas de media tensión, con alta resistencia, que deben recorrer distancias de decenas de kilómetros.

Tabla 3-4: pérdidas en sistemas primarios

Pérdidas en sistemas primarios <sup>13</sup>				
SISTEMA	Producción [GWh]	Ventas [GWh]	Pérdidas [GWh]	Pérdidas %
SEN	75.640,9	71.120,6	4.520,3	6,0
Los Lagos	21,6	20,1	1,6	7,3
Aysén	172,8	149,7	23,1	13,4
Magallanes	339,8	328,7	11,2	3,3
<b>Total</b>	<b>76.175,2</b>	<b>71.619,0</b>	<b>4.556,2</b>	<b>6,0</b>

Lo normal es que estas cifras se midan y registren hora a hora en las diferentes centrales, nudos y subestaciones primarias distribuidoras, de tal manera que es posible hacer evaluaciones bastante exactas a diferentes horas del día, en las diversas ramas y tramos entre los nudos de los sistemas interconectados.

Desde el punto de vista de los consumidores, éstos solo están obligados a pagar por la energía comprada y medida en el punto de consumo y, por lo tanto, las pérdidas, aguas arriba del punto de medición, son de responsabilidad de las empresas distribuidoras. Su costo, sin embargo, está implícito en las respectivas tarifas de venta.

---

<sup>13</sup> En el caso del Sistema de Aysén, la venta es a los clientes finales, mientras que en los otros sistemas medianos es la venta a la distribuidora, integrada verticalmente a la empresa generadora y transmisora. Esto justifica su mayor nivel de pérdidas, pues se consideran pérdidas en media y baja tensión que no son considerados en los otros casos.

En el caso del SEN, las ventas son al punto de retiro del cliente libre o de la distribuidora.

### 3.3 Tarifas eléctricas

#### 3.3.1 Conceptos generales

En economía eléctrica, como en todas las actividades productivas, se acostumbra a clasificar los costos en los siguientes tres grandes grupos:

- Costo de los insumos directos o materia prima necesarios para la producción.
- Costos de operación, mantenimiento y administración de las instalaciones de producción.
- Costo del capital o valor del dinero necesario para que el inversionista recupere en forma rentable el valor de la inversión hecha con motivo de las obras de producción.

Para que el producto se pueda comercializar es indispensable que esté claramente especificado, tanto en cuanto a su cantidad como en cuanto a su calidad. Las actividades comerciales requieren, por lo tanto, que se mida la cantidad o volumen de los productos según unidades de medida apropiadas: kilogramos, litros, metros, par-zapatos, pasajero-kilómetros, etc.

Igualmente, su calidad también debe estar medida o calificada mediante parámetros físicos apropiados: porcentaje de grasa de la leche, octanaje de las gasolinas, pasajes de primera o segunda clase, etc.

En el caso de la energía eléctrica, dado que, momentáneamente, no es posible almacenarla, es necesario generarla en el instante mismo en que es demandada. Por esta razón, la capacidad o potencia instalada de las máquinas y equipos siempre debe estar diseñada para la demanda máxima, aun cuando el volumen de energía producida y vendida pueda ser muy variable.

Esta situación especial, que la distingue de otras actividades comerciales, plantea la necesidad de definir dos productos diferentes: La demanda máxima y la energía (producida o consumida) propiamente tal.

### 3.3.1.1 El producto demanda máxima

La demanda máxima está directamente vinculada a la potencia instalada necesaria para sostener esta demanda. El costo fijo anual de esta potencia plantea la necesidad de definir este producto como si se tratara del arriendo de un equipo o maquinaria de uso exclusivo. Su unidad de medida en el Sistema Internacional de Medidas SI es el vatio [ $W$ ], el kilovatio [ $kW$ ] o el megavatio [ $MW$ ].

El pago del arriendo mensual o anual le da derecho al usuario a disponer de la potencia contratada (y pagada) cuando lo desee, en particular durante las horas de punta, independientemente del volumen de energía que consuma (horas de utilización de la demanda).

Con este objeto las empresas eléctricas deben instalar equipos de medida apropiados, que midan constantemente la potencia y que sean capaces de memorizar los valores máximos diarios, mensuales o anuales demandados. Esta demanda, multiplicada por el respectivo precio unitario, corresponde al aporte anual o arriendo de potencia que cada cliente debe pagar anualmente para el financiamiento de los costos fijos necesarios para sostener su demanda. Normalmente estos arriendos o venta de potencia se contratan por períodos de 1 a 4 años, renovables, pero se pagan o prorratan en cuotas mensuales o bimensuales.

Cuando un consumidor celebra contratos de potencia con una empresa generadora, debe pagarle por dicha potencia como si se tratara del arriendo de maquinaria, sea que consuma o no energía. Para garantizar la potencia contratada, algunos generadores se ven en la obligación de instalar centrales térmicas de mediana capacidad cerca de los centros de consumo, solo con el objeto de ofrecer respaldos de potencia durante las horas de punta. Estas plantas deben ser capaces de estar 100% operativas durante dichas horas, aun cuando no produzcan ni una sola unidad de energía.



### 3.3.1.2 El producto energía eléctrica

Este concepto no requiere de mayores explicaciones salvo, naturalmente, que es necesario medirla con instrumentos apropiados. El Sistema Internacional de Unidades de Medida SI le asigna a esta magnitud física la unidad conocida como julio [J]. En el ámbito de la energía eléctrica se utiliza el kilovatio-hora [kWh], o el gigavatio-hora [GWh]. Su equivalente es:

$$1 [kWh] = 3.600.000 [J]$$

Cuando se trata de centrales térmicas resulta fácil e intuitivo asociar el costo directo de la energía generada al valor de los combustibles consumidos y, secundariamente, al costo del mantenimiento y operación. Cuando se trata de energía hidráulica, eólica o solar, dado que la materia prima tiene costo cero, el costo directo de producción de la energía eléctrica solo se puede asociar al costo de los repuestos y obra de mano necesarios para reemplazar las piezas y partes que sufren desgaste por efecto de la producción: rodetes, álabes, descansos, entre otros y, desde luego, al personal de operación y mantenimiento que, en estos casos, es bajo.

El costo total de las intervenciones y gastos de mantenimiento, prorrateado entre la energía hidráulica generada, da origen a costos directos de producción hidráulicos relativamente bajos. Por ejemplo, 2  $\left[\frac{\$}{kWh}\right]$  aproximadamente, mientras que el costo directo de la energía termoeléctrica es del orden de 30  $\left[\frac{\$}{kWh}\right]$ .

En resumen, como se ha visto, por las características especiales de la energía eléctrica, es necesario comercializar separadamente dos productos: la demanda máxima, medida en [kW] y, separadamente, la energía vendida/consumida, medida en [kWh], cada una con su respectivo precio unitario. Esta estructura de los precios da origen al concepto de tarifa binomia.

### 3.3.2 Tarifas eléctricas

Los productos que se comercializan en el mercado eléctrico son, básicamente la potencia y la energía. Cada uno de estos dos productos se ofrece en el mercado con su

respectivo precio unitario: el precio unitario de la demanda máxima  $d \left[ \frac{\$}{kW} \right]$  y el precio unitario de la energía en  $q \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$ .

Dado que el mercado eléctrico chileno ha sido subdividido en tres segmentos o sectores económica y técnicamente independientes: los generadores, los transmisores y los distribuidores y/o los consumidores libres no regulados, se hace necesario distinguir claramente las tarifas con que cada uno de ellos participa en las transacciones del mercado: las tarifas de generación, las tarifas de transmisión y las tarifas de distribución o de consumo final.

### 3.3.2.1 Tarifas de generación

En Chile los generadores son entidades privadas no reguladas, los que, en el marco de licitaciones públicas de suministro o contratos con clientes libres, comercializan la potencia y la energía de sus centrales a precios de mercado.

No obstante, dado que las cuotas de potencia y energía con que concurren los generadores al mercado están reguladas por el organismo técnico de despacho económico de carga, en la práctica, aun cuando la propiedad de las centrales sea privada, el perfil de producción de cada una está delegado al Coordinador, quien busca una operación a mínimo costo. No así el mantenimiento y la operación la cual queda a cargo del dueño de la central.

### 3.3.2.2 Tarifas de transmisión

Las tarifas por concepto de transmisión se refieren a los peajes que es necesario pagar a los transmisores por el servicio de transporte entre los nudos del sistema interconectado. Dado que la ley eléctrica chilena considera que los transmisores son un servicio de utilidad pública, un monopolio natural, sus precios están regulados por la Autoridad. Estos precios se refieren al peaje o estampillado que los usuarios del sistema (generadores y consumidores) deban pagar por el uso del sistema de transmisión entre los nudos del sistema. Al fin del periodo transitorio de la ley 20.936, el pago de la transmisión será efectuado íntegramente por los clientes finales.

Los precios de nudo se refieren a los precios medios de referencia para la potencia y la energía que calcula la Autoridad, para determinados nudos o puntos de los sistemas interconectados a los cuales concurren los productores con sus ofertas de energía y potencia. Se establece, de esta manera, un criterio o pauta oficial para determinar tanto los precios unitarios para cada uno de los dos productos básicos como, también, un criterio para determinar el costo unitario medio general de la energía en los puntos de compra-venta o nudos del sistema.

### 3.3.2.3 Tarifas de distribución

Las tarifas por concepto de distribución y venta a los clientes finales están basadas en el precio de los bloques de energía que las empresas distribuidoras deben pagar a los generadores, a los cuales es necesario agregar los peajes o estampillado de la transmisión, el VAD (valor agregado de distribución) y las pérdidas en los sistemas de transmisión y distribución.

Dado que la ley eléctrica chilena considera que las empresas distribuidoras son empresas de servicio público, monopolios naturales, sus precios de venta, necesariamente, deben ser regulados.

Las tarifas básicas de distribución están compuestas por un precio unitario anual por demanda máxima en horas de punta y un precio unitario por la energía vendida. Obviamente los precios varían de una región a otra y, también, según que los clientes estén conectados en media o baja tensión, en las diferentes zonas de concesión de la empresa eléctrica. Estos valores o precios de venta unitarios constituyen lo que se conoce como pliego de tarifas.

Al respecto es necesario tener presente que el VAD se determina en base a estudios hechos por empresas especializados independientes, aplicados al concepto de empresa eficiente o empresa modelo. La idea involucrada en este concepto, apunta a que la distribución en la zona de concesión debe realizarse mediante técnicas de administración y proyectos de inversión que, junto con optimizar la eficiencia y seguridad del servicio de distribución, conduzcan a la economía general del sistema.

Con este objeto cada una de las regiones, zonas o barrios de las áreas de concesión de las empresas de distribución se asimila a una empresa modelo típica, respecto de la cual se hacen los estudios. Luego, en base a estos mismos estudios, cada uno de los barrios o zonas rurales se tipifican, identifican y asimilan a sectores de ciertas características normalizadas.

Los costos de la energía y potencia deducidos de este tipo de estudios, dan origen a las tarifas oficiales máximas que la Autoridad permite a las empresas de distribución. Se trata, por lo tanto, de tarifas controladas por la Autoridad.

Obviamente, si los costos reales de las empresas resultan inferiores a los estimados para la empresa modelo, puede obtener utilidades mayores a las calculadas oficialmente. Igualmente, si los costos reales son superiores a los oficiales, la empresa distribuidora no logrará las utilidades esperadas.

Esta forma de calcular las tarifas de distribución en las zonas concesionadas obliga a las empresas eléctricas distribuidoras de servicio público a controlar muy bien sus inversiones y gastos de operación, en el sentido de no hacer inversiones inútiles o sobredimensionadas y a pagar precios de mercado competitivos por los insumos y obra de mano.

En resumen, el valor final  $S_c$  que debe pagar cada uno de los diferentes consumidores está compuesto por el cargo por demanda máxima en horas de punta y el cargo por energía consumida, según las tarifas o precios unitarios de cada uno de estos dos productos en la respectiva zona de concesión:

$$S_c = D_{m\acute{a}x} \cdot d_c + E_c \cdot q_c$$

El precio medio unitario  $s_c$  es, por lo tanto:

$$s_c = \frac{S_c}{E_c} = \frac{d_c}{H \cdot f_c} + q_c$$

Tomemos por ejemplo una de las tarifas de distribución en baja tensión publicadas por la antigua Chilectra en un determinado sector de la ciudad de Santiago. En dicho sector los precios medios de la tarifa binomia son los siguientes:

Cargo por demanda máxima en horas de punta :  $d_c = 9.099,70 \left[ \frac{\$}{kW} \right]$   
 Cargo por energía consumida :  $q_c = 35,791 \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$

La aplicación de este modelo de tarifa requiere medir la demanda máxima anual en horas de punta de cada cliente. Para esto sería necesario que todos y cada uno de ellos dispusieran de equipos de medida apropiados que, además de registrar y medir la energía consumida, sean capaces de medir la potencia y memorizar el valor máximo ocurrido durante las horas de punta del sistema. En la práctica esto solo es posible cuando los clientes son relativamente importantes y capaces de controlar sus demandas horarias.

Como se verá más adelante, la aplicación completa de esta forma de tarificación requiere de equipos especiales, capaces de medir y registrar cuatro (4) magnitudes eléctricas diferentes. La aplicación de esta tarifa a clientes de diferente factor de carga conduce a los precios medios que se muestran en la Ilustración 3-9.

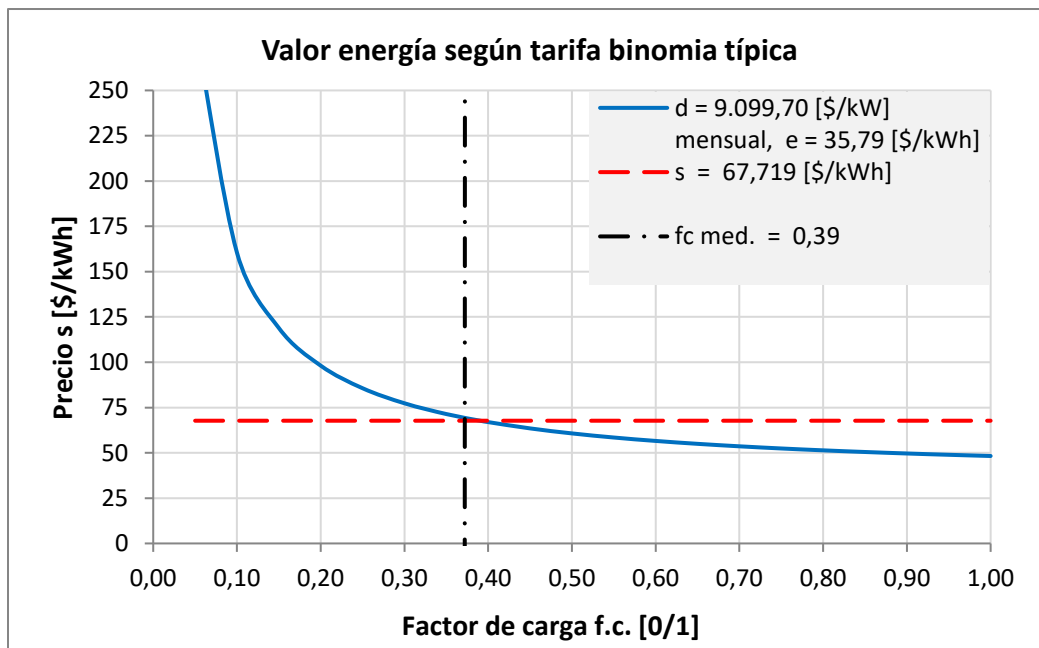


Ilustración 3-9: valor energía según tarifa binomial típica

La ley eléctrica chilena considera cuatro estructuras de tarifas diferentes, según que se midan una, dos, tres o cuatro magnitudes eléctricas, lo que, a su vez, da origen a cuatro grupos de tarifas: tarifas del grupo 1, tarifas del grupo 2, tarifas del grupo 3 y tarifas del grupo

4, cada una de las cuales está, a su vez, compuesta por series de precios según la ubicación, zona característica, tensión de alimentación y punto de medición de cada cliente.

Los cuatro grupos de tarifas están basados en los mismos precios básicos correspondientes a la tarifa binomia. Al respecto es necesario puntualizar que todos los clientes de menos de 2.000 [kW] pueden optar a cualquiera de estos cuatro (4) grupos de tarifas, de acuerdo a lo que estime conveniente. Por esta razón, es necesario tener presente que es de responsabilidad del proyectista-instalador autorizado, asesorar y recomendar la estructura tarifaria que mejor se acomode al interés económico y condiciones técnicas particulares de su cliente consumidor.

#### 3.3.2.3.1 Tarifas del grupo 1

Este grupo de tarifas es el de más fácil comprensión que se aplica en nuestro País. Se conocen como tarifas del grupo BT-1. Se aplican en baja tensión a clientes menores cuya potencia instalada sea igual o inferior a 10 [kW].

La aplicación de esta tarifa considera la medición de una sola magnitud eléctrica: la energía consumida medida en kilovatio-horas [kWh], a la cual se le aplica un precio único  $s_c$  (BT-1), correspondiente a la ubicación geográfica y características del sistema de distribución en baja tensión en el cual está ubicado el cliente.

El precio único de esta tarifa incluye, implícitamente todos los cargos fijos relacionados con la potencia y todos los costos variables relacionados con la energía. Para determinar su valor se parte de la base que todos los clientes a los cuales se les vende con esta tarifa tiene hábitos de consumo muy similares: mismo factor de carga y demanda máxima inferior a 10 [kW]. A partir de estas suposiciones (no necesariamente ciertas) se calcula el valor de la tarifa única  $s_c$  (BT-1), considerando que el factor de carga de todos los clientes es el mismo y que coincide con el factor de carga medio de la curva de carga del barrio o zona tarifaria.

Consideremos, por ejemplo, tres clientes similares, cuya demanda máxima en horas de punta es 2,2 [kW], cuyos consumos mensuales de energía son los que se indican en la

Tabla 3-5, a los cuales se les aplica la tarifa BT-1 por un valor fijo de  $67,719 \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$ , correspondiente al Sector 1A(a) de Chilectra:

Tabla 3-5: ejemplo cuenta clientes tarifa BT1

Cliente	Consumo mensual	Cuenta mensual
A	240 [kWh]	\$16.253
B	627 [kWh]	\$42.460
C	960 [kWh]	\$65.019

Si en vez de esta tarifa simplificada (monomía), basada solo en el precio único de  $67,719 \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$ , se aplicaran los precios de la tarifa binomia para el mismo sector con  $d_c = 9.099,70 \left[ \frac{\$}{kW} \right]$  y  $q_c = 35,791 \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$  los valores de la cuenta mensual para la demanda máxima en horas de punta de  $2,2 [kW]$ , resultarían los que se muestran en la Tabla 3-6.

Tabla 3-6: ejemplo cuenta clientes tarifa binomia

Cliente	Consumo $\left[ \frac{kWh}{mes} \right]$	Valor energía $\left[ \frac{\$}{mes} \right]$	Valor demanda $\left[ \frac{\$}{mes} \right]$	Total mensual $\left[ \frac{\$}{mes} \right]$	Precio medio $\left[ \frac{\$}{kWh} \right]$	Factor de carga [%]
A	240	8.590	20.019	29.609	123,371	14,9
B	627	22.441	20.019	42.460	67,719	39,0
C	960	34.359	20.019	54.378	56,644	59,8

Lo que la empresa eléctrica distribuidora ha hecho, es aplicar todas las fórmulas, factores de cálculo, correcciones y ajustes, para finalmente determinar un precio único para la mencionada tarifa BT-1, suponiendo que todos los clientes del mismo tipo, ubicados en la misma zona, tienen el mismo factor de carga: 39%, en este caso.

Con este sencillo ejemplo se puede comprobar que la aplicación de la tarifa BT-1 al cliente B conduce al mismo valor que si se le aplica la tarifa binomia y, por lo tanto, desde el punto de vista macroeconómico, ambas tarifas son equivalentes.

También podemos comprobar que el precio único, aplicado a clientes con mejor factor de carga, genera cuentas mensuales superiores a la que le corresponderían si se les aplicara la tarifa binomia. Análogamente, la aplicación de la tarifa BT-1 a los clientes con factor

de carga inferior al medio, da como resultado un precio medio inferior al que se deduce de la aplicación de la tarifa binomia.

Como vemos los clientes con factor de carga bajo resultan subsidiados por los de mejor factor de carga. Por ésta y otras razones la ley considera, explícitamente, que cada cliente consumidor tiene derecho a escoger, dentro del nivel de tensión y zona que le corresponde, la tarifa que más se acomode a sus características particulares de consumo, asesoría que, en estricto rigor, es de responsabilidad del profesional o instalador autorizado al momento de contratar el empalme con la empresa eléctrica.

### 3.3.2.3.2 Tarifas del grupo 2

Este grupo de tarifas se identifican por las siglas BT-2 y AT-2, según que se refieran a consumos conectados en baja tensión o en media tensión de distribución. La aplicación de estas tarifas requieren de dos equipos de medición diferentes: un equipo medidor-contador de energía activa, en kilovatio-horas [ $kWh$ ] y un equipo medidor-contador de energía reactiva, en kilovoltio-amperio-reactivo-hora [ $kVArh$ ].

Esta tarifa se aplica a clientes industriales y comerciales menores, cuyos consumos presentan altos índices de consumos reactivos debido, principalmente, a la presencia de motores y luces fluorescentes en sus redes. En esta tarifa la empresa eléctrica cobra el valor de la energía al precio unitario  $e_c$  de la tarifa binomia, mide y valoriza los consumos reactivos y, además, cobra el cargo por la potencia instalada-declarada PID al precio unitario  $d_c$  de la demanda máxima en horas de punta de la tarifa binomia.

En esta tarifa no se mide la demanda máxima en horas de punta. Se supone que la potencia instalada-declarada PID, informada al SEC por el cliente en su Declaración de Instalación Interior, siempre estará presente a las horas de punta. Es decir, se está suponiendo, arbitrariamente, que la potencia instalada-declarada por el cliente y profesional responsable, efectivamente será demandada a las horas de punta del sistema, lo que casi nunca ocurre. Por el contrario, la mayoría de los clientes instalan y declaran más potencia de la que realmente necesitan o demandan.



En algunos casos, sin embargo, cuando el cliente puede demostrar que su demanda ocurre fuera de las horas de punta, se le aplica una fracción del valor y se le califica como cliente parcialmente presente en punta. No obstante, esta fracción se aplica con respecto a la potencia contratada-declarada  $P_{ID}$  y no con respecto a la demanda máxima real. En el caso de la tarifa de Chilectra del ejemplo, la fracción del precio para la demanda parcialmente presente en punta es  $6.430,73 \left[ \frac{\$}{kW} \right]$ , en vez de  $9.099,70 \left[ \frac{\$}{kW} \right]$ , equivalente al 71 %.

Si efectivamente la demanda máxima real del cliente ocurriera durante las horas de punta y su valor coincidiera con la mencionada potencia instalada-declarada, entonces la aplicación de esta tarifa sería apropiada, ya que su resultado económico daría como resultado, precisamente, el que corresponde a la tarifa binomia básica. No obstante, como sabemos, lo normal es que la demanda máxima sea muy inferior a la potencia instalada-declarada, razón por la cual los clientes a los cuales se les aplica la tarifa BT-2 o AT-2 están constantemente pagando por una potencia que jamás han demandado ni utilizado. En estos casos la única solución para el cliente es optar por la tarifa del Grupo 3 o por la del Grupo 4.

El resultado económico  $S$  que resulta de aplicar esta tarifa está dado por:

$$S = P_{ID} \cdot d_c + E \cdot q_c$$

en que  $P_{ID}$  es la potencia instalada-declarada en  $[kW]$ ,  $P_{ID} \geq D_{m\acute{a}x HP}$ .

En este tipo de tarifas, además de los dos cargos básicos ya mencionados, se penalizan los consumos cuyo factor de potencia medio mensual es muy bajo. De acuerdo a la ley chilena, se cobra una multa del 1% por cada punto porcentual inferior al 93 %, según la siguiente fórmula:

$$Fp = \frac{E_A}{\sqrt{E_A^2 + E_R^2}}$$

En que:

$E_A$  : energía activa mensual consumida, medida por el contador de energía, en kilovatio horas  $[kWh]$  y

$E_R$  : energía reactiva inductiva mensual, medida por el contador de energía reactiva, en kilovoltio-amperio-reactivo-hora [ $kVArh$ ].

### 3.3.2.3.3 Tarifas del grupo 3

Este grupo de tarifas se identifican por las siglas BT-3 y AT-3, según que se refieran a consumos conectados en baja tensión o en media tensión de distribución. La aplicación de esta tarifa requiere de tres equipos de medición diferentes: un equipo medidor-contador de energía activa en kilovatio-horas [ $kWh$ ], un equipo medidor-contador de energía reactiva inductiva en kilovoltio-amperio-reactivo-hora [ $kVArh$ ] y un equipo medidor de la demanda máxima en kilovatios [ $kW$ ].

Los contadores de energía activa y reactiva cumplen con el mismo objetivo considerado en las tarifas del Grupo 2, es decir, medir y cobrar la energía activa consumida y calcular el factor de potencia medio mensual, lo que permite multar a los clientes que presenten un factor de potencia medio mensual inferior al 93 [%].

El registrador de la demanda máxima, mide las demandas y registra el valor máximo mensual con el objeto, justamente, de cobrar la demanda máxima en horas de punta considerada en la tarifa binomia básica. Los instrumentos que normalmente utilizan las empresas eléctricas para la medición de la demanda máxima, en general no son capaces de discriminar a qué horas del día o fecha del año se produce la demanda máxima, es decir, no hay manera de saber si la demanda máxima registrada por el instrumento se produjo o no durante las horas de punta.

Si el cliente desea ser clasificado como cliente parcialmente presente en punta debe demostrar que su demanda máxima se produce fuera de las horas de punta. Lograda esta calificación, se le aplicará la fracción del precio considerada en la tarifa (71 [%] en el ejemplo).

En estas tarifas, los precios se aplican a la demanda máxima real medida durante las horas de punta y no a la demanda instalada-declarada. Su aplicación es, por lo tanto, más justa que las tarifas del grupo 2.

## 3.3.2.3.4 Tarifas del grupo 4

Este grupo de tarifas, conocidas también como tarifas horarias, se identifican por las siglas BT-4 y AT-4, según que se refieran a consumos conectados en baja tensión o media tensión de distribución. Requieren de cuatro equipos de medición diferentes: un equipo medidor-contador de energía activa en kilovatio horas [ $kWh$ ], un equipo medidor-contador de energía reactiva inductiva en kilovoltio-amperio-reactivo-hora [ $kVArh$ ], un equipo medidor de la demanda, con registro memorizado de la máxima mensual en kilovatios [ $kW$ ] y otro equipo similar capaz de registrar, memorizar y discriminar la demanda máxima que ocurre justamente durante las horas de punta.

Los contadores de energía activa y reactiva cumplen con el mismo objetivo que el que cumplen en las tarifas del Grupo 2 y del Grupo 3, es decir, medir y cobrar la energía consumida y calcular el factor de potencia medio mensual.

Las tarifas de este grupo presentan dos valores o cargos por concepto de demanda máxima: el cargo por demanda máxima ocurrida efectivamente durante las horas de punta  $d_{CHP}$  y otro cargo, muchísimo menor,  $d_{CHV}$  que se aplica a la demanda máxima real total ocurrida a cualquier hora. En este caso, la suma de ambos cargos es igual el cargo  $d_c$  básico de la tarifa binomia de tal manera que si, eventualmente, la demanda máxima real se produce a las horas de punta, el cliente pagará el valor total básico  $d_c$ .

$$d_c = d_{CHP} + d_{CHV}$$

El resultado económico  $S$  que resulta de aplicar esta tarifa está dado por:

$$S = d_{CHP} \cdot D_{máx HP} + d_{CHV} \cdot D_{máx} + q_c \cdot E_{CA}$$

En el caso del ejemplo de Chilectra, los precios unitarios son los siguientes:

$$d_{CHP} = 7.400,65 \left[ \frac{\$}{kW} \right]$$

$$d_{CHV} = 1.699,05 \left[ \frac{\$}{kW} \right]$$

$$q_c = 35,791 \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$$

Como se puede ver, la suma de ambos cargos por demanda es igual al valor del cargo básico  $9.099,70 \left[ \frac{\$}{kW} \right]$ . Esta tarifa tiene la ventaja de que representa apropiadamente la responsabilidad que cada cliente tiene con respecto a los costos totales del sistema eléctrico. Premia o castiga a los clientes, según que sus modalidades de consumo sean convenientes o inconvenientes para el sistema eléctrico.

### 3.3.2.3.5 Ejemplo

Consideremos un cliente que debe regar sus prados de día y de noche durante todo el verano y parcialmente durante el resto del año, con una demanda máxima de  $100 [kW]$  y un consumo anual de  $395 [GWh]$ . Con este objeto, este cliente ha instalado tres (3) bombas de  $50 [kW]$  c/u, de las cuales normalmente trabajan dos.

El cliente no desea ni necesita consumir durante las horas de punta (invierno). Con este objeto ha instalado un reloj controlador especial, que desconecta automáticamente las bombas entre las 18:00 hrs. y las 23:00 hrs., durante los seis meses de invierno: abril, mayo, junio, julio, agosto y septiembre.

El precio medio general que obtendrá este cliente será diferente, según la tarifa que aplique, aun cuando los precios básicos sean los mismos. En efecto, los resultados económicos según la tarifa aplicada son los siguientes:

#### Consumos y características del cliente:

Consumo anual del cliente	: $E_{CA} = 395 [GWh]$
Potencia instalada-declarada	: $P_{ID} = 3 \cdot 50 [kW] = 150 [kW]$
Demanda máxima en horas de punta	: $D_{m\acute{a}x HP} = 0 [kW]$
Demanda máxima real (fuera de punta)	: $D_{m\acute{a}x HV} = 100 [kW]$
Factor de carga	: $f_c = 0,451 (45,1 \%)$

Aplicación tarifa BT-1

$$\text{Cargo por energía} : q_c = 67,719 \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$$

Cobro por energía consumida y alcance anual total:

$$S_{BT-1} = E_{CA} \cdot q_c = 395.000 [kWh] \cdot 67,719 \left[ \frac{\$}{kWh} \right] = k\$ 26.749$$

Aplicación tarifa BT-2

$$\text{Cargo por potencia instalada-declarada presente en punta} : d_{CHP} = 7.400,65 \left[ \frac{\$}{kW} \right]$$

$$\text{Cargo por potencia parcialmente presente en punta} : d_{CHV} = 1.699,05 \left[ \frac{\$}{kW} \right]$$

$$\text{Cargo por energía} : q_c = 35,791 \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$$

Cobro por potencia instalada-declarada parcialmente presente en punta:

$$P_{ID} \cdot d_c = 150 [kW] \cdot 6.430,73 \left[ \frac{\$}{kW} \right] \cdot 12 \text{ meses} = k\$ 11.575$$

Cobro por energía consumida:

$$E_{CA} \cdot q_c = 395.000 [kWh] \cdot 35,791 \left[ \frac{\$}{kWh} \right] = k\$ 14.137$$

Alcance anual total:

$$S_{BT-2} = P_{ID} \cdot d_c + E_{CA} \cdot q_c = k\$ 11.575 + k\$ 14.137 = k\$ 25.812$$

Precio medio final:

$$s_{BT-2} = \frac{S_{BT-2}}{E_{CA}} = 65,347 \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$$

Aplicación de la tarifa BT-3

$$\text{Cargo por potencia instalada-declarada presente en punta} : d_{CHP} = 7.400,65 \left[ \frac{\$}{kW} \right]$$

$$\text{Cargo por potencia parcialmente presente en punta} : d_{CHV} = 6.430,73 \left[ \frac{\$}{kW} \right]$$

$$\text{Cargo por energía} : q_c = 35,791 \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$$

Cobros por demanda máxima fuera horas de punta (horas valle):

$$D_{m\acute{a}x\ HV} \cdot d_{CHV} = 100 [kW] \cdot 6.430,73 \left[ \frac{\$}{kW} \right] \cdot 12 \text{ meses} = k\$ 6.431$$

Cobros por energía:

$$E_{CA} \cdot q_c = 395.000 [KWh] \cdot 35,791 \left[ \frac{\$}{kWh} \right] = k\$ 14.137$$

Alcance anual total:

$$S_{BT-3} = P_{ID} \cdot d_c + E_{CA} \cdot q_c = k\$ 6.431 + k\$ 14.137 = k\$ 20.568$$

Precio medio final:

$$s_{BT-3} = \frac{S_{BT-3}}{E_{CA}} = 52,071 \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$$

Aplicación de la tarifa BT-4:

Cargo por potencia instalada-declarada presente en punta	:	$d_{CHP} = 7.400,65 \left[ \frac{\$}{kW} \right]$
Cargo por potencia parcialmente presente en punta	:	$d_{CHV} = 1.699,05 \left[ \frac{\$}{kW} \right]$
Cargo por energía	:	$q_c = 35,791 \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$

Cobros por demanda máxima en horas de punta:

$$d_{CHP} \cdot D_{m\acute{a}x\ HP} = 0 [kW] \cdot 7.400,65 \left[ \frac{\$}{kW} \right] \cdot 12 \text{ meses} = k\$ 0$$

Cobros por demanda máxima fuera horas de punta (horas valle):

$$d_{CHV} \cdot D_{m\acute{a}x} = 100 [kW] \cdot 1.699,05 \left[ \frac{\$}{kW} \right] \cdot 12 \text{ meses} = k\$ 1.699$$

Cobros por energía:

$$395.000 [KWh] \cdot 35,791 \left[ \frac{\$}{kWh} \right] = k\$ 14.137$$

Alcance anual total:

$$S_{BT-4} = d_{CHP} \cdot D_{m\acute{a}x HP} + d_{CHV} \cdot D_{m\acute{a}x} + q_c \cdot E_{CA} = k\$ 0 + k\$ 1.699 + k\$ 14.137 = k\$ 15.836$$

Precio medio final:

$$s_{BT-4} = \frac{S_{BT-4}}{E_{CA}} = 40,091 \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$$

Como se ve, si bien los precios básicos de la tarifa binomia son los mismos, los resultados económicos son claramente diferentes: Por su modalidad de consumo, la tarifa horaria BT-4 o AT-4 resulta, en definitiva, mucho más justa para este tipo de clientes. En efecto, dado que, durante las horas de punta de invierno, en que la demanda aumenta y, por lo tanto, la oferta de potencia es relativamente escasa y mucho más cara, este tipo de clientes no representan una carga para el sistema. En cambio, en verano, cuando las máquinas generadoras se encuentran parcialmente ociosas, consumen muchísimo durante todo el día y la noche, lo que les da acceso a los precios de las centrales generadoras que trabajan en base, los que como sabemos, son mucho más bajos.

### 3.3.2.4 Tarifas libres y especiales

La ley chilena también considera la posibilidad de que los clientes ubicados dentro de las zonas de concesión de las empresas eléctricas, puedan si lo estiman conveniente, negociar libremente el precio y estructura de las tarifas eléctricas, así como las condiciones técnicas del suministro y formas de pago.

No obstante, dado que siempre existe un Pliego de Tarifas oficial vigente, éste sirve de referencia para que, en definitiva, los convenios especiales entre consumidores y distribuidores se enmarquen dentro de situaciones de mercado justas y convenientes para ambas partes. En general es posible distinguir los siguientes casos:

#### 3.3.2.4.1 Clientes industriales de más de 2.000 [kW]

En estos casos la ley obliga a los actores involucrados a acordar volúmenes de energía y potencia anual garantizados, así como precios y formas especiales de pago, con algún suministrador, ya sea generador, distribuidora, etc.

## 3.3.2.4.2 Clientes industriales o comerciales de entre 500 [kW] y 2.000 [kW]

En estos casos la ley permite e incentiva a los consumidores para que, si lo estiman conveniente, negocien sus condiciones con las empresas de la misma forma anterior. No obstante, si esto no es posible, o si al cliente consumidor no le resulta conveniente negociar directamente con la empresa distribuidora, siempre tiene la opción de optar por las tarifas oficiales del Pliego de Tarifas vigente en su zona.

## 3.3.2.4.3 Tarifa horaria especial para clientes residenciales de hasta 15 [kW]

Algunas empresas de distribución, en particular Enel Distribución, ofrecen una tarifa residencial horaria especial compuesta por tres (3) precios unitarios para la energía según la hora en que se consume. Para esto, instala un medidor de energía especial electrónico que registra separadamente la energía en horas valle (23:00 hrs. a 8:00 hrs.), la energía en horas plenas (8:00 hrs. a 18:00 hrs.) y la energía en horas de punta (18:00 hrs. a 23:00 hrs.). A las energías consumidas en los diferentes tramos del día se les conoce como bloques de energía horaria. Los precios unitarios de esta tarifa, vigentes en junio de 2016 en un barrio residencial de Santiago eran los siguientes.

$$\begin{aligned} \text{Bloque de energía nocturna (horas valle)} & : s_{HV} = 78,6522 \left[ \frac{\$}{kWh} \right] \\ \text{Bloque de energía diurna (horas plenas)} & : s_{HD} = 112,3602 \left[ \frac{\$}{kWh} \right] \\ \text{Bloque de energía en punta (horas de punta)} & : s_{HP} = 146,0659 \left[ \frac{\$}{kWh} \right] \end{aligned}$$

Por sus características intuitivas y de fácil comprensión, en Europa este tipo de tarifas horarias son muy populares. En nuestro país esta tarifa está siendo cada vez más solicitada por clientes residenciales más exigentes cuyos niveles de consumo son mayores al promedio.

Creemos que, dada la nueva normativa sobre licitaciones de suministro para clientes regulados y la inclusión de nuevos tipos de consumo relacionados con la electromovilidad, es probable que las tarifas horarias se generalicen a todos los niveles de potencia y tensión, tanto para clientes libres como regulados, pudiéndose negociar por bloque horario.



#### 3.3.2.4.4 Clientes de hasta 100 [kW] con generación renovable propia (ERNC)

La nueva ley, publicada en marzo de 2012 (Ley 20.571), aplicable a clientes residenciales, comerciales o industriales menores, con empalmes de hasta 100 [kW], establece que los clientes que dispongan de cogeneración limpia renovable propia, podrán inyectar a la red de distribución sus excedentes, de acuerdo a tarifas especiales de compra-venta, que también son reguladas, cuya potencia sea menor, o a lo sumo igual, a la potencia del empalme contratado.

Según el reglamento vigente, publicado en el Diario Oficial el 20/09/2014, la empresa eléctrica se obliga a pagar los excedentes de energía ERNC, al respectivo precio de nudo, agregando el valor del porcentaje de pérdidas que ahorrará con motivo de la energía adicional inyectada en el punto final de consumo.

## Capítulo 4

# Acumuladores y sistemas electroquímicos reversibles

*Los cambios tecnológicos hacen del almacenamiento de energía un aspecto cada día más relevante, por lo que en esta sección presenta una teoría general de acumuladores electroquímicos y se describen acabadamente los acumuladores de plomo-ácido e ion-litio, incluyendo aspectos técnicos y económicos. También se exponen elementos de electrólisis y galvanoplastia.*

### 4.1. Descripción general de sistemas electroquímicos reversibles

Los sistemas electroquímicos reversibles están compuestos por dos polos o placas de polaridad inversa, inmersas una cuba o contenedor de electrolito. En estos equipos distinguimos los siguientes elementos:

#### Circuito eléctrico interior

- Sustancia química activa del polo negativo;
- Sustancia química activa del electrolito (solute disuelto en un solvente inerte) y
- Sustancia química activa del polo positivo.

#### Circuito eléctrico exterior:

- Estructuras conductoras que soportan el material químico activo de los polos;
- Postes o bornes de conexión eléctrica al circuito exterior;
- Cableado exterior;
- Resistencia (o impedancia) de carga representativa de los consumos y
- Equipo cargador (rectificador).

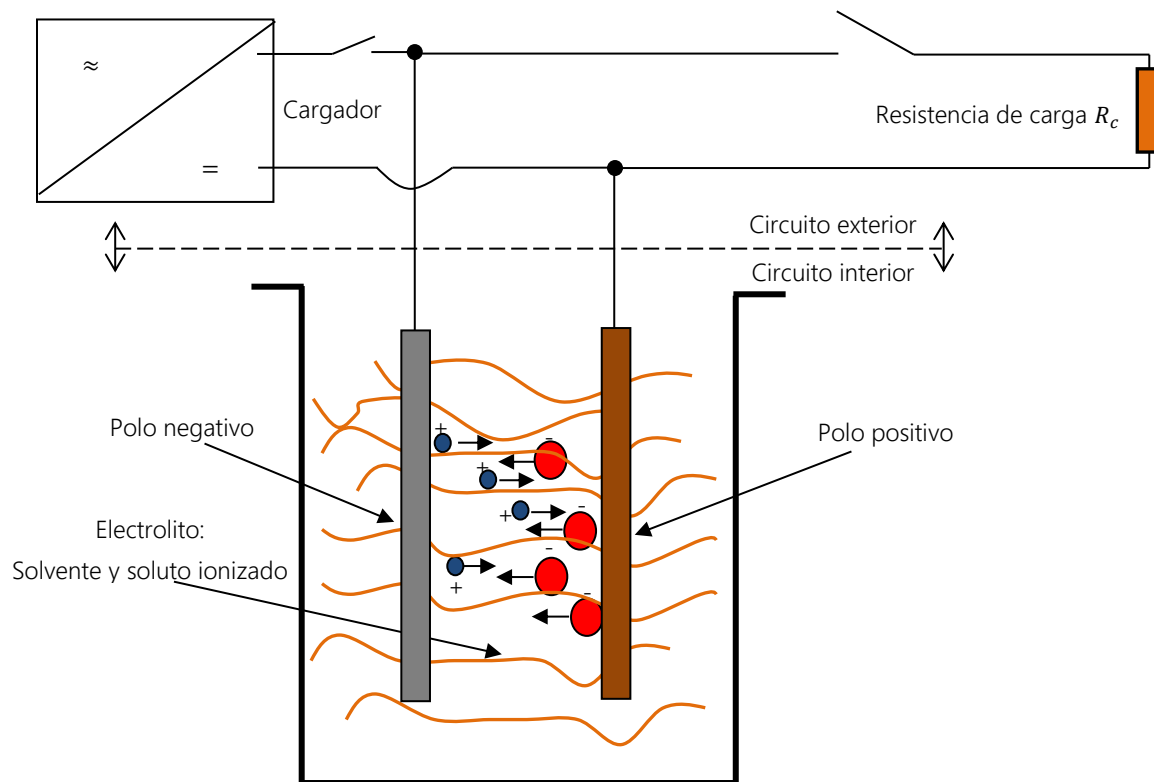


Ilustración 4-1: descripción de un sistema electrolítico reversible

Distinguiamos los siguientes tipos de sistemas electroquímicos:

- a) Sistemas electroquímicos desinados a la obtención de elementos puros.

Los sistemas electroquímicos destinados a la obtención de elementos puros son sistemas que funcionan en base a la disociación molecular o electrolisis de compuestos moleculares contenidos en el electrolito, cuyos componentes iónicos se pueden recuperar como elementos puros en uno de los polos del sistema.

- b) Sistemas electroquímicos destinados a galvanoplastia y/o a la purificación de metales.

Los sistemas electroquímicos destinados a galvanoplastia y/o purificación de metales son sistemas que funcionan en base al proceso conocido como migración iónica selectiva, que permite extraer del polo emisor solo los átomos del metal que se desea, los cuales migran por el electrolito hasta quedar depositados en el polo receptor.

c) Sistemas electroquímicos destinados a acumular energía.

Los destinados a acumular energía basan su operación en las reacciones químicas (exotérmicas y endotérmicas) de las sustancias activas que contienen los sistemas electrolíticos. Son capaces de entregar energía eléctrica al circuito eléctrico exterior a expensas de la energía química de las sustancias activas y, alternativamente, capaces de guardar energía química, a expensas de la energía eléctrica suministrada desde el exterior, procedente de un sistema de cargadores eléctricos. Los acumuladores son, por lo tanto, recargables o reversibles.

#### 4.1.1 Barreras de potencial

El funcionamiento de los sistemas electroquímicos y acumuladores se basa en la diferencia de tensión (energía por unidad de carga eléctrica) que se establece entre dos sustancias químicas diferentes, debida a las diferencias entre sus respectivos niveles de electronegatividad.

El concepto de electronegatividad, propuesto por el físico norteamericano Linus Pauling (1901-1994), está vinculado a la energía de ionización característica de cada elemento. Representa la mayor o menor capacidad relativa para atraer o repeler electrones de valencia. Su origen obedece a diversas leyes de la electrostática, física atómica y mecánica cuántica, cuya discusión cae fuera del marco de esta exposición.

En la Tabla 4-1 se muestran las características de algunos elementos, ordenados según el nivel de electronegatividad de Pauling, el cual entrega un valor adimensional desde el 0,7 para el francio hasta el 4,0 para el flúor. En la lista presentada vemos que el oxígeno la encabeza con un nivel de electronegatividad de 3,44, mientras que el litio ocupa el último lugar de la tabla, con solo 0,98.

Al introducir en un electrolito dos sustancias diferentes, por ejemplo, dos metales o un metal y un óxido, dadas las diferencias entre los niveles de electronegatividad y/o energía de ionización, siempre es posible medir una diferencia de tensión entre ambos.

Tabla 4-1: masa atómica, valencia, densidad y electronegatividad de algunos elementos

Elemento (símbolo)	Masa atómica $\left[\frac{g}{mol}\right]$	Valencia <sup>14</sup>	Densidad $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	Electronegatividad (escala de Pauling)
O	15,9994	-2,	1,429	3,44
N	14,0067	±3, +5	1,2506	3,04
S	32,065	±2, +4, +6,	1.960	2,58
C	12,0111	±4	2.267	2,55
Au	196,9665	+3	19.300	2,54
Pb	207,19	+2, +4	11.340	2,33
Pt	195,084	+2, +4	21.450	2,28
H	1,00794	±1	0,0899	2,20
P	30,97376	±3, +5	1.823	2,19
Sb	121,760	±3,+5	6.697	2,08
Ag	107,8683	+1	10.490	1,93
Ni	58,71	+2	8.908	1,91
Cu	63,536	+2	8.960	1,90
Co	58,9332	+2, +3	8.900	1,88
Fe	55,8450	+2, +3	7.874	1,83
Al	26,982	+3	2.698	1,61
Li	6,9417	+1	535	0,98

#### 4.1.1.1 Barrera de potencial del polo negativo

La sustancia activa del polo negativo generalmente es un metal puro, susceptible de combinarse con la sustancia activa del electrolito, con el cual puede formar sales, hidróxidos u otros. En la superficie de contacto del metal con el electrolito sus átomos se ionizan, formando iones positivos.

En este proceso, los electrones de valencia del metal se difunden hacia el interior de la masa del electrodo, alejándose de la superficie.

<sup>14</sup> Si bien existen más estados de oxidación posibles, solo se presentan los más comunes.

Simultáneamente los iones positivos, así formados, se orientan en el sentido necesario para combinarse con los iones negativos existentes en el electrolito. Se forma, de esta manera, una barrera de potencial en la superficie de contacto del tipo np.

#### 4.1.1.2 Barrera de potencial del polo positivo

La sustancia activa del polo positivo puede ser otro metal, algún óxido u otra sustancia, cuyos cristales o moléculas superficiales también pueden combinarse con las sustancias del electrolito y formar compuestos de menor nivel energético (sales, hidróxidos u otros). Los iones existentes en la superficie de contacto con el electrolito se ionizan formando iones negativos, extrayendo los respectivos electrones de valencia de los electrones de conducción disponibles en el circuito metálico exterior, difundiendo huecos positivos hacia el interior del material activo.

Los iones negativos, así formados, se orientan en el sentido de combinarse con los iones positivos existentes en el electrolito. Se forma, así, otra barrera de potencial pn en la superficie de contacto entre el polo positivo y el electrolito, pero de signo contrario a la que se ha formado en el polo negativo.

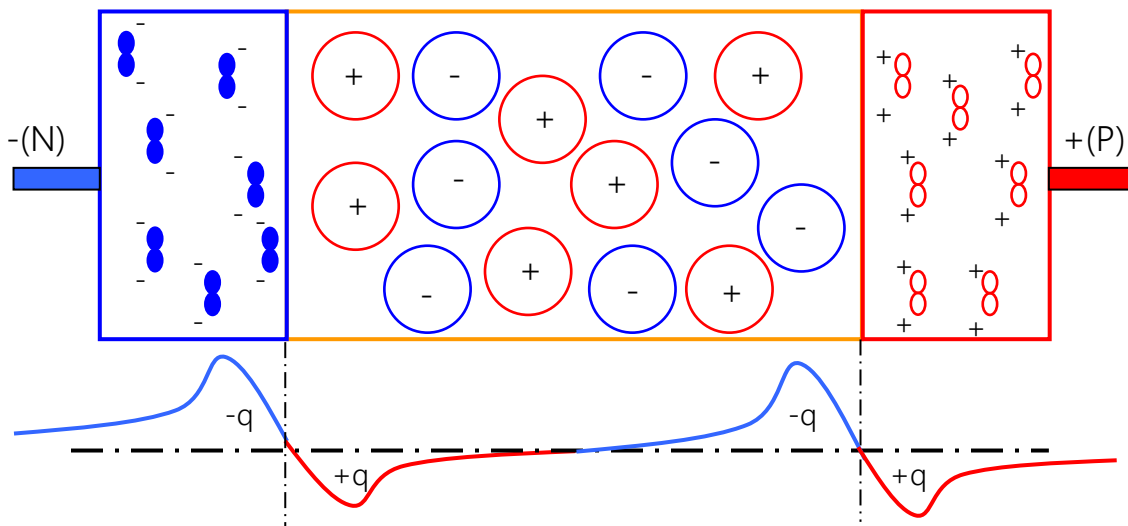


Ilustración 4-2: barreras de potencial en un sistema acumulador

Al sumergir los dos polos en el electrolito, manteniendo entre ellos una separación, dado que quedan eléctricamente interconectados a través del electrolito, la suma algebraica

de los diferentes potenciales electroquímicos de las sustancias activas presentes, conectadas en serie, se manifiesta como una diferencia de tensión eléctrica entre los bornes, conocida como tensión electroquímica característica natural del acumulador. También se conoce como fuerza electromotriz natural (fem) del acumulador.

Bajo ciertas condiciones de temperatura, concentración y presión, la tensión electroquímica característica natural  $U_e$  de cada tipo de acumulador es constante e independiente de la geometría, tamaño, distancia entre los polos o cantidad de sustancia activa. Solo depende del tipo de sustancias activas presentes.

En circuito abierto, esta tensión siempre aparecerá en bornes del acumulador, aunque se encuentre parcialmente descargado. Basta que haya una pequeña cantidad de sustancia activa remanente en los polos (que aún no haya reaccionado) para que aparezca esta tensión.

Como vemos, entre ambas barreras de potencial se establece un campo eléctrico entre los polos al interior del electrolito, cuyo valor es, para  $U_e = \Delta U_{ne} - \Delta U_{ep}$

$$\vec{E} = \frac{\partial U_e}{\partial r} \hat{r}$$

#### 4.1.2 Conducción por el circuito eléctrico exterior

Dado que los electrones de valencia, acumulados en el polo negativo, no tienen la energía necesaria y suficiente que les permita vencer la barrera de potencial descrita, las reacciones electroquímicas no pueden ocurrir espontáneamente.

Para que estas reacciones efectivamente puedan ocurrir es necesario que los electrones de valencia puedan migrar desde el polo negativo hasta el positivo, lo que se materializa por el circuito eléctrico conductor exterior.

Debido al mayor nivel energético de las sustancias activas originales, respecto de las sustancias degradadas resultantes, al reaccionar liberan sus excedentes de energía, proceso que se materializa en las resistencias del circuito eléctrico. La circulación de electrones por el circuito eléctrico exterior, así como la circulación de iones por el circuito eléctrico interior y la

respectiva transferencia de energía, se mantendrán mientras haya continuidad eléctrica y en la medida que haya material activo disponible, que aún no haya reaccionado.

Obviamente este proceso puede ocurrir en cualquiera de las dos direcciones, según la polaridad de la tensión y/o la dirección física del campo eléctrico asociado: el proceso es, por lo tanto, reversible.

#### 4.1.3 Mecanismo de migración y cálculo de masas

En general, los electrolitos son soluciones de algún ácido, hidróxido o sal, susceptibles de combinarse con las sustancias activas de ambos polos. Sus moléculas, además de disolverse, se disocian en sus respectivos iones positivos y negativos. Como en toda solución, los iones se pueden mover libre y separadamente al interior del electrolito. El solvente puede ser agua o algún solvente orgánico capaz de disolver las moléculas del soluto.

En presencia de un campo eléctrico los iones se moverán en la dirección del campo eléctrico aplicado según sus respectivas polaridades, estableciéndose, así, una corriente eléctrica iónica.

A diferencia de lo que ocurre en conductores metálicos, en los cuales la conducción se produce a expensas de los electrones de valencia libres existentes en la masa metálica, en los electrolitos la conducción se efectúa a expensas de los iones positivos y negativos que contiene.

Al moverse dentro del electrolito colisionan con las moléculas del solvente, transfiriéndoles energía cinética y, por ende, el electrolito se calienta. Este fenómeno queda representado por la resistencia interna  $R_i$  equivalente del circuito eléctrico interior.

Vemos además que, dado que las sustancias activas existentes en ambos polos son susceptibles de formar combinaciones con los iones del electrolito, el movimiento se puede producir en cualquiera de las dos direcciones.

Cuando un átomo neutro, instalado en la superficie de un polo, impulsado por el campo eléctrico logra vencer la barrera de potencial, se incorpora como ion al electrolito.



Simultáneamente, dado que es necesario que se mantenga el equilibrio electrostático en el sistema, en el otro polo, un ion de idéntica carga eléctrica, se combina e incorpora como molécula neutra a la red cristalina del electrodo contrario.

Se genera, de esta manera, un proceso continuado de combinación y descombinación, como haciendo carambolas, proceso que conocemos como migración o transporte de material por el electrolito, de un polo al otro.

En este proceso es necesario distinguir entre la velocidad de propagación del campo eléctrico y la velocidad de migración. La velocidad de propagación  $v_p$  corresponde a la velocidad de la señal electromagnética (similar a la de la luz) que se establece en cuanto se cierra el interruptor del circuito exterior. Esta velocidad está dada por la permitividad dieléctrica  $\epsilon$  y la permeabilidad magnética  $\mu$  del medio.

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

La velocidad de migración  $v_m$  corresponde a la velocidad con que se mueven físicamente los iones dentro en el electrolito, impulsados por el campo eléctrico. Se puede calcular evaluando la densidad de corriente  $i$  y la densidad volumétrica de cargas  $q_v$  contenidas en el volumen  $V$  del electrolito, según la siguiente relación. Esta velocidad es del orden de  $0,3 \left[ \frac{mm}{s} \right]$  a  $3 \left[ \frac{mm}{s} \right]$ .

$$i = \frac{I}{S} \quad q_v = \frac{Q}{S \cdot l}$$

$$v_m = \frac{i}{q_v}$$

En estas expresiones:

- $I$  : corriente en el circuito;
- $S$  : superficie activa de las placas polares y
- $l$  : distancia entre las placas o polos.

La carga eléctrica  $Q$ , la energía  $E$  y la masa  $M$  asociadas a ésta transferencias están dadas por:

$$Q = v \cdot (e \cdot N_A) \cdot n$$

$$E = Q \cdot U_e$$

$$M = n \cdot m$$

En estas expresiones:

$e$  : carga del electrón  $e = 1,60219 \cdot 10^{-19}[C]$ ;

$N_A$  : número de Avogadro  $N_A = 6,02263 \cdot 10^{23}[mol^{-1}]$ ;

$v$  : número de electrones de valencia que intervienen en cada reacción;

$n$  : número o cantidad total de raciones molares consideradas  $[mol]$ ;

$U_e$  : tensión electroquímica característica del sistema electroquímico  $[V]$  y

$m$  : masa atómica o molecular del compuesto considerado  $[g]$ .

Dado que este tipo de cálculos están referidos a cantidades molares, siempre aparecerá el producto  $(e \cdot N_A)$ , conocido como constante de Faraday  $F$ , cuyo valor fue medido experimentalmente por Michael Faraday (1791-1867). Actualmente se acepta que su valor es:

$$F = e \cdot N_A = 96.494 \left[ \frac{C}{mol} \right]$$

Por lo tanto, la carga eléctrica  $Q$  también se puede expresar como:

$$Q = v \cdot F \cdot n$$

#### 4.1.4 Resistencias internas del sistema electroquímico

La resistencia interna  $R_i$  representa la caída de tensión y/o la pérdida de energía en el circuito interior con motivo de la migración iónica. Está compuesta por la resistencia al paso de iones por el electrolito  $R_e$ , a la cual se agregan la resistencia al paso de iones al interior de la sustancia activa del polo negativo  $R_n$  y la resistencia eléctrica al paso de iones al interior de la sustancia activa del polo positivo  $R_p$ .

$$R_i = R_e + R_n + R_p$$

La conductancia eléctrica  $G$  es, por definición, el valor de la corriente por unidad de tensión aplicada. Es proporcional a la conductividad  $\lambda$  del material, a la superficie o sección

$S$  conductora e inversa de la distancia  $l$  del recorrido. Corresponde al valor recíproco de la resistencia eléctrica  $R$ .

$$G = \frac{1}{R} = \lambda \frac{S}{l}$$

$$R_i = \frac{1}{G_e} + \frac{1}{G_n} + \frac{1}{G_p}$$

En los sistemas electroquímicos la conductividad  $\lambda$  está directamente relacionada con la movilidad o facilidad con que los iones pueden moverse al interior del medio conductor (electrolito y/o polos). Su valor depende de la concentración  $c$  del material activo presente. En primera aproximación, para bajas concentraciones, es posible considerar que la movilidad y la conductividad  $\lambda$  son directamente proporcionales a la concentración  $c$  de sustancia activa presente. En estas circunstancias la conductancia  $G$  se puede evaluar según las siguientes expresiones:

$$\lambda \approx K c$$

$$G = (K \cdot c) \frac{S}{l} = K \frac{n}{l^2} = K \frac{q}{l^2 v F}$$

En estas expresiones:

$$c = \frac{n}{V} \quad ; \quad V = S \cdot l \quad ; \quad d = \frac{M}{V} \quad ; \quad n = 1.000 \frac{M}{m} = \frac{q}{v F}$$

- $\lambda$  : conductividad eléctrica con respecto al medio  $\left[\frac{S}{m}\right]$ ;
- $K$  : conductancia unitaria en el medio considerado  $\left[S \frac{m^2}{mol}\right]$ ;
- $c$  : concentración de iones activos  $\left[\frac{mol}{m^3}\right]$ ;
- $S$  : superficie o sección de conducción efectiva  $[m^2]$ ;
- $V$  : volumen de electrolito o del material activo disponible  $[m^3]$ ;
- $l$  : distancia de migración  $[m]$ ;
- $d$  : densidad del material considerado  $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$  o  $\left[\frac{g}{l}\right]$ ;
- $M$  : Masa del material considerado  $[kg]$ ;
- $n$  : cantidad molar de iones disponibles para reaccionar  $[mol]$ ;
- $q$  : carga eléctrica en el volumen considerado  $[C]$ ;
- $v$  : valencia de la reacción electroquímica;

$m$  : masa atómica del material considerado  $\left[\frac{g}{mol}\right]$  y  
 $F$  : constante de Faraday  $96.494 \left[\frac{C}{mol}\right]$ .

A excepción del acumulador de plomo ácido (4.4.1), en la mayoría de los sistemas electroquímicos el material activo del electrolito solo sirve para la migración de iones desde un polo al otro. No participa activamente en las reacciones químicas energéticas principales, razón por la cual su concentración, conductancia y resistencia permanecen constantes:

$$c_e = ctte \rightarrow G_e = \frac{1}{R_e} = ctte$$

En los polos lo normal es que durante el proceso electroquímico la sustancia activa de un polo (polo emisor) migre por el electrolito hasta el otro polo. Su concentración variará desde un valor máximo  $c_{m\acute{a}x}$  hasta hacerse nula cuando se agote el material activo disponible. En estas circunstancias la conductividad iónica del electrodo emisor variará desde un valor máximo  $\lambda_{m\acute{a}x}$ , hasta anularse completamente, por lo tanto, su resistencia interna variará desde un valor mínimo original o inicial  $R_0$  hasta hacerse infinita.

$$R = \left(\frac{l}{K S}\right) \left(\frac{1}{c}\right) = \left(\frac{l^2 v F}{K}\right) \left(\frac{1}{q}\right)$$

Para:

$$c = c_{m\acute{a}x} \rightarrow R = \left(\frac{l}{K S}\right) \left(\frac{1}{c_{m\acute{a}x}}\right) = R_0$$

$$c = 0 \rightarrow R = \lim_{c \rightarrow 0} \left(\frac{l}{K S}\right) \left(\frac{1}{c}\right) = \infty$$

Al alcanzar este límite, la corriente en el circuito se interrumpe, aun cuando haya tensión aplicada al sistema. Sin embargo, si se invierte la polaridad del campo eléctrico aplicado (4.1.3) o se aplica una tensión externa superior a la electroquímica natural (4.1.6.1), dado que el material que ha migrado se encuentra ahora en el polo receptor, ocurrirá un proceso de migración, similar al primero, pero en la dirección contraria: la resistencia interna, en vez de infinita, tendrá al valor mínimo o inicial  $R_0$ , según ecuaciones similares a las descritas, pero complementarias. La conductancia, en este caso, dependerá de la concentración del material activo disponible en el polo que ha pasado a ser el nuevo emisor.

Vemos así que, según la dirección de la migración iónica o polaridad, es posible observar dos resistencias internas diferentes, de similar comportamiento, cuyos valores se complementan. Reconocemos así, la resistencia a la descarga o directa  $R_d$  y la resistencia a la recarga o reversa  $R_r$ .

En base a estos conceptos es fácil demostrar que la resistencia interna  $R_d$  a la descarga y la resistencia interna  $R_r$  a la recarga de un acumulador reversible, obedecen a las siguientes funciones hiperbólicas, para

$$Q_e = q_d + q_r \quad ; \quad q_r = Q_e - q_d \quad ; \quad q_r = Q_e - q_d$$

$$R_d = \frac{R_{0,d}}{1 - \frac{q_d}{Q_e}} = \frac{R_{0,d}}{\frac{q_r}{Q_e}} \quad ; \quad R_r = \frac{R_{0,r}}{1 - \frac{q_r}{Q_e}} = \frac{R_{0,r}}{\frac{q_d}{Q_e}}$$

$$R_{id} = R_d + R_S \quad ; \quad R_{ir} = R_r + R_S$$

En estas expresiones:

- $Q_e$  : carga electroquímica (intrínseca) contenida en las sustancias activas;
- $q_d$  : carga eléctrica entregada (suministrada al consumo);
- $q_r$  : carga eléctrica inyectada (o remanente en el acumulador);
- $R_{0,d}$  : resistencia inicial en descarga, acumulador completamente cargado;
- $R_{0,r}$  : resistencia inicial en recarga, acumulador completamente descargado y
- $R_S$  : parte fija constante de la resistencia interna  $R_i$ .

El ejemplo de la Ilustración 4-3 corresponde acumulador ABSOLITE sellado modelo 100A39, cuya capacidad nominal comercial  $Q_n$  es 1.800 [Ah]. Sus parámetros característicos (calculados por el autor) son:

- Cantidad de material activo procesable :  $n_e = 41$  [mol]
- Capacidad electroquímica (intrínseca) :  $Q_e = 2.200$  [Ah]
- Tensión electroquímica natural :  $U_e = 2,14$  [V]
- Resistencia interna inicial :  $R_0 = 0,23$  [mΩ]

Como se verá más adelante, para el caso de los sistemas destinados a galvanoplastia y/o purificación de metales utilizamos los términos directa y reversa, mientras que para los acumuladores reversibles utilizamos los términos descarga y recarga.

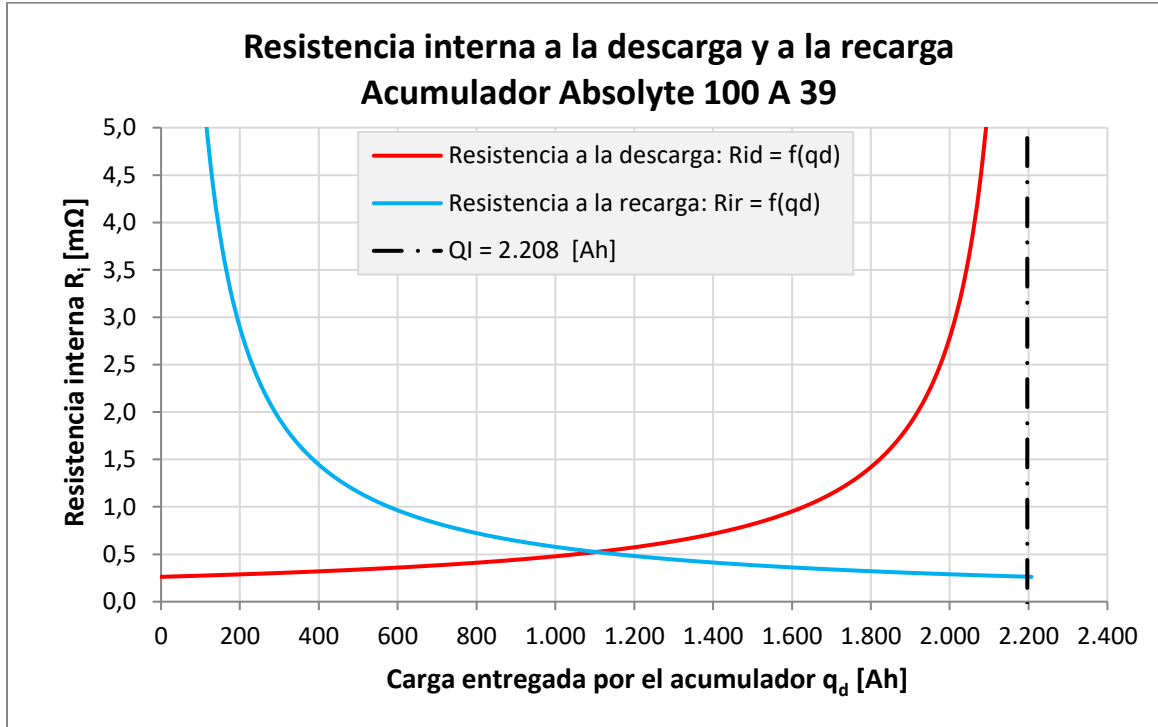


Ilustración 4-3: resistencia interna a la descarga y a la recarga, acumulador Absolyte 100A39

En la hoja "Curva de carga Pb sellada" del archivo asociado al Capítulo 4 en la página web del libro, el lector puede replicar la Ilustración 4-3.

#### 4.1.5 Capacidad electrostática

Durante la recarga, cuando se ha procesado el 100% de la sustancia activa susceptible de reaccionar, la resistencia interna se hace infinita y, por lo tanto, se interrumpe la migración iónica. La corriente en el circuito será nula, aun cuando el equipo cargador/ alimentador externo continúe aplicando tensión. A partir de este momento, el sistema electroquímico se comportará como un condensador electrostático compuesto por dos placas conductoras de polaridad opuesta, separadas por un material de resistencia infinita y permitividad dieléctrica  $\epsilon$ .

Al permanecer aplicada una tensión externa  $U_r$  igual o superior a la electroquímica natural  $U_e$ , el condensador equivalente se cargará con una carga adicional electrostática  $Q_E$ , aportada por los electrones de conducción del circuito alimentador exterior. Esta carga adicional no forma parte, ni debe confundirse, con la carga electroquímica  $Q_e$  propia de las sustancias activas del sistema electroquímico.

La capacidad electrostática  $C_E$  del condensador equivalente del sistema electroquímico está dada por:

$$C_E = \epsilon \frac{S_e}{l_e} [F]$$

En esta expresión:

- $S_e$  : superficie efectiva equivalente del sistema de placas conductoras [ $m^2$ ];
- $l_e$  : distancia media efectiva entre las placas conductoras [ $m$ ] y
- $\epsilon$  : permitividad dieléctrica del medio (aislador) [ $\frac{F}{m}$ ].

Se puede medir y evaluar midiendo la carga  $Q_E$  y la sobretensión adicional  $\Delta U_r$ . Para  $\Delta U_r = U_r - U_e = U_E$ :

$$Q_E = C_E \cdot U_E \quad ; \quad C_E = \frac{Q_E}{U_E}$$

En estas circunstancias, la carga eléctrica total acumulada  $Q_T$  será la suma algebraica de ambas cargas:

$$Q_T = Q_e + Q_E$$

#### 4.1.6 Tensiones características

En un sistema electroquímico es posible identificar las siguientes tensiones características

##### 4.1.6.1 Tensión electroquímica natural $U_e$

Como en todo sistema electroquímico, siempre existe y es posible medir una tensión entre los electrodos del sistema, cuyo valor depende básicamente de la diferencia del potencial electroquímico que existe entre materiales diferentes, según el índice de

electronegatividad Pauling de cada elemento. A presión y temperatura normal, teóricamente este valor solo depende de la diferencia algebraica de los potenciales electroquímicos de los diferentes elementos que forman parte de las sustancias químicas de cada electrodo: ánodo y cátodo.

Así, por ejemplo, el valor la tensión electroquímica de algunos acumuladores típicos se muestra en la Tabla 4-2.

Tabla 4-2: tensión electroquímica natural de algunos acumuladores

Acumulador	Tensión electroquímica [V]
Pilas de carbón (no reversibles)	1,60
Acumulador de plomo-ácido	2,05
Acumulador de ion-litio-cobalto	1,80
Acumulador de ion-litio-hierro	1,30

Naturalmente que, cuando ambos electrodos están formados por los mismos compuestos químicos, esta diferencia es nula.

#### 4.1.6.2 Tensión umbral y/o límite de ruptura molecular $U_{lm}$

En condiciones normales el soluto del electrolito o el material activo de las placas son compuestos relativamente estables. Sin embargo, cuando la tensión exterior aplicada es lo suficientemente alta, el campo eléctrico al interior de la celda electrolítica puede ser capaz de disociar las estructuras moleculares, generando reacciones químicas y sustancias indeseables lo que, a su vez, provoca corrientes adicionales artificialmente altas. Según el tipo de celda electrolítica, se pueden generar gases explosivos, migración de sustancias indeseadas, descomposición de los materiales activos de los electrodos, etc., que dañan irreversiblemente los equipos.

En el caso del agua del electrolito de los acumuladores de plomo ácido, por ejemplo, este fenómeno se inicia cuando la tensión externa  $U_r$  alcanza los  $2,37 \left[ \frac{V}{celda} \right]$ . En efecto, cuando la tensión exterior aplicada alcanza este valor, el agua del electrolito se disocia en sus componentes primarios: hidrógeno y oxígeno, reacción que, obviamente es indeseable



para la correcta operación del acumulador, a menos, naturalmente, que el objetivo sea, justamente, electrolizar el agua.

En los acumuladores de ion litio, cuyo polo positivo es óxido doble de cobalto y litio ( $LiCoO_2$ ), cuando el acumulador está completamente cargado y la tensión externa aplicada ha alcanzado 4,2 [V], el polo ha entregado prácticamente todo el litio que contenía, reduciéndose a óxido de cobalto puro ( $CoO_2$ ). El óxido de cobalto remanente es inestable, razón por la cual la tensión máxima admisible debe limitarse al valor máximo indicado.

Igualmente, en el caso de las cubas electrolíticas destinadas a la refinación o deposición de metales puros, si la tensión aplicada rebasa ciertos límites, se inicia la migración de otros metales, proceso que termina por contaminar o mezclar el metal puro que se desea obtener, con los metales no deseados.

#### 4.1.6.3 Tensión nominal $U_n$

En general, todos los sistemas eléctricos, tanto de corriente continua como de corriente alterna, están diseñados para una determinada tensión de referencia normalizada, cuyo valor depende del tipo de tecnología, normas nacionales del país, potencia de los sistemas, particularidades comerciales, etc.

Dada la necesidad de establecer normas claras y comprensibles para el diseño y comercialización de los equipos de corriente continua y, considerando que la tensión electroquímica de las pilas de carbón y de los acumuladores de ion litio fluctúa alrededor de 1,5 [V] y que la de plomo ácido es del orden de 2,0 [V], todas las normas internacionales han terminado por normalizar las tensiones nominales de los sistemas de corriente continua a los valores de la Tabla 4-3.

Tabla 4-3: tensión normalizada según tipo de dispositivo

Dispositivo	Tensión normalizada [V]
Equipos eléctricos pequeños, linternas menores, etc.	1,5
Equipos eléctricos medianos, electrónica menor, etc.	3
Baterías pequeñas, primeros automóviles, etc.	6

Baterías de auto y aplicaciones electrónicas	12
Baterías de camión, buses, telecomunicación menor, etc.	24
Baterías para bicicletas y vehículos menores	36
Baterías para microondas y aplicaciones de acumulación	48
Electro-movilidad menor	96
Batería estacionarias, electromovilidad mayor, etc.	120

Obviamente, para cumplir con este tipo de normas, se acostumbra a interconectar grupos de celdas en serie hasta lograr algunos de los niveles normalizados indicados.

4.1.6.4 Sobretensión y baja tensión máximas admisibles  $U_{m\acute{a}x}$  y  $U_{m\acute{i}n}$

Todos los sistemas eléctricos normalizados hacen referencia a tensiones máximas y mínimas admisibles, valores que, en general, dependen de las normas nacionales imperantes. Para el caso de los sistemas de corriente continua respaldados por acumuladores reversibles existen, al menos, las normas mostradas en la Tabla 4-4, referidas a la tensión nominal.

Tabla 4-4: máxima y mínima tensión admisible según norma USA y EURO

	USA	EURO
Tensión máxima admisible $U_{m\acute{a}x}$	+12,5 %	+10,0 %
Tensión mínima admisible $U_{m\acute{i}n}$	-12,5 %	-10,0 %

4.1.6.5 Tensión de recarga y/o de operación normal  $U_r$  y/o  $U_{op}$

La tensión de recarga es una tensión exterior aplicada a la celda capaz de recargarla. Para que esto sea posible, su valor debe ser mayor que la tensión electroquímica natural, de tal manera que se invierta el flujo de iones al interior de la celda:

$$U_r > U_e$$

$$U_{op} > U_e$$

Obviamente, mientras mayor es la tensión aplicada, mayor es la velocidad de migración iónica y, por lo tanto, menor es el tiempo de operación y/o recarga del acumulador.

#### 4.1.6.6 Tensión de flotación $U_{fl}$

La tensión de flotación es una tensión mayor que la electroquímica natural capaz de recargar al acumulador, lo más alta posible, pero en todo caso, inferior o a lo sumo igual al límite máximo admisible indicado por la norma. De esta forma se establece la siguiente relación entre las tensiones definidas:

$$U_n < U_e < U_{fl} \approx (U_n + \Delta U_{st}) \leq U_r < U_{Lrm}$$

#### 4.1.7 Resistencia o conductancia de fuga $R_{fuga}$

Los sistemas electroquímicos siempre presentan pequeñas fugas de aislamiento debidas a conductancias del tipo paralelo de los materiales aisladores del contenedor, burbujas de aire, materiales orgánicos, humedad, suciedad, etc. Dado que estas fugas son pequeñas en comparación con las corrientes de operación, normalmente se desprecian. En el caso particular de algunos acumuladores cargados que deben permanecer almacenados por largo tiempo, dado que su tensión electroquímica natural está constantemente presente, las fugas terminan por descargarlo.

#### 4.1.8 Circuito (modelo) eléctrico equivalente simplificado

En el circuito de la Ilustración 4-4 se han incorporado los parámetros descritos de este modelo, lo que permite formular las ecuaciones más representativas de la operación y comportamiento eléctrico de sistemas electroquímicos comerciales.

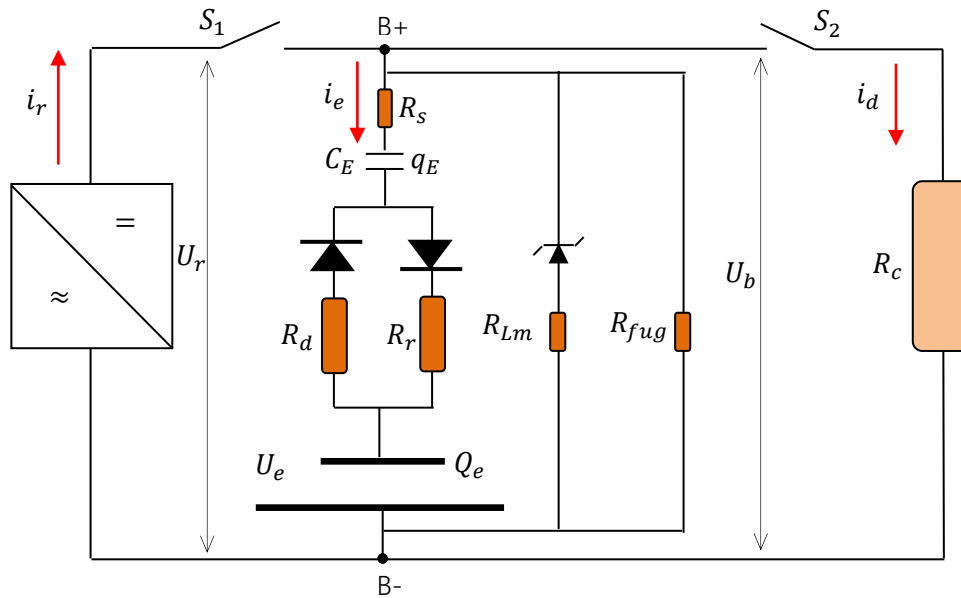


Ilustración 4-4: circuito equivalente de un acumulador

En la figura:

- $U_r$  : tensión electroquímica aplicada por el sistema alimentador;
- $U_e$  : tensión electroquímica natural;
- $u_b$  : tensión instantánea medida en bornes +B -B;
- $Q_e$  : carga intrínseca electroquímica del acumulador;
- $Q_E$  : carga inicial o máxima del condensador equivalente del acumulador;
- $q_E$  : carga electrostática instantánea del acumulador;
- $i_e$  : corriente instantánea en el sistema electroquímico (recarga);
- $i_d$  : corriente instantánea en el consumo (descarga);
- $i_r$  : corriente instantánea de alimentación (recarga);
- $R_s$  : resistencia serie interna fija o constante;
- $R_r$  : resistencia interna (variable) a la recarga o reversa;
- $R_d$  : resistencia interna (variable) a la descarga o directa;
- $C_E$  : capacidad electrostática del sistema;
- $U_{lm}$  : diodo virtual Zener, calibrado a la tensión límite de ruptura molecular;
- $R_{lm}$  : resistencia equivalente corriente iónica adicional;
- $R_{fug}$  : resistencia equivalente de fuga y
- $R_c$  : resistencia de carga del consumo.

Según este modelo y polaridades indicadas, las ecuaciones de circuito dependerán de las siguientes alternativas o condiciones de operación:

- a) S1 y S2 abiertos: Acumulador cargado, sin consumos ni alimentación externa.

$$U_r = 0 \quad ; \quad u_b = U_e + \Delta u_E$$

$$i_r = 0 \quad ; \quad i_e = 0 \quad ; \quad i_d = 0$$

- b) S2 cerrado y S1 abierto: Circuito del consumo activado, sin alimentación exterior.

En estas condiciones el acumulador se descarga. Las corrientes y tensión  $u_b$  son:

$$i_r = 0 \quad ; \quad i_e = -i_d$$

$$q_c = Q_E - q_d \quad ; \quad u_c = \frac{q_c}{C_E}$$

$$u_b = (U_e + u_c) - \left( R_s + \frac{R_0}{1 - \frac{q_d}{Q_e}} \right) i_d$$

- c) S1 cerrado, S2 abierto: Circuito de alimentación activado, sin consumo externo.

En estas condiciones el cargador externo inyecta energía al sistema electroquímico. Las corrientes y tensión  $u_b$  son:

$$U_r = ctte > U_e \quad ; \quad u_b = U_r$$

$$i_r = i_e \quad ; \quad i_d = 0$$

$$U_r = U_e + \left( \frac{Q_d + \int i_e \cdot dt}{C_E} \right) - \left( R_s + \frac{R_0}{1 - \frac{q_r}{Q_e}} \right) i_r$$

- d) S1 y S2 cerrados: Circuito del consumo y circuito de alimentación activados.

En estas condiciones, además de la recarga del acumulador, el cargador externo alimenta los consumos en paralelo.

$$u_b = U_r = ctte$$

$$i_c = \frac{U_r}{R_c} \quad ; \quad i_r = i_e + i_d \quad ; \quad i_e = f_2(t)$$

## 4.2 Elementos de electrolisis y galvanoplastia

Las técnicas de electrolisis y galvanoplastia se empezaron a desarrollar a principios del XIX, permitiendo la obtención y separación de metales y otros elementos puros, dando lugar a importantes procesos industriales.

A continuación se exponen algunos ejemplos y principios básicos que consideramos tienen especial importancia para Chile, en el cual existe una importante producción de cobre electrolítico, a la par que grandes recursos fotovoltaicos.

### 4.2.1 Galvanoplastia y purificación electrolítica de metales

La refinación de metales puros mediante procesos electrolíticos se basa en los mismos principios generales expuestos: dos electrodos de signo contrario con sustancias activas capaces de reaccionar químicamente con la sustancia activa del electrolito, con la diferencia que, en estos sistemas, el material activo de ambos polos es el mismo.

Al estar ambos polos compuestos por el mismo metal activo (Cu, Au, Pt, Cr, Ni, etc.), las respectivas barreras de potencial son iguales y, por lo tanto, la tensión electroquímica característica  $U_e$  (fem) es nula. Teóricamente, bastaría con aplicar una pequeña tensión externa para que se establezca el proceso de migración descrito en 4.1.3. Sin embargo, debido a que en este proceso los iones chocan con las moléculas del electrolito, transfiriéndoles energía cinética, es necesario que el circuito alimentador exterior suministre estas pérdidas.

En estas condiciones se produce una caída de tensión  $\Delta U_m$  representada por la resistencia eléctrica equivalente  $R_m$  y la respectiva corriente iónica:

$$\Delta U_m = I_m \cdot R_m \rightarrow I_m = \frac{\Delta U_m}{R_m}$$

Según estas ecuaciones, mientras mayor es la tensión aplicada, mayor será la corriente iónica, lo que, eventualmente, permitiría acelerar los procesos. Sin embargo, dado que, eventualmente se podría alcanzar fácilmente las barreras de potencial descritas en 4.1.6.2, siempre es necesario limitar la tensión aplicada a los valores máximos admisibles.

Normalmente, el metal del electrodo emisor contiene impurezas no deseadas, cuyas respectivas barreras de potencial son diferentes a las del cobre. Se dan, de esta manera las siguientes dos posibilidades:

- Valor absoluto de la tensión aplicada menor al valor de la barrera de potencial de las impurezas con respecto al electrolito: En estos casos las impurezas no podrán pasar hacia el electrolito.
- Valor absoluto de la tensión aplicada mayor al valor de la barrera de potencial de las impurezas con respecto al electrolito: En estos casos las impurezas metálicas quedan en condiciones de traspasar la barrera de potencial y se desprenden de la masa cristalina principal. Sin embargo, si no pueden o no están en condiciones de formar combinaciones iónicas con las sustancias activas del electrolito, en vez de migrar, simplemente caerán al fondo o flotarán, bajo la forma de metal puro neutro.

Se establece, de esta manera, una ventana o tensión umbral  $U_{umb}$ , a través de la cual solo puede migrar el tipo de ion metálico que se desea. Este proceso de filtrado permite obtener metales de alta pureza.

#### 4.2.1.1 Aplicación a procesos de galvanoplastia

Según el tipo de metal que se desee cubrir, proteger o decorar una pieza, es necesario considerar la valencia de la reacción electroquímica característica y el volumen, espesor o cantidad de material que se desea depositar.

##### Ejemplo: niquelado de un tubo de acero.

Se requiere recubrir un tubo de acero con níquel, con las características mostradas a continuación.

Largo del tubo	: $l = 1,50 [m]$
Diámetro del tubo	: $\phi = 20 [mm]$
Espesor de la capa de níquel	: $e = 0,40 [mm]$
Densidad de corriente máxima recomendada	: $i = 2.500 \left[ \frac{A}{m^2} \right]$

A partir de esto se puede determinar el tiempo que demora en ser galvanizado el tubo.

Superficie del tubo:

$$S = \pi \phi l = 0,09424778 [m^2]$$

Masa de níquel necesaria:

$$M_{Ni} = e S d = 251,87 [g]$$

Número de reacciones molares:

$$n = \frac{M_{Ni}}{m_{Ni}} = \frac{251,87[g]}{58,71 \left[\frac{g}{mol}\right]} = 4,29 [mol]$$

Carga eléctrica requerida:

$$Q = v_{Ni} \cdot F \cdot n = 2 \cdot 96.494 \left[\frac{C}{mol}\right] \cdot 4,29 [mol] = 827.925 [C]$$

Corriente en el circuito:

$$I = i \cdot S = 2.500 \left[\frac{A}{m^2}\right] \cdot 0,09424778 [m^2] = 236 [A]$$

Tiempo requerido:

$$t = \frac{Q}{I} = \frac{827.926[C]}{236[A]} \frac{1 [h]}{3.600 [s]} = 0,976 [h]$$

#### 4.2.1.2 Refinación de cobre Blister

El cobre blister se caracteriza por contener alrededor de un 4% de hierro (Fe), además, contiene trazas de oro (Au), plata (Ag) y otros metales pesados.

Las cubas de refinación están compuestas por un electrodo o placa negativa emisora de cobre blíster, un electrodo o placa receptora positiva de cobre refinado, sumergidas en un electrolito de sulfato de cobre disuelto en agua.



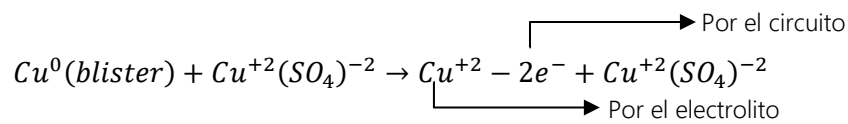
Dado que la diferencia de tensión entre la barrera de potencial del cobre con respecto a la del hierro es algo superior a 200 [mV], si se logra mantener la tensión  $U_r$  aplicada dentro del umbral, solo migrarán los átomos de cobre.

$$U_r < \Delta U_m + \Delta U_{Fe,Cu}$$

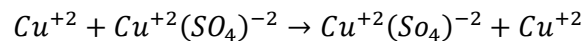
Este proceso de refinación electrolítica permite alcanzar purezas superiores al 99,6 %. Sin embargo, como se ha explicado, dado que la diferencia entre la barrera de potencial del cobre con respecto al oro es de polaridad contraria, durante el proceso también se desprende el oro y los demás metales nobles que eventualmente pudiesen haber en el electrodo emisor, los cuales caen al fondo del recipiente. Se forma de esta manera un barro rico en metales preciosos que se pueden aislar y recuperar mediante otros procesos físicos o químicos.

Para una mejor comprensión de esta situación, en la Tabla 4-1 se muestra el nivel de electronegatividad de algunos de los metales que comúnmente se encuentran asociados a la producción de cobre Blister.

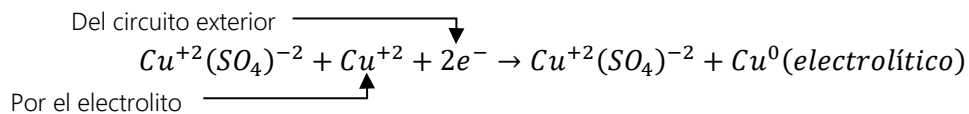
En la superficie de contacto del polo emisor negativo:



En el electrolito transportador:



En la superficie de contacto del polo receptor positivo:



Ejemplo: refinar una tonelada de cobre en una hora.

Características del átomo de *Cu*.

Masa atómica :  $m_{Cu} = 63,536 \left[ \frac{g}{mol} \right]$   
 Valencia de la reacción :  $v_{Cu} = 2$   
 Caída de tensión máxima recomendada :  $\Delta U = 2 [V]$

Número de reacciones molares para 1 tonelada:

$$n = \frac{M_{Cu}}{m_{Cu}} = \frac{1.000.000 [g]}{63,536 \left[ \frac{g}{mol} \right]} = 15.739,1 [mol]$$

Carga eléctrica requerida:

$$Q = v_{Cu} \cdot F \cdot n = 2 \cdot 96.494 \left[ \frac{C}{mol} \right] \cdot 15.739,1 [mol] = 3,0375 \cdot 10^9 [C]$$

Corriente necesaria en el circuito:

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{3,0375 \cdot 10^9 [C]}{10 [h]} \frac{1 [h]}{3.600 [s]} = 84,3749 \cdot 10^3 [A] = 83,4 [kA]$$

Energía consumida para una caída de tensión máxima entre placas de 2 [V]:

$$E = Q \cdot \Delta U = 3,0375 \cdot 10^9 [C] \cdot 2 [V] = 6,075 \cdot 10^9 [J] = 1,6875 \cdot 10^3$$

Esta cifra corresponde a un consumo energético unitario de:

$$E_{eCu} = 1,6875 \left[ \frac{kWh}{kg} \right]$$

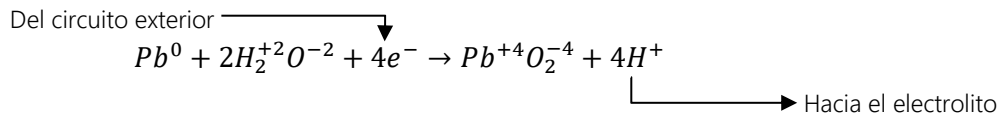
En el caso de la electrolisis del cobre el campo eléctrico aplicado no puede ser superior a la que provoca la electrolisis del agua (4.2.2), ni superior al que provocaría la migración de los átomos de hierro. Igualmente, la densidad de corriente debe mantenerse en niveles relativamente bajos, de tal manera que la migración y deposición del metal se produzcan en forma homogénea y que no se produzcan calentamientos excesivos.

Las densidades de corriente que normalmente se utilizan en la refinación del cobre están comprendidas entre los  $170 \left[ \frac{A}{m^2} \right]$  y los  $300 \left[ \frac{A}{m^2} \right]$ .

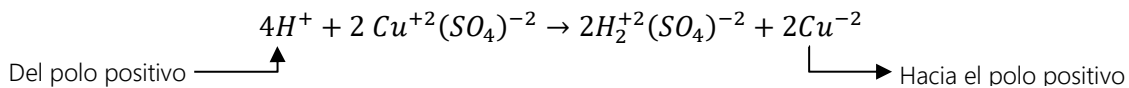
4.2.1.3 Obtención de cobre electrolítico por flujo continuo de sulfato de cobre

Este moderno proceso, conocido también como *electrowinning*, es uno de los procesos más eficientes y económicos que se aplican en la actualidad. El proceso utiliza cubas electrolíticas compuestas por cátodos (placas positivas) de plomo (Pb) y ánodos (placas negativas) de cobre puro (Cu), a las cuales, mediante un flujo continuo, se les inyecta una solución rica en sulfato de cobre ( $CuSO_4$ ) diluido en agua acidulada ( $H_2O + H_2SO_4$ ). Las reacciones son las siguientes:

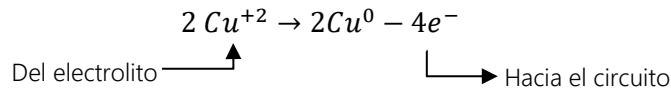
En la superficie de contacto del polo positivo (cátodo de plomo) con el electrolito:



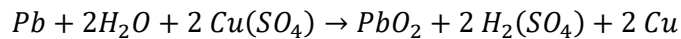
En el electrolito transportador de  $CuSO_4$  y  $H_2O$ :



En la superficie de contacto del polo receptor negativo (ánodo de cobre):

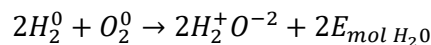


Balance general:



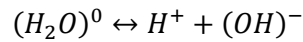
4.2.2 Electrolisis del agua

La síntesis del agua a partir de sus componentes gaseosos originales es exotérmica: el hidrógeno se quema, se oxida emitiendo calor, según la siguiente ecuación característica:



donde  $E_{mol\ H_2O} = 228,33 \left[ \frac{kJ}{mol} \right]$  y corresponde a la energía emitida, conocida como energía de formación.

En condiciones normales, el agua natural pura es líquida y neutra. Presenta un pequeño nivel natural de ionización, según la siguiente ecuación característica:



La proporción natural  $a_{H^+}$  de moléculas ionizadas respecto de las que se mantienen en estado molecular es del orden de una (1) en diez millones (10.000.000).

$$a_{H^+} = \frac{1}{10.000.000} = 10^{-7} \quad ; \quad pH = -\log(i) = 7$$

En el lenguaje técnico la proporción  $a_{H^+}$  de iones de hidrógeno  $H^+$  contenidos en la solución se mide o refiere al exponente de la potencia de diez. Esta cifra corresponde al logaritmo de la proporción, conocida como pH. En este caso:  $pH = 7$ . Corresponde al concepto de agua neutra, es decir, ni ácida, ni básica, solo agua pura neutra. Dado que esta proporción es muy baja, su conductividad también es baja:

$$\lambda_{H_2O} < 5 \left[ \frac{\mu S}{m} \right] \quad ; \quad \rho_{H_2O} > 0,2 [M\Omega m]$$

Para disociar las moléculas del agua líquida es necesario inyectarle, al menos, la energía de formación. Además, dado que en condiciones normales el hidrógeno y el oxígeno son gaseosos, para que el líquido se gasifique, es necesario inyectar la energía adicional necesaria para el cambio de fase: el calor de vaporización  $E_{vap}$ , cuyo valor es  $44,45 \left[ \frac{kJ}{mol} \right]$ .

La tensión mínima, es decir, la energía por unidad de carga eléctrica necesaria para romper los enlaces moleculares del agua pura, se puede calcular dividiendo la energía de formación por la constante de Faraday y el número de electrones (valencia) que intervienen en cada reacción:

$$U_{mol H_2O} = \frac{E_{mol H_2O}}{v \cdot F} = \frac{228,33 \left[ \frac{kJ}{mol} \right]}{2 \cdot 96.494 \left[ \frac{C}{mol} \right]} = 1,183 [V]$$

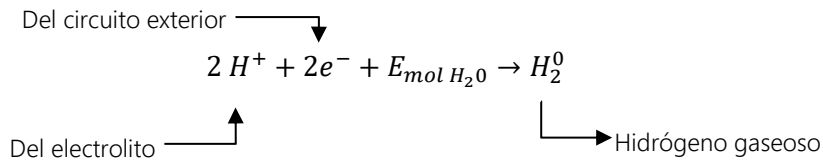
La tensión adicional  $\Delta U_{vap}$  necesaria para el cambio de fase, para que el agua, originalmente líquida se transforme en gas, es:

$$\Delta U_{vap} = \frac{E_{vap}}{v \cdot F} = \frac{44,46 \left[ \frac{kJ}{mol} \right]}{2 \cdot 96.494 \left[ \frac{C}{mol} \right]} = 0,230 [V]$$

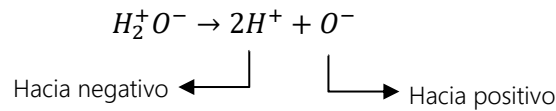
$$U_{H_2O} = U_{mol H_2O} + \Delta U_{vap} = 1,413 [V]$$

Vemos así que, en condiciones normales de temperatura y presión, para obtener hidrógeno y oxígeno gaseoso a temperatura ambiente, la tensión mínima necesaria  $U_{H_2O}$  aplicada debe ser igual o superior a este valor. En estas condiciones las reacciones electroquímicas son las siguientes:

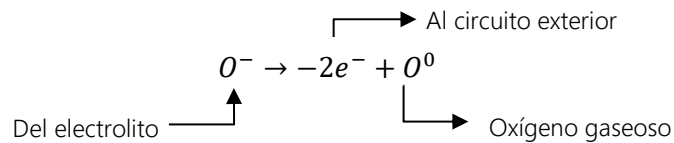
En el polo negativo (-B):



En el electrolito:



En el polo positivo (+B):



### 4.3 Densidad energética, vida útil y costo unitario

A partir del descubrimiento de la pila eléctrica por Alessandro Volta en el año 1799, se han desarrollado muchísimos tipos y variedades de pilas y acumuladores reversibles basados en diversas combinaciones de materiales activos que se han aplicado a todo tipo de vehículos, linternas y equipos eléctricos, de diversas tecnologías, tamaños y características.

Independientemente de cuál sea el estado del arte, lo que en definitiva interesa para optar por una tecnología u otra, es la densidad energética, la vida útil y el costo unitario de

la energía procesada y/o la potencia unitaria del equipo que se escoja, según su uso o aplicación.

En la actualidad los más comunes y populares son los de plomo-ácido (Pb-ác) y los de ion-litio (ion-Li), los cuales según sea su aplicación u objetivo, presentan las mejores combinaciones de densidad energética, vida útil o costo.

#### 4.3.1 Densidad energética $d_E$

Por definición, la densidad energética es el cociente entre la energía  $E$  considerada y la masa  $M$  involucrada. Para  $E = Q \cdot U$ :

$$d_E = \frac{E}{M} = \frac{Q}{M} U$$

Respecto de esta definición, es necesario distinguir y aclarar los siguientes conceptos:

#### Energía y carga

- $E_e$  y/o  $Q_e$  : energía y/o carga intrínseca total del acumulador, corresponde a la que contienen las sustancias activas del acumulador;
- $E_n$  y/o  $Q_n$  : energía y/o carga nominal comercial, corresponde a la declarada por el fabricante, según sus propias normas técnico/comerciales y
- $E_d$  y/o  $Q_d$  : energía y/o carga real a la descarga, corresponde a la que se obtiene, según las condiciones reales de operación.

#### Masa

- $M_e$  : masa activa intrínseca, corresponde a la suma de las masas activas necesarias y suficientes para el proceso electroquímico y
- $M_T$  : masa total del acumulador, corresponde a la suma de todas las masas del acumulador, incluidos solvente, estructuras, bornes, contenedor, etc.

#### Tensión

- $U_e$  : tensión electroquímica natural, corresponde a la tensión en circuito abierto que aparece en bornes del acumulador generada por las barreras de potencial;
- $U_n$  : tensión nominal comercial, corresponde a la tensión de referencia o nominal declara por el fabricante, según normas técnico/comerciales;

$U_{fin,n}$  : tensión final nominal, corresponde a la tensión, medida en bornes, al final de una descarga normalizada y

$U_{fin}$  : tensión final real, corresponde a la tensión, medida en bornes, al final de una descarga, según las condiciones reales de operación.

En la práctica solo resulta útil considerar las siguientes dos definiciones de energía y potencia:

#### Densidad energética electroquímica intrínseca

Considera la energía total  $E_e$ , la respectiva carga electroquímica  $Q_e$  contenida en las masas activas  $M_{mol}$  del acumulador y la tensión electroquímica  $U_e$ .

Para  $E_e = U_e \cdot Q_e$

$$d_{E_e} = \frac{E_e}{M_{mol}} = \frac{Q_e}{M_{mol}} U_e$$

#### Densidad energética nominal comercial

Considera la carga o capacidad nominal comercial declarada por el fabricante  $Q_n$ , la tensión nominal de referencia  $U_n$  y la masa completa  $M_T$  de la celda, compuesta por la sustancia activa, el contenedor, las estructuras, los bornes de conexión, etc.

Para  $E_n = U_n \cdot Q_n$

$$d_{E_n} = \frac{E_n}{M_T} = \frac{Q_n}{M_T} U_n$$

La densidad nominal comercial depende fuertemente de la calidad y cantidad de los materiales activos y no activos, geometría, diseño, etc., propios de cada modelo y/o marca comercial.

Ocurre con frecuencia que, si se comparan dos acumuladores del mismo tipo, que presentan la misma capacidad nominal comercial  $Q_n$ , es muy probable que sus respectivas masas sean muy diferentes. Situación que, como se discute más adelante, repercute directamente en la vida útil y valor.

#### 4.3.2 Vida útil en función de la profundidad de la descarga *DOD (Deep Operation Discharge)*

Teóricamente, un acumulador reversible se podría descargar y recargar todas las veces que fuera necesario, sin que se deteriore o desgaste.

Sin embargo, como sabemos, a medida que el acumulador es sometido a múltiples procesos de descarga/recarga, con el tiempo aumenta la resistencia interna de las placas, con la consecuencia de que, junto con aumentar la caída de tensión interna, disminuye su capacidad útil efectiva. Las razones del envejecimiento son, entre otras, las siguientes:

##### Obstrucciones en red cristalina

Por efecto de la descomposición y recomposición química alternada, en cada ciclo de descarga/recarga los cristales del material activo de los polos crecen en forma desordenada, de tal manera que terminan por obstruir los intersticios y rutas microscópicas al interior de la masa conductora por donde deben circular los iones. Este fenómeno se traduce en una disminución de la conductancia y por lo tanto en un aumento de la resistencia interna de los polos.

##### Fisuras por diferencias de dilatación térmica

Cuando las descargas y recargas se efectúan a niveles de corriente muy altos, dado que los coeficientes de dilatación por temperatura de los diferentes materiales son diferentes, se fracturan, dificultando la conducción.

##### Desprendimiento de sustancia activa de los polos

En caso particular de los acumuladores de plomo-ácido, el sulfato de plomo que se forma en las placas no tiene mucha adherencia, razón por la cual, cuando es sometido a vibraciones, se desprende fácilmente, cayendo al fondo del recipiente. El material activo desprendido se puede ver fácilmente en acumuladores contruidos en recipientes transparentes. Estos fenómenos son más notorios en los acumuladores de automóviles y vehículos sometidos a vibraciones y/o a cargas y descargas rápidas frecuentes.



Existen varias maneras de predecir el estado de salud (*State of health* SOH) de los acumuladores. En nuestra opinión, la manera más efectiva consiste, simplemente, en medir regularmente la resistencia interna con el acumulador completamente cargado. El valor estadístico de este parámetro permite evaluar cómo aumenta con el tiempo y uso, lo que permite predecir a largo plazo las caídas de tensión y el momento en que la tensión en bornes al final de las descargas  $U_{fin adm}$  alcanzará al valor mínimo aceptable para la operación. También es posible, mediante operadores matemáticos, predecir el estado de salud a partir de las estadísticas reales de operación, midiendo permanente y sistemáticamente todos los parámetros relevantes: tensiones, corrientes, tiempo, etc. A partir de estas informaciones es posible predecir las tendencias estadísticas, lo que, en definitiva, permiten predecir el SOH.

La vida útil normalmente se refiere al número de ciclos de descarga/recarga  $n_{dr}$  en función de la profundidad de las descargas  $q_d$ , cuyo aspecto es el que se muestra en la gráfica, conocida como curva DOD (*Deep Operation Discharge*). Esta curva empírica obedece a la siguiente función hiperbólica:

$$\text{Para: } q_d[0/1] = \frac{q_d[Ah]}{Q_n[Ah]}$$

$$n_{dr} = N_n + K \left( \frac{1}{q_d} - 1 \right)$$

$$t_{vu} = \frac{n_{dr}}{n_{ca}} = \left( N_n + K \left( \frac{1}{q_d} - 1 \right) \right) \frac{1}{n_{ca}}$$

En estas ecuaciones:

$q_d[0/1]$  : carga real entregada al consumo, referida capacidad nominal comercial  $Q_n$  del acumulador;

$n_{dr}$  [ciclos] : número de ciclos de descarga/recarga de vida útil;

$N_n$  [ciclos] : número nominal de ciclos de descarga/descarga ( $q_d = 1$ );

$K$  [ciclos] : constante empírica;

$n_{ca}$   $\left[ \frac{\text{ciclos}}{\text{año}} \right]$  : número de ciclos anuales programados y

$t_{vu}$  [años] : vida útil en años.

El ejemplo de la Ilustración 4-5<sup>15</sup> forma parte de las especificaciones técnicas informadas por un del fabricante de acumuladores de plomo-ácido sellados tubulares, diseñados especialmente para sistemas fotovoltaicos, de la variedad OPzV. Sus características nominales son:

Capacidad nominal :  $Q_n = 1.000 [Ah]$

Tensión nominal de la batería :  $U_n = 24 [celdas] \cdot 2,0 \left[ \frac{V}{celda} \right] = 48 [V]$

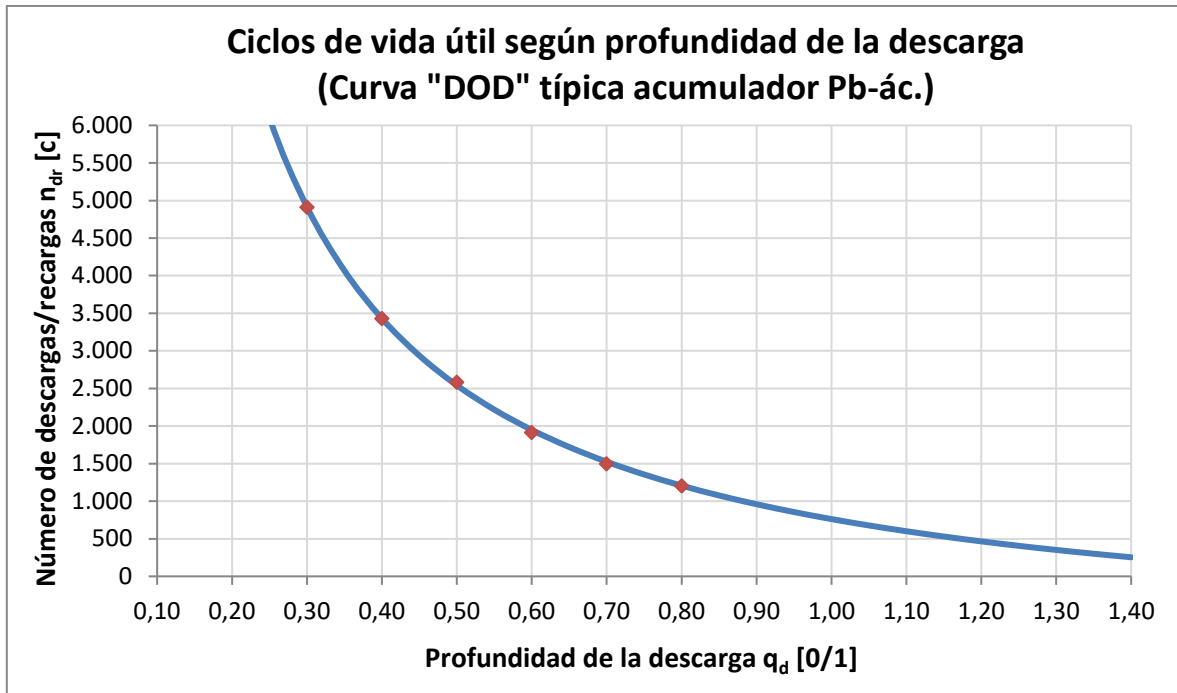
Si este acumulador se opera al 100 % de su capacidad nominal, al descargarse y recargarse diariamente, su vida útil  $t_{vu}$  será de solo 2,1 años (762,25 días), al cabo de los cuales será necesario cambiarlo por uno nuevo. Los parámetros de la curva DOD son los siguientes (calculados por el autor):

$$N_n = 762,2 [ciclos] \quad ; \quad K = 2,33 \quad ; \quad n_{ca} = 360 \left[ \frac{ciclos}{año} \right]$$

$$t_{vu} = \frac{N_n}{n_{ca}} = \frac{762,2 [ciclos]}{360 \left[ \frac{ciclos}{año} \right]} \approx 2,1 [años]$$

---

<sup>15</sup> Los puntos de color naranja son los valores reales con los cuales se hizo la regresión para obtener la curva azul graficada.



*Ilustración 4-5: ciclos vida útil según profundidad de descarga acumulador Pb-ác sellado OPzV*

Si se opta por un acumulador de mayor capacidad para servir los mismos ciclos anuales del consumo, dado que la profundidad de la descarga disminuye, aumenta el número de ciclos: De esta manera, se prolonga su vida útil y disminuye el costo de reposición.

Como se demuestra en el análisis económico que se expone a continuación, para el acumulador del ejemplo el ideal es una profundidad de carga no superior al 50%, lo que permite prolongar su vida útil a siete (7) años, aproximadamente.

#### 4.3.3 Optimización del costo unitario de la energía

Cuando se trata de equipos eléctricos, el concepto de costo unitario  $s$  se refiere al cociente entre el costo total anual  $S_a$ , y la energía total  $E_a$  procesada durante el mismo período de tiempo.

Para  $S_a = AVI + OMP$  y  $E_a = \sum_i E_{i,d}$

$$s = \frac{S_a}{E_{d,a}} = \frac{AVI + OMP}{E_a}$$

En estas expresiones:

$$avi = \frac{(1+i)^{t_{vu}}}{(1+i)^{t_{vu}} - 1} i$$

$$AVI = avi \cdot S_N$$

- $t_{vu}$  : años de vida útil;  
 $i$  : interés anual [%];  
 $avi$  : factor de recuperación anual (amortización anual más intereses) [0/1];  
 $AVI$  : anualidad de la inversión  $\left[ \frac{\$}{\text{año}} \right]$ ;  
 $S_N$  : valor nuevo de la inversión [\$];  
 $OMP$  : valor nuevo de la inversión [\$];  
 $E_a$  : energía anual útil entregada al consumo [kWh] y  
 $E_{i,d}$  : energía entregada al consumo en cada descarga [kWh].

El valor nuevo de la inversión  $S_N$  es proporcional al volumen o tamaño, el cual, a su vez, es proporcional a la potencia nominal  $P_N$  del equipo. Este concepto da origen al costo unitario anual  $d_a$  de la potencia:

$$d_a = \frac{AVI}{P_N} \left[ \frac{\$}{kW} \right]$$

El costo anual  $OMP$  es proporcional a la energía anual  $E_a$  generada, consumida o procesada, lo cual da origen al concepto de costo unitario marginal  $g$  de la energía:

$$g = \frac{OMP}{E_a} \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$$

En general se acepta que estos factores del costo son relativamente independientes entre sí. En efecto, se acepta que el costo unitario anual  $d_a$  de la potencia solo depende de la inversión, plazo de amortización e interés del capital. Es decir, que no depende de la forma de operación, ni del volumen de energía procesado por la máquina. Igualmente, se acepta que el valor del costo unitario marginal  $g$  de la energía solo depende de los gastos de operación, mantenimiento y producción, es decir, que no afecta, ni influye en el valor de costo anual  $d_a$  de la potencia. Al combinar ambos factores del costo, vemos que el costo total unitario  $s$  de la energía es variable, según el factor de carga  $f_c$ .

Para  $f_c = \frac{E_a}{P_N \cdot t_a}$

$$s = \frac{d_a}{t_a \cdot f_c} + g$$

En el caso especial de los acumuladores reversibles, dado que la vida útil está fuertemente influenciada por la profundidad  $q_d$  de las descargas (curva DOD), la cual, a su vez, es equivalente al factor de planta con que opera el equipo, la capacidad óptima del equipo y por lo tanto de inversión, dependen fuertemente del perfil de operación.

Para definir la capacidad ideal económica, es necesario hacer un análisis de optimización que considere, por una parte, la ecuación empírica hiperbólica DOD y, por la otra, la tasa anual de recuperación *avi*. La combinación de ambos conceptos da origen a la siguiente ecuación:

$$q_d = \frac{P_N}{P} = \frac{S_{N,n}}{S_N}$$

$$t_{vu} = \frac{n_{dr}}{n_{ca}} = \left( 1 + \left[ K \left( \frac{1}{q_d} - 1 \right) \right] \right) \frac{N_n}{n_{ca}}$$

$$avi = \left( \frac{(1+i)^{t_{vu}}}{(1+i)^{t_{vu}} - 1} i \right) \frac{1}{q_d}$$

Esta función presenta un mínimo, cuyo valor se puede deducir por derivación. En la Tabla 4-5 e Ilustración 4-6 se muestra la aplicación numérica de esta función al acumulador del ejemplo, para diversos valores de la tasa de interés anual  $i_a$ .

Tabla 4-5: optimización profundidad de las descargas acumulador Pb-ác sellado OPvZ

Optimización profundidad de las descargas			
$i_a$ [%]	6	8	10
$q_{dr}$ [0/1] óptimo	0,40	0,45	0,50
$t_{vu}$ [a]	9,53	8,16	7,06
$avi_{min}$ [0/1]	0,3520	0,3813	0,4084
$avi$ [0/1] ; $q_{dr} = 1,0$	0,5170	0,5321	0,5473

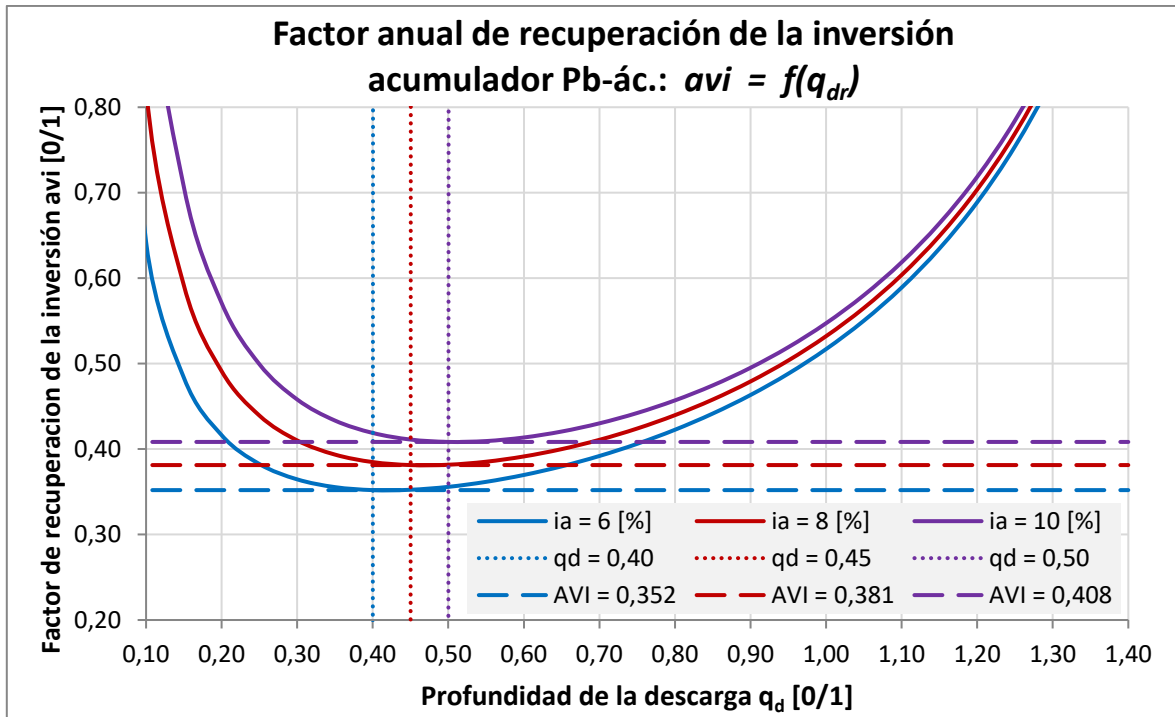


Ilustración 4-6: factor anual de recuperación de la inversión acumulador Pb-ác sellado OPvZ

En la hoja "Curva DOD Pb ác" del archivo asociado al Capítulo 4 en la página web del libro, el lector puede replicar los cálculos de esta sección.

#### 4.4 Acumuladores comerciales de plomo-ácido (Plantè)

Este tipo de acumulador es de los más antiguos y conocidos. Su bajo costo y amplio espectro de potencia y variedad de diseños, ha permitido aplicarlo a todo tipo de, vehículos, subestaciones, centrales y subestaciones eléctricas, estaciones de telecomunicaciones, entre muchas otras. Según su uso y aplicación, se ofrece comercialmente en contenedor abierto o sellado, en placas y/o tubulares.

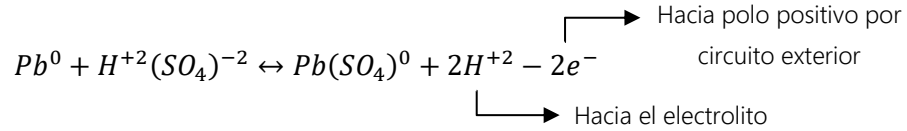
##### 4.4.1 Reacciones electroquímicas reversibles características

###### Sustancias activas

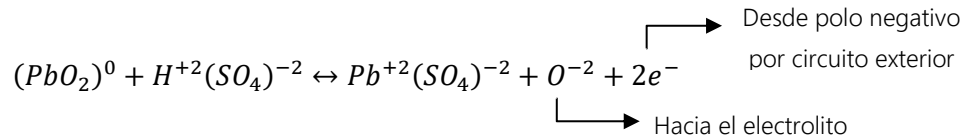
- Sustancia activa del polo negativo :  $Pb$
- Sustancia activa del polo positivo :  $Pb O_2$
- Electrolito :  $H_2(SO_4)$  disuelto en  $H_2O$
- Fuerza electromotriz característica :  $U_e = 2,046 [V]$  (1,95 [V] a 2,15 [V])

Ecuaciones electroquímicas

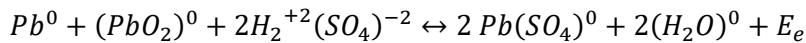
En el polo negativo, en contacto con electrolito ionizado:



En el polo positivo, en contacto con electrolito ionizado:



Balance general:



Durante la descarga, en el polo negativo, un átomo de plomo se combina para formar sulfato de plomo. En el polo positivo, una molécula de dióxido de plomo se combina para formar sulfato de plomo y, en el electrolito, dos moléculas de ácido sulfúrico son reemplazadas por dos moléculas de agua.

Vemos, además, que en el polo positivo la valencia del plomo activo, originalmente tetravalente, se degrada a plomo bivalente. Durante la recarga, para  $U_r > U_e$ , estas reacciones se realizan en la dirección opuesta.

4.4.2 Masas, energía y densidad energética electroquímica

La carga  $Q_e$  transferida y la energía  $E_e$  entregada al circuito en cada reacción molar son:

$$Q_e = v \cdot F = 2 \cdot 96.494 \left[ \frac{C}{mol} \right] = 192.988 \left[ \frac{C}{mol} \right]$$

$$E_e = Q_e \cdot U_e = 192.988 \left[ \frac{C}{mol} \right] \cdot 2,05 [V] = 395.625 \left[ \frac{J}{mol} \right]$$

La masa electroquímica total  $M_e$  que interviene directamente en las reacciones de descarga y recarga, suma 642,42  $\left[\frac{g}{mol}\right]$ , según el detalle de la Tabla 4-6.

Tabla 4-6: balance de masas acumulador plomo-ácido

Balance de masas acumulador de plomo-ácido			
	Cargado $\left[\frac{g}{mol}\right]$	Descargado $\left[\frac{g}{mol}\right]$	Balance $\left[\frac{g}{mol}\right]$
En negativo:	$Pb = 207,19$	$PbSO_4 = 303,20$	96,01
En positivo:	$PbO_2 = 239,17$	$PbSO_4 = 303,20$	64,03
En electrolito:	$2H_2SO_4 = 196,06$	$2H_2O = 36,02$	-160,04
Suma:	$\sum M_m = 642,42$	$\sum M_m = 642,42$	0,00

La densidad de energética electroquímica intrínseca  $d_{E_e}$  es:

$$d_{E_e} = \frac{E_e}{M_m} = \frac{395.625 \left[\frac{J}{mol}\right]}{642,42 \left[\frac{g}{mol}\right]} = 616 \left[\frac{J}{g}\right] = 171 \left[\frac{Wh}{kg}\right]$$

Para el acumulador comercial plomo-ácido sellado tubular tipo OPzV del ejemplo, la densidad energética nominal comercial es:

$$M_n = 24 [celdas] \cdot 80 \left[\frac{kg}{celda}\right] = 1.920 [kg]$$

$$E_n = Q_n \cdot U_n = 1.000 [Ah] \cdot 48[V] = 48[kWh]$$

$$d_{E_n} = \frac{E_n}{M_n} = \frac{48.000[Wh]}{1.920[kg]} = 25 \left[\frac{Wh}{kg}\right]$$

#### 4.4.3 Tensiones características

##### 4.4.3.1 Tensión de flotación $U_{fl}$

Al completarse la recarga, la resistencia  $R_r$  se hace infinita (4.1.4). En estas condiciones, la tensión de recarga puede, eventualmente, elevarse arbitrariamente, hasta igualar la sobretensión máxima normalizada admisible del sistema eléctrico.

Dado que en estas condiciones el acumulador está completamente cargado, se agotan las reacciones electroquímicas, por lo tanto, la corriente iónica es nula. Así, el



acumulador puede permanecer conectado al sistema por tiempo indefinidamente largo, sin que sufra ningún daño o deterioro. Esta tensión se conoce como tensión de flotación  $U_{fl}$ .

Para una sobretensión admisible normalizada del 12,5 % referida a la tensión nominal  $U_n$ , la tensión de flotación o de recarga queda fijada en  $2,25 \left[ \frac{V}{celda} \right]$ :

$$U_n = 2,00 \left[ \frac{V}{celda} \right] < U_e = 2,05 \left[ \frac{V}{celda} \right] < U_{fl} = U_r = 2,25 \left[ \frac{V}{celda} \right] < 2,37 \left[ \frac{V}{celda} \right]$$

En la Tabla 4-7 se muestran las diversas tensiones normalizadas que actualmente se aplican a sistemas de corriente continua respaldados por acumuladores de este tipo.

#### 4.4.3.2 Sobretensión límite seguridad $U_{lm}$

Si la tensión externa aplicada alcanza el nivel  $U_{lm}$  capaz de electrolizar las moléculas de agua, se generará hidrógeno y oxígeno gaseosos. Este fenómeno se inicia con una tensión del orden de  $2,37 \left[ \frac{V}{celda} \right]$ .

Los gases, así formados, se encuentran justamente en la proporción necesaria para reaccionar entre sí, proporción conocida como mezcla explosiva. Cualquier chispa, cigarro encendido, golpe o sobretemperatura, provocará la combustión de estos gases, la cual puede ser muy peligrosa.

Por esta razón, todas las normas de ingeniería relativas a salas de acumuladores abiertos recomiendan instalarlos en salas especiales selladas a prueba de incendios, que cuenten con un sistema eficiente de extracción de gases. Si los acumuladores son del tipo sellado, el acumulador se hinchará hasta explotar violentamente, con expulsión gases inflamados, electrolito caliente y metales derretidos.

Así, cuando se trata de acumuladores sellados, la tensión de recarga debe limitarse muy estrictamente a niveles inferiores o a lo sumo igual a la tensión de flotación. Si, eventualmente, el equipo cargador externo tiene la opción (manual o automática) de aplicar tensiones mayores, el ingeniero responsable tiene la obligación de deshabilitarla.

Sin embargo, dado que en la actualidad los equipos cargadores y sistemas electrónicos son muy seguros y estables, los acumuladores sellados se pueden instalar en cualesquiera recintos habitados tales como bodegas, talleres, oficinas, salas de equipos, etc.

#### 4.4.3.3 Tensión mínima admisible a la descarga $U_{mín adm}$

Durante la descarga, tal como se prevé en las ecuaciones del circuito equivalente (4.1.4), la tensión en bornes va bajando, la cual puede descender por debajo del mínimo admisible  $U_{mín adm}$ .

Durante este proceso las placas se van cubriendo con sulfato de plomo, cuya adherencia no es muy estable y cuyo coeficiente de dilatación térmico es muy diferente al del plomo u óxido de plomo. Si no se toman los debidos cuidados, este material se puede fracturar y caer al fondo del recipiente, perdiéndose. Al descargarse hasta el 100% de su capacidad total, las placas se sulfatan completamente, razón por la cual todas las técnicas de mantenimiento y operación recomiendan recargarlos inmediatamente después de cada descarga. Por esta razón, no es conveniente para el estado de este tipo de acumuladores que permanezcan descargados (sulfatados).

Estas razones obligan a fijar una tensión mínima admisible  $U_{mín adm}$  al final de la descarga, cuyo valor depende de las normas del fabricante y/o del país o zona comercial. Según prácticas normalizadas, en general se aceptan los siguientes niveles para la tensión mínima al final de la descarga:

$$USA: - 12,5\% \rightarrow U_{mín adm} = 1,75 \left[ \frac{V}{celda} \right]$$

$$EURO: - 10,0\% \rightarrow U_{mín adm} = 1,80 \left[ \frac{V}{celda} \right]$$

Por estas mismas razones, cuando es necesario almacenarlos por largo tiempo, es necesario mantenerlos cargados pero secos, sin electrolito (*dry charged storage*).

#### 4.4.3.4 Resumen de tensiones normalizadas aplicables a sistemas CC:

En la Tabla 4-7 se muestran algunos valores normalizados aplicables a sistemas de corriente continua respaldados con acumuladores de plomo-ácido.

Tabla 4-7: tensiones normalizadas en sistemas CC con respaldo de acumuladores Pb-ác

Tensiones normalizadas en sistemas de corriente continua con respaldo de acumuladores Pb-ác							
	Nº celdas	$U_{min adm}$ [V] USA	$U_{min adm}$ [V] EURO	$U_n$ [V]	$U_e$ [V]	$U_{fl}$ [V]	$U_{lm}$ [V]
Básico por celda	1	1,75	1,80	2	2,04	2,25	2,37
Baterías de auto antiguo	3	5,25	5,40	6	6,12	6,75	7,11
Baterías de auto moderno	6	10,5	10,8	12	12,2	13,5	14,2
Baterías de camión y telecom.	12	21,0	21,6	24	24,5	27,0	28,4
Bicicletas eléctricas	18	31,5	32,4	36	36,7	40,5	42,7
Telecom. MO y UHF	24	42,0	43,2	48	49,0	54,0	56,9
Vehículos eléctricos	48	84	86	96	98	108	114
SSEE norma USA	59	103	106	120	120	133	140
SSEE norma EURO	63	110	113	129	129	142	149
Centrales	108	189	194	220	220	243	256
UPS y otros	196	343	353	400	400	441	465
	245	429	441	500	500	551	581
	294	515	529	600	600	662	697

#### 4.4.4 Densidad del electrolito

##### 4.4.4.1 Variación de la densidad del electrolito con la descarga

A diferencia de lo que ocurre con otro tipo de acumuladores, en los cuales el electrolito solo participa como medio para la migración iónica, en los de plomo-ácido el electrolito reacciona químicamente en la forma indicada en las ecuaciones, razón por la cual durante la descarga disminuye la concentración de iones activos y, por lo tanto, su conductancia y densidad. Debido a que la masa de las moléculas de agua es mucho menor que las del ácido sulfúrico, la sustitución de las moléculas de ácido por igual cantidad de moléculas de agua, se produce un traspaso de masa desde el electrolito a las placas.

Como se detalla en la tabla, por cada mol de sustancia química total, el electrolito pierde  $160,14 \left[ \frac{g}{mol} \right]$ , de los cuales  $96,01 \left[ \frac{g}{mol} \right]$  migran al polo negativo y  $64,03 \left[ \frac{g}{mol} \right]$  al positivo, correspondiente a una carga eléctrica total de  $192.988 \left[ \frac{C}{mol} \right]$ .

En términos prácticos, esto significa que es posible conocer con precisión el estado de carga SOC (*State of Charge*) del acumulador midiendo la densidad del electrolito, según la siguiente ecuación lineal, determinada por el traspaso de masas. Para

$$SOC = \frac{q_d}{Q_e} \quad ; \quad d = d_i - \left( \frac{\Delta M_e}{V_{ele}} \right) \cdot \left( \frac{q_d}{Q_e} \right)$$

$$SOC = \frac{V_{ele}}{\Delta M_e} (d_i - d)$$

La variación  $\Delta d$  de la densidad del electrolito y su conductancia son inversamente proporcionales al volumen de electrolito  $V_{ele}$ , característica que determina tanto la calidad como la estabilidad de la tensión del acumulador. En efecto, cuando el acumulador ha entregado toda su carga, la densidad llega al valor mínimo. En estas condiciones:

$$q_d = Q_e$$

$$V_{ele} = \frac{\Delta M_e}{d_i - d_f}$$

Por ejemplo, en un acumulador abierto de buena factura, las densidades iniciales y finales son las siguientes:

Acumulador completamente cargado	:	$q_d = 0$	;	$d_i = 1.210 \left[ \frac{g}{l} \right]$
Acumulador completamente descargado	:	$q_d = Q_e$	;	$d_f = 1.060 \left[ \frac{g}{l} \right]$
Variación total máxima de la densidad	:		;	$\Delta d = 150 \left[ \frac{g}{l} \right]$

El volumen molar del electrolito es:

$$V_{ele} = \frac{160,04 \left[ \frac{g}{mol} \right]}{150 \left[ \frac{g}{l} \right]} = 1,067 \left[ \frac{l}{mol} \right]$$

Si se aplican estos cálculos a un acumulador abierto de 1.800 [Ah], las cifras son las siguientes:

Capacidad nominal del acumulador	:	$Q_n = 1.800 [Ah]$
Capacidad electroquímica intrínseca	:	$Q_e = 2.200 [Ah]$
Material electroquímico activo	:	$M_e = 41 [mol]$
Volumen de electrolito	:	$V_{ele} = 43,74 [l]$

4.4.4.2 Variación secundaria de la tensión electroquímica

Debido, justamente a las variaciones de concentración de iones conductores en el electrolito, se observa cierta variación secundaria de la tensión electroquímica natural  $U_e$ .

Como se muestra en la Ilustración 4-7, según información publicada en el *Standard Handbook for Electrical Engineer* de A.E. Knowlton, existe una correlación aproximadamente lineal entre la fuerza electromotriz  $U_e$  (en circuito abierto) y la densidad y temperatura del electrolito.

Hemos desarrollado una fórmula empírica lineal aproximada, basada en esta publicación, según los siguientes parámetros:

$$U_{d,T} = U_{d_0,T_0} + m \cdot (d - d_0) + n \cdot (T - T_0)$$

Existen algunas normas internacionales respecto de la densidad del electrolito para acumuladores cargados y su temperatura, indicadas en la Tabla 4-8.

Tabla 4-8: densidad y tensiones del acumulador Pb-ác según normas

	USA	EURO
Densidad inicial normalizada $d_{i,n}$	1.210 $\left[\frac{gr}{l}\right]$	1.200 $\left[\frac{gr}{l}\right]$
Temperatura normalizada $T_n$	25 [°C] (77 [°F])	20 [°C]
Tensión electroquímica $U_e$	2,057 [V]	2,046 [V]
Tensión de flotación o recarga $U_{fl}$	2,25 [V]	2,23 [V]
Tensión final a la descarga $U_{min adm}$	1,75 [V]	1,80 [V]

Tomando como referencia la norma EURO, los parámetros de la fórmula empírica son:

$$m = 0,0001194 \quad ; \quad n = 0,0002235$$

La aplicación de estos parámetros da origen al gráfico de la Ilustración 4-7.

Dado que las normas no se refieren a la densidad al final de la descarga, ésta puede ser mayor o menor, según la cantidad de electrolito, lo que, a su vez, determina la mejor o peor estabilidad y calidad del acumulador. En efecto, mientras mayor sea el volumen de

electrolito, menores son las variaciones de la densidad, lo que favorece la estabilidad de la tensión.

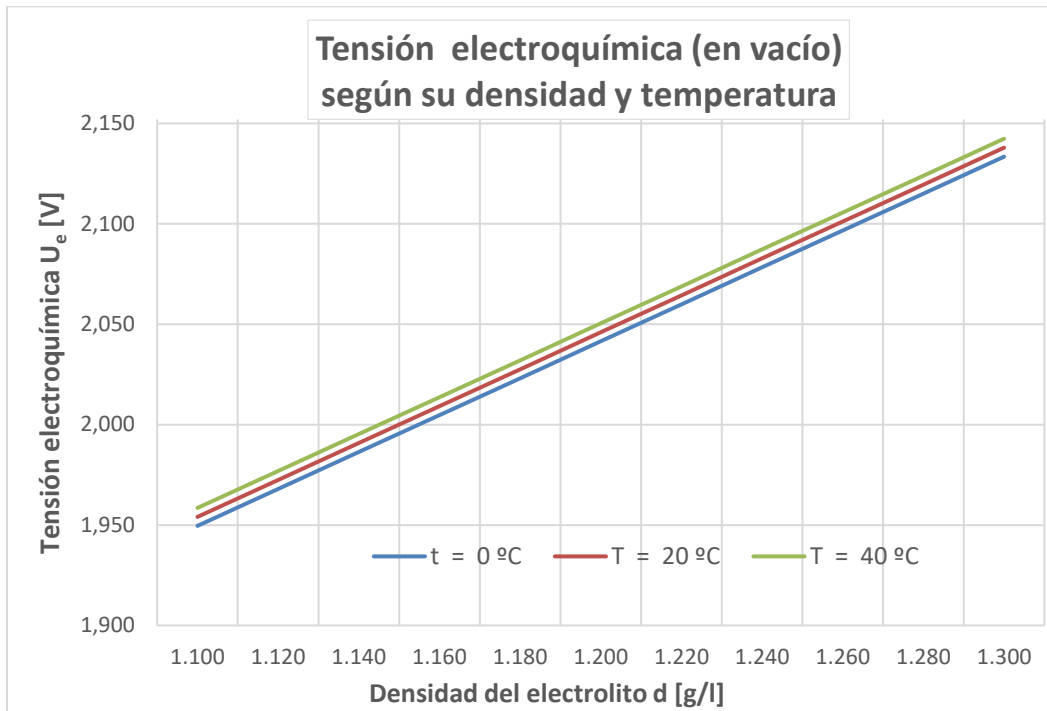


Ilustración 4-7: variación de la tensión electroquímica en función de la densidad del electrolito y la temperatura

En la hoja “densidad electrolito” del archivo asociado al Capítulo 4 en la página web del libro, el lector puede observar cómo varía la tensión del acumulador de plomo-ácido en función de la densidad y la temperatura.

#### 4.4.5 Valor comercial y costo unitario típico

En el mercado existe gran variedad de precios, calidades y condiciones técnicas, según su tamaño, estado del arte y aplicación.

A manera de ejemplo, a continuación se aplican las ecuaciones técnico/económicas a las especificaciones informadas por el fabricante para el acumulador sellado tubular del ejemplo mostrado en la sección 4.3.2:

#### Información de fábrica

Capacidad nominal del acumulador :  $Q_n = 1.000 [Ah]$   
 Tensión nominal :  $U_n = 48 [V]$

Energía útil nominal acumulada	: $E_n = 48 [kWh]$
Número de ciclos descarga/recarga anual	: $N_a = 365 \left[ \frac{\text{ciclos}}{\text{año}} \right]$
Valor nuevo FOB	: $S_N = 2.400 \text{ €}$
Valor nuevo unitario	: $s_N = \frac{S_N}{E_n} = 50,0 \left[ \frac{\text{€}}{kWh} \right]$

#### Aplicación

Tasa de interés anual considerada	: $i_a = 10 \%$
Profundidad de la descarga optimizada	: $q_d = 50 \%$
Energía procesada anualmente	: $E_a = 8,76 \left[ \frac{MWh}{\text{año}} \right]$
Vida útil nominal	: $t_n = 2 [\text{años}]$
Vida útil optimizada	: $t_{vu} = 7 [\text{años}]$
Factor de recuperación de la inversión	: $avi_{\text{mín}} = 0,4114 [0/1]$
Anualidad de la inversión	: $AVI = 987 \left[ \frac{\text{€}}{\text{año}} \right]$
Costo unitario de la energía procesada	: $s = \frac{AVI}{E_a} = 0,113 \left[ \frac{\text{€}}{kWh} \right]$

## 4.5 Acumulador ion-litio

La necesidad de disponer de acumuladores más ligeros y de mayor vida útil, ha impulsado fuertemente la investigación y desarrollo de materiales activos más livianos, que presenten mejores características electroquímicas que los de plomo-ácido. En ese sentido, como se puede ver en la Tabla periódica de los elementos (4.1.1), el litio (Li) es el metal más liviano que existe. Además, dado que presenta gran diferencia de electronegatividad con respecto al oxígeno (O), su aplicación ha permitido el desarrollo de acumuladores de mayor densidad energética.

### 4.5.1 Reacciones electroquímicas reversibles características

Existen varias combinaciones de sales y óxidos metálicos en las que participa el litio, junto a otros elementos metálicos, lo que ha dado origen a diversas tecnologías. Entre las más conocidas y exitosas, cabe destacar la conocida como litio-cobalto ( $Li, Co, O$ ) y la conocida como litio-hierro-fosfato ( $Li, Fe, PO_4$ ), según las siguientes ecuaciones electroquímicas básicas.

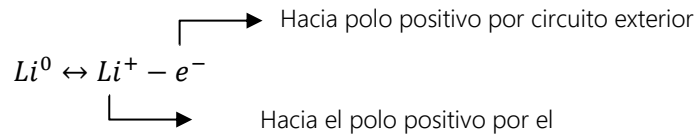
4.5.1.1 Acumulador de litio-cobalto<sup>16</sup>

Sustancias activas

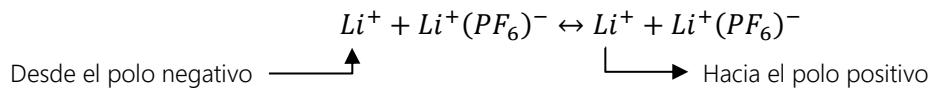
Sustancia activa del polo negativo	:	Óxido de cobalto $CoO_2$ <sup>17</sup>
Sustancia activa del polo positivo	:	Litio disuelto en grafito $Li + Li_4C$
Electrolito	:	Hexafluoruro fosfato de litio disuelto en solvente orgánico gelificado $Li(PF_6)$
Fuerza electromotriz característica	:	$U_e = 3,8 [V]$

Ecuaciones electroquímicas

En el polo negativo (ánodo):



En el electrolito:



<sup>16</sup> Este tipo de acumulador ha sido muy cuestionado por organizaciones mundiales de derechos humanos, debido a que se ha podido demostrar que, en la República de El Congo, uno de los principales proveedores mundiales de cobalto, se ha estado utilizando trabajo esclavo infantil para su producción.

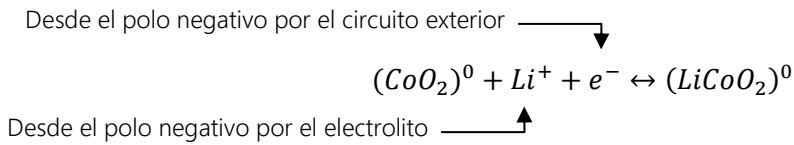
Sin embargo, en 2017 CORFO dio a conocer un estudio que demuestra que en Chile también existen importantes yacimientos de cobalto lo cual, sumado al litio, podría transformar al país en uno de los más importantes proveedores mundiales de ambos metales.

Las investigaciones y desarrollos más recientes buscan sustituir el fósforo (P) por boro (B) lo que, eventualmente conduce a acumuladores más seguros, estables y económicos, aunque de menor densidad energética.

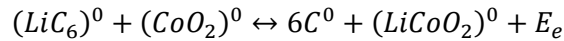
<sup>17</sup> El óxido de cobalto puro  $CoO_2$  (sin litio) es un compuesto muy inestable, razón por la cual, durante el proceso de recarga la tensión aplicada debe mantenerse por debajo de  $4,2 \left[ \frac{V}{celda} \right]$ . De esta manera se evita que el óxido se deslitifique por completo. Por ejemplo, hasta un mínimo de  $0,25 LiCoO_2$ .



En el polo positivo (cátodo):



Balance general:



El electrolito de este tipo de acumuladores está compuesto por  $Li(PF_6)$  disuelto en un solvente orgánico. Dado que la reacción del fósforo  $P$  con el aluminio  $Al$  es muy activa, si la carcasa está hecha con este material, existe un peligro potencial de que, al tomar contacto, reaccionen violentamente, con emisión de calor y metales fundidos.

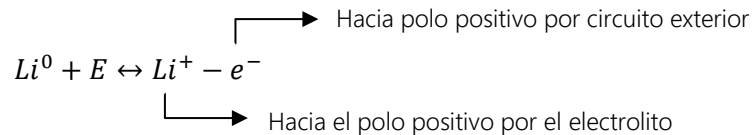
#### 4.5.1.2 Acumulador litio-hierro-fosfato

##### Sustancias activas

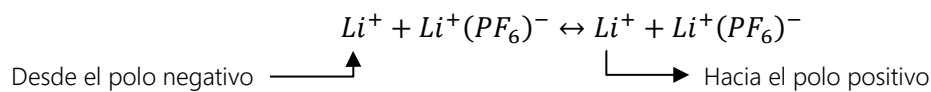
Sustancia activa del polo negativo	: Litio disuelto en grafito $Li + Li_4C$
Sustancia activa del polo positivo	: Fosfato de hierro $Fe(PO_4)$
Electrolito	: Exafluoruro fosfato de litio disuelto en solvente orgánico gelificado $Li(PF_6)$
Fuerza electromotriz característica	: $U_e = 3,3 [V]$

##### Ecuaciones electroquímicas

En el polo negativo:

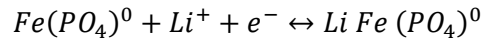


En el electrolito:



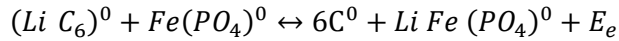
En el polo positivo:

Desde el polo negativo por el circuito exterior  $\xrightarrow{\quad}$



Desde el polo negativo por el electrolito  $\xrightarrow{\quad}$

Balance general



El electrolito de este tipo de acumuladores está compuesto por  $Li(PF_6)$  disuelto en un solvente orgánico. Dado que la reacción del fósforo  $P$  con el aluminio  $Al$  es muy activa, si la carcasa está hecha con este material, existe un peligro potencial de que al tomar contacto reaccionen violentamente, con emisión de calor y metales fundidos.

#### 4.5.2 Masas, energía y densidad energética electroquímica

En la Tabla 4-9 y la Tabla 4-10 se muestran los cálculos de masa de los dos tipos de acumuladores de ion-litio descritos:

Tabla 4-9: balance de masas acumulador ion-litio-cobalto

Balance de masas acumulador ion-litio-cobalto			
	Cargado $\left[\frac{g}{mol}\right]$	Descargado $\left[\frac{g}{mol}\right]$	Balance $\left[\frac{g}{mol}\right]$
En negativo:	$Li = 6,94$		-6,94
En positivo:	$CoO_2 = 90,93$ $0,5 LiCoO_2 = 48,94$	$LiCoO_2 = 97,87$ $0,5 LiCoO_2 = 48,94$	+6,94
Suma:	$\sum M_m = 146,81$	$\sum M_m = 146,81$	0,00

Tabla 4-10: balance de masas acumulador ion-litio-hierro-fosfato

Balance de masas acumulador ion-litio-hierro-fosfato			
	Cargado $\left[\frac{g}{mol}\right]$	Descargado $\left[\frac{g}{mol}\right]$	Balance $\left[\frac{g}{mol}\right]$
En negativo:	$Li = 6,94$		-6,94
En positivo:	$Fe(PO_4) = 150,82$	$LiFe(PO_4) = 150,82$	+6,94
Suma:	$\sum M_m = 157,76$	$\sum M_m = 157,76$	0,00

La carga  $Q_e$  transferida en cada reacción molar, la energía electroquímica característica  $E_e$  y la respectiva densidad energética son las que se muestran en la Tabla 4-11.

Tabla 4-11: masas, energía y densidad energética para los acumuladores ion-litio

Celda tipo	Masa $M_m \left[ \frac{g}{mol} \right]$	Carga $Q_e \left[ \frac{C}{mol} \right]$	Tensión $U_e [V]$	Energía $E_e \left[ \frac{kJ}{mol} \right]$	Densidad energética $d_E = \left[ \frac{J}{g} \right]$
<b>Li(CoO<sub>2</sub>)</b>	146,81	96.494	3,8	366,68	2.498
<b>LiFe(PO<sub>4</sub>)</b>	157,76	96.494	3,3	318,43	2.018

Las tensiones y densidades energéticas electroquímicas características comparadas son, en resumen, la de la Tabla 4-12.

Tabla 4-12: comparación tensiones y densidades acumulador Pb-ác vs ion-Li

Celda tipo	Tensión $U_e [V]$	Densidad energética $d_E = \left[ \frac{J}{g} \right]$	Densidad energética $d_E = \left[ \frac{Wh}{kg} \right]$
<b>Pb-ác</b>	2,05	616	171
<b>Li(CoO<sub>2</sub>)</b>	3,80	2.498	694
<b>LiFe(PO<sub>4</sub>)</b>	3,30	2.018	561

### 4.5.3 Tensiones características

#### 4.5.3.1 Tensión de flotación $U_{fl}$ y/o tensión límite de seguridad $U_{lm}$

Al igual que lo señalado en 4.4.3.1, al completarse la recarga, la resistencia  $R_r$  se hace infinita. En estas condiciones la tensión de recarga  $U_r$  podría, eventualmente, subir arbitrariamente a cualquier nivel por encima de la tensión electroquímica  $U_e$  característica.

Al terminar la recarga el óxido doble de cobalto y litio ( $LiCoO_2$ )<sup>0</sup> del polo positivo, teóricamente podría haber transferido al polo negativo todo el litio que contenía, transformándose en óxido de cobalto puro ( $CoO_2$ )<sup>0</sup>. Como se explicó, dado que este óxido es muy inestable, es necesario limitar la tensión de recarga a valores inferiores a  $4,2 \left[ \frac{V}{celda} \right]$ , lo que permite no deslitificar completamente el cátodo, hasta lograr niveles de litio no inferiores a 25% en el óxido. Por esta razón y, según el estado actual de arte, los acumuladores de ion/Li del tipo  $Li(CoO_2)$  limitan la tensión de recarga a  $4,2 \left[ \frac{V}{celda} \right]$ .

$$U_e < U_r = U_{fl} < U_{lm} \leq 4,15 \left[ \frac{V}{\text{celda}} \right]$$

En el caso de los acumuladores del tipo  $LiFe(PO_4)$  este nivel máximo se limita a  $3,65 \left[ \frac{V}{\text{celda}} \right]$ , tensión que permite deslitrificar completamente el cátodo, sin que se produzcan otras reacciones que eventualmente podrían descomponer el fosfato de hierro.

$$U_e < U_r = U_{fl} < U_{lm} \leq 3,65 \left[ \frac{V}{\text{celda}} \right]$$

#### 4.5.3.2 Tensión mínima admisible a la descarga $U_{mín adm}$

Durante la descarga la tensión mínima admisible en bornes  $U_{mín adm}$ , queda definida por la tensión mínima que aceptan los equipos alimentados por el acumulador. Por ejemplo  $3,0 \left[ \frac{V}{\text{celda}} \right]$  o  $2,6 \left[ \frac{V}{\text{celda}} \right]$ , respectivamente.

A diferencia de lo que ocurre con los acumuladores de plomo-ácido, cuando los acumuladores de ion-litio se descargan completamente, las sustancias activas del cátodo y ánodo permanecen estables. Teóricamente podrían permanecer descargados por tiempo indefinido, sin dañarse. En estas condiciones el polo negativo es carbono puro  $C^0$  y el positivo es óxido doble de litio y cobalto  $LiCoO_2$  y/o fosfato doble de litio y hierro  $LiFe(PO_4)$ , todos estables y neutros.

#### 4.5.4 Valor comercial, costo unitario y vida útil

En la Ilustración 4-8<sup>18</sup> se muestra la curva una DOD de un acumulador ion-litio típico en función de la profundidad de las descargas.

---

<sup>18</sup> Los puntos de color naranja son los valores reales con los cuales se hizo la regresión para obtener la curva azul graficada.

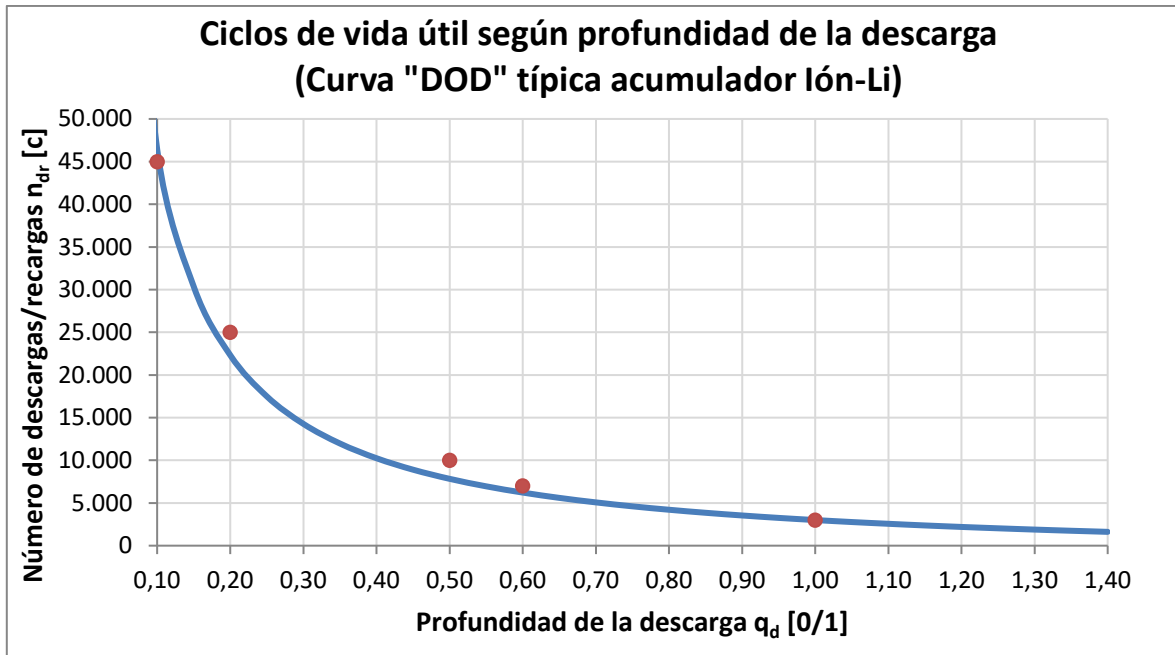


Ilustración 4-8: ciclos de vida útil según profundidad de descargas acumulador ion-Li

Como se puede ver, según el estado actual del arte, este tipo de acumuladores presenta una curva DOD mucho mejor que la que presentan los acumuladores de plomo-ácido.

En el mercado existe gran variedad de precios, calidades y condiciones técnicas, según su tamaño, estado del arte y aplicación. La aplicación de estas ecuaciones técnico/económicas a las especificaciones informadas por un fabricante de acumuladores de ion-litio para sistemas fotovoltaicos, conduce a los siguientes resultados:

Capacidad nominal del acumulador	: $Q_n = 100 [Ah]$
Tensión nominal	: $U_n = 12 [V]$
Energía útil nominal acumulada	: $E_n = 1,2 [kWh]$
Número de ciclos descarga/recarga anual	: $N_a = 360 \left[ \frac{\text{ciclos}}{\text{año}} \right]$
Valor nuevo FOB	: $S_N = 270 \text{ €}$
Valor nuevo unitario	: $s_N = \frac{S_N}{E_n} = 225 \left[ \frac{\text{€}}{\text{kWh}} \right]$

#### Aplicación optimización por DOD

Tasa de interés anual considerada	: $i_a = 10 \%$
Profundidad de la descarga optimizada	: $q_d = 90 \%$

- Energía procesada anualmente :  $E_a = 394 \left[ \frac{kWh}{año} \right]$   
 Vida útil nominal :  $t_n = 8 \text{ [años] } aprox$   
 Vida útil optimizada :  $t_{vu} = 9 \text{ [años]}$   
 Factor de recuperación de la inversión :  $avi_{min} = 0,1823 \text{ [0/1]}$   
 Anualidad de la inversión :  $AVI = 46,75 \left[ \frac{€}{año} \right]$   
 Costo unitario de la energía procesada :  $s = \frac{AVI}{E_a} = 0,108 \left[ \frac{€}{kWh} \right]$

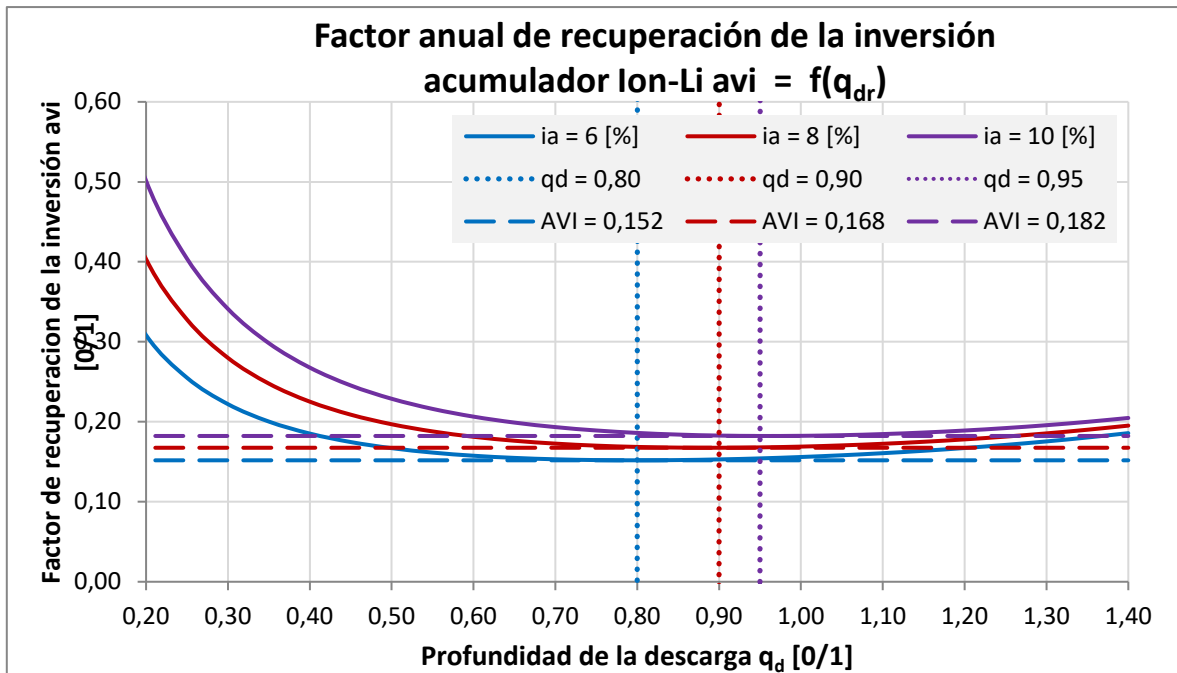


Ilustración 4-9: factor anual de recuperación de la inversión acumulador ion-Li

Tabla 4-13: optimización profundidad de las descargas acumulador ión-Li

Optimización profundidad de las descargas			
$i_a$ [%]	6	8	10
$q_{dr}$ [0/1] óptimo	0,80	0,90	0,95
$t_{vu}$ [a]	11,69	9,82	9,04
$avi_{min}$ [0/1]	0,1519	0,1676	0,1823
$avi$ [0/1] ; $q_{dr} = 1,0$	0,1560	0,1690	0,1825

En la hoja "Curva DOD Ion-Li" del archivo asociado al Capítulo 4 en la página web del libro, el lector puede replicar los cálculos de esta sección.

#### 4.5.5 Comparación de parámetros técnico/económicos

En la Tabla 4-14 se muestra un resumen comparado de los parámetros técnico-económicos típicos más relevantes de los acumuladores plomo/ácido e ion/litio calculados en los párrafos precedentes, aplicados a sistemas fotovoltaicos.

Tabla 4-14: comparación de parámetros técnico/económicos de acumuladores

Comparación de parámetros técnico/económicos (aplicado a sistemas FV de operación diaria)			
	Pb-ác	Ión-Li	Li-Pb
Densidad energética electroquímica $d_E \left[ \frac{Wh}{kg} \right]$	171	616	3,6
Número nominal de ciclos ( $q_d = 1, 0$ )	713	3.000	5,3
Ciclos anuales programados para sistemas FV $N_a \left[ \frac{ciclos}{año} \right]$	365	360	1,0
Vida útil nominal $t_n [años]$	2	8	5,3
Vida útil optimizada ( $i = 6\%$ ) $t_0 [años]$	10	11,7	2,2
Profundidad óptima de descarga $q_{d,op} [%]$	40	80	2,0
Constante empírica curva DOD $K$	2,6	3,0	1,2
Factor de actualización ( $i_a = 10\%$ ) $av_i [0/1]$	0,4084	0,1823	0,3
Valor nuevo unitario $s_N \left[ \frac{€}{kWh} \right]$	50,0	225	4,5
Precio medio energía optimizado $s \left[ \frac{€}{kWh} \right]$	0,117	0,108	0,9

Según precios del año 2016, la inversión inicial requerida de acumuladores de ion-litio es alrededor de 4,5 veces superior a las que requiere con acumuladores de plomo-ácido.

Sin embargo, debido justamente a su mayor vida útil (curvas DOD), la tasa anual de recuperación resulta menor, razón por la cual el costo unitario de la energía procesada por este tipo de acumuladores resulta menor o, a lo sumo, similar.

En resumen, su mayor densidad energética, sumada a las expectativas de menores precios a futuro, permite prever que este tipo de acumuladores se aplicará en todo tipo de equipos, en particular en vehículos de transporte terrestre, aéreo, respaldo de sistemas fotovoltaicos y/o eólicos, entre muchos otros.

No obstante, cuando se trata de acumuladores estacionarios para subestaciones, centrales eléctricas o estaciones de telecomunicaciones, dado que en estas aplicaciones el respaldo solo sirve como medio de seguridad (UPS), en la práctica es muy raro que deban operar, a lo más una o dos veces al año y por muy corto tiempo. En este tipo de aplicaciones los acumuladores permanecen inmóviles, sin operar y en flotación por largos períodos de tiempo, razón por la cual, en la práctica, no envejecen.

Agreguemos a esto que, dado que en estas aplicaciones no interesa la masa, ni el espacio que ocupan, para este tipo de aplicaciones los acumuladores de plomo-ácido resultan unas cuatro a cinco veces más económicos que los de ion-litio.

#### 4.6 Ecuaciones de circuito aplicadas a un acumulador

El circuito equivalente de un acumulador (4.1.8) puede ser más o menos complicado según el tipo de acumulador y las condiciones de operación. Los parámetros característicos más significativos en régimen permanente de corriente continua o de baja frecuencia, son:

- $U_e$  : tensión electroquímica natural;
- $Q_e$  : capacidad electroquímica intrínseca;
- $R_d$  : resistencia interna variable del acumulador a la descarga;
- $R_r$  : resistencia interna variable del acumulador a la recarga;
- $R_s$  : resistencia fija del electrolito, cableado y conductores;
- $R_c$  : resistencia fija o variable representativa del consumo y
- $Q_E$  : capacidad electrostática del condensador equivalente.

Adicionalmente se pueden considerar también:

- $R_{lm}$  : resistencia representativa de la electrólisis del agua y
- $R_{fug}$  : resistencia representativa de las fugas naturales.

Algunos modelos más sofisticados, de matemáticas más complejas, agregan combinaciones adicionales de resistencias y condensadores conectados en serie y/o en paralelo en diversas ramas del circuito equivalente.



#### 4.6.1 Descarga

Las ecuaciones representativas de una descarga, aplicada al circuito eléctrico equivalente (4.1.8) son, para:

$$i_r = 0 \quad ; \quad i_e = -i_d \quad ; \quad q_E = Q_E - q_d \quad ; \quad u_E = \frac{q_E}{C_E}$$

$$u_b = (U_e + u_E) - \left( R_S + \frac{R_0}{1 - \frac{q_d}{Q_e}} \right) \cdot i_d$$

Un acumulador se puede descargar según cualquiera de las siguientes modalidades: consumo de corriente constante  $I_d = ctte$ , consumo de resistencia constante  $R_c = ctte$ , consumo de potencia constante  $P_c = ctte$ , y consumo de potencia instantánea variable en el tiempo  $P_c = f(t)$ .

##### 4.6.1.1 Consumo de corriente constante $I_d = ctte$

Esta forma o perfil de consumo jamás se da en la práctica. Sin embargo, por tratarse de una modalidad intuitiva y de fácil comprensión, en general todos los manuales técnico-comerciales tipifican sus características mediante tablas y curvas de descarga a corriente constante.

A medida que el acumulador se descarga la tensión en bornes  $U_b$  disminuye y, por lo tanto, la corriente y potencia entregada al consumo también disminuyen. La única forma de mantener la corriente constante es variando simultáneamente la resistencia de carga, operación que, en la práctica, solo se puede hacer en un laboratorio especializado.

La tensión en bornes en función de la carga  $q_d$  entregada al consumo o en función del tiempo  $t$  para una descarga a corriente constante es:

$$i_d = I_d = ctte \quad ; \quad q_d = \int i_d \cdot dt = I_d \cdot t$$

$$U_b = (U_e + u_E) - \left( R_S + \frac{R_0}{1 - \frac{q_d}{Q_e}} \right) \cdot I_d$$

Las observaciones experimentales que hemos realizado durante muchísimas pruebas de descarga a corriente constante y el respectivo análisis metodológico, particularmente aplicado a acumuladores de plomo-ácido y/o de ion-litio, nos muestran que durante una descarga a corriente constante la tensión instantánea  $u_E$  del condensador virtual decae según una función exponencial inversa de las siguientes características:

$$u_E = U_E \left( A - B e^{-\left(\frac{q_d}{Q_{E,d}}\right)} \right)$$

En que:

$$U_{E,d} = U_{fl} - U_e \quad ; \quad Q_{E,d} = U_{E,d} \cdot C_E \quad ; \quad U_0 = U_{fl}$$

$U_0$  : tensión al inicio de la descarga, inmediatamente después de la recarga;

$U_{E,d}$  : tensión del condensador virtual al inicio de la descarga<sup>19</sup> y

$Q_{E,d}$  : carga (máxima) del condensador equivalente al inicio de la descarga.

Los parámetros  $A$  y  $B$  de esta función se pueden calcular imponiendo las siguientes condiciones de borde:

Al inicio de la descarga :  $q_d = 0$  ;  $u_e = U_E$

Durante el proceso de descarga, cuando :  $q_d = Q_{E,d}$  ;  $u_E = 0$

Al continuar la descarga, cuando: :  $q_d > Q_{E,d}$  ;  $u_E < 0$

Reemplazando, la tensión instantánea en bornes del condensador virtual es:

$$U_{E,d} = U_{fl} - U_e$$

$$u_E = U_{E,d} \left( \frac{e^{-\left(\frac{q_d}{Q_{E,d}}\right)} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right)$$

---

<sup>19</sup> Se refiere a la tensión y carga que adquiere el condensador virtual al término de la recarga anterior. En este ejemplo se está suponiendo que la tensión de recarga anterior era, precisamente, la tensión de flotación  $U_{fl}$  y, por lo tanto, es la que debe considerarse al inicio de la descarga actual. No obstante, si la descarga no se produce inmediatamente o si la tensión de recarga anterior se hizo a otro nivel de tensión, entonces en la ecuación es necesario considerar una tensión inicial diferente, por ejemplo  $U_d$ .

Como vemos, el condensador virtual, originalmente cargado con una carga  $Q_{E,d}$  a la tensión  $U_{E,d}$ , se descarga hasta que su tensión es nula. Luego, dado que la corriente de descarga sigue fluyendo, el condensador se recarga en el sentido inverso a expensas de la energía de la parte electroquímica del acumulador y, por lo tanto, la tensión del condensador se resta de la electroquímica natural. La Ecuación característica a la descarga a corriente constante queda:

$$u_d = U_e - \frac{R_0 \cdot I_d}{1 - \frac{q_d}{Q_e}} + U_E \left( \frac{e^{-\left(\frac{q_d}{Q_{E,d}}\right)} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right) - R_S \cdot I_d$$

A continuación, se muestra la aplicación de las ecuaciones de este modelo a un acumulador comercial de ion-litio y a uno de plomo-ácido.

#### 4.6.1.1.1 Aplicación acumulador ion-litio Worley Parsons SLPB 68106100

Las características técnicas según manual de fábrica:

Capacidad nominal	: $Q_n = 8,0 [Ah]$
Corriente de descarga nominal	: $I_{d,n} = 8,0 [A]$
Tensión de final descarga nominal	: $U_{fin adm} = 3,0 \left[ \frac{V}{celda} \right]$
Tensión nominal	: $U_n = 3,7 \left[ \frac{V}{celda} \right]$
Tensión de flotación (máxima)	: $U_0 = U_{fl} = 4,2 \left[ \frac{V}{celda} \right]$

Resultados aplicación del modelo:

Capacidad total o intrínseca	: $Q_e = 8,506 [Ah]$
Carga condensador virtual al inicio descarga	: $Q_{E,d} = 2,651 [Ah]$
Tensión electroquímica natural	: $U_e = 3,87 \left[ \frac{V}{celda} \right]$
Resistencia interna electrolito (constante)	: $R_e = 7,74 [m\Omega]$
Resistencia interna placas (cargado)	: $R_0 = 4,76 [m\Omega]$

En la Ilustración 4-10 se comparan los resultados experimentales de fábrica (líneas punteadas *udj*) con los correspondientes a los valores teóricos del modelo (líneas continuas

$u_d^*)^{20}$ . En la Ilustración 4-11 se muestra la tensión teórica  $u_E$  del condensador virtual: se descarga hasta que su tensión es nula, para luego recargarse con polaridad inversa.

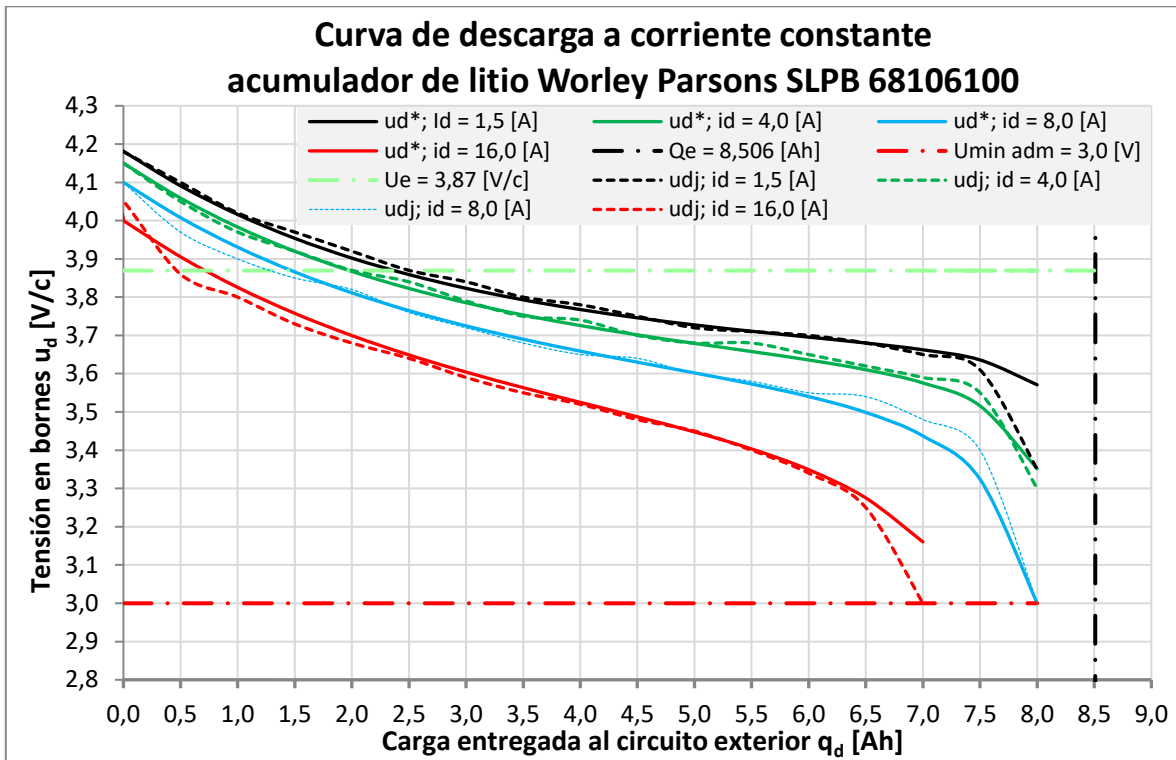


Ilustración 4-10: curva de descarga a corriente constante, acumulador ion-Li

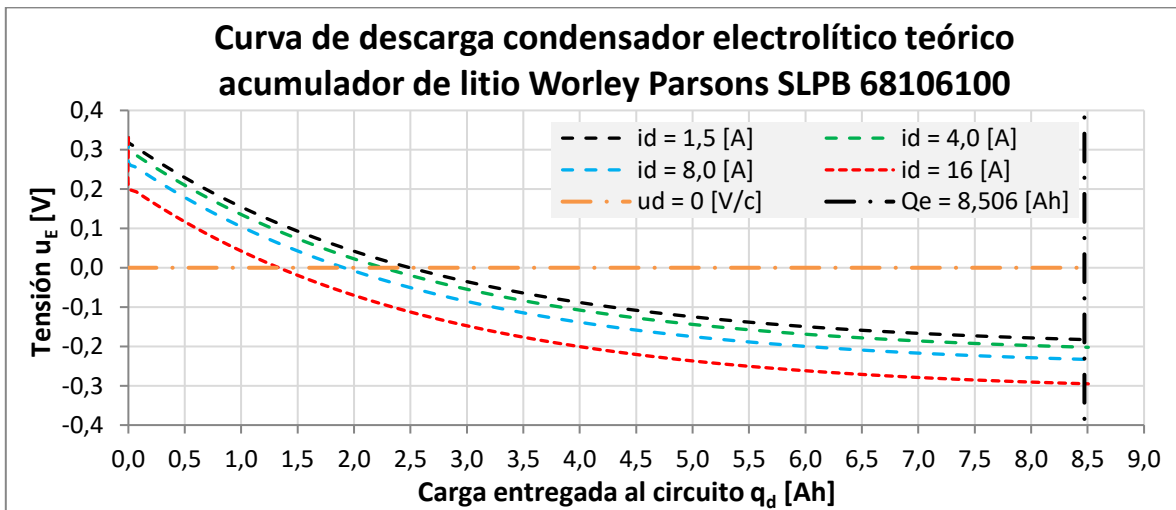


Ilustración 4-11: curva de descarga condensador teórico, acumulador ion-Li

<sup>20</sup> El ajuste presenta un error medio cuadrático inferior al 2 [%]

Como vemos, la carga o capacidad electrostática del condensador virtual equivalente es relativamente importante, representando, aproximadamente, un tercio de la capacidad total. Esto significa que, además de la carga acumulada en las sustancias activas, es necesario considerar, la carga electrostática  $Q_{E,d}$ .

Este tipo de acumuladores normalmente se construyen mediante láminas de sustancia activa (positiva y negativa) muy delgadas, de gran superficie, separadas por una pequeña capa de electrolito gelificado, las cuales se enrollan sobre sí mismas formando cilindros de diversos tamaños, construcción muy similar a la de cualquier condensador de papel (4.1.5), razón por la cual su capacidad electrostática es importante.

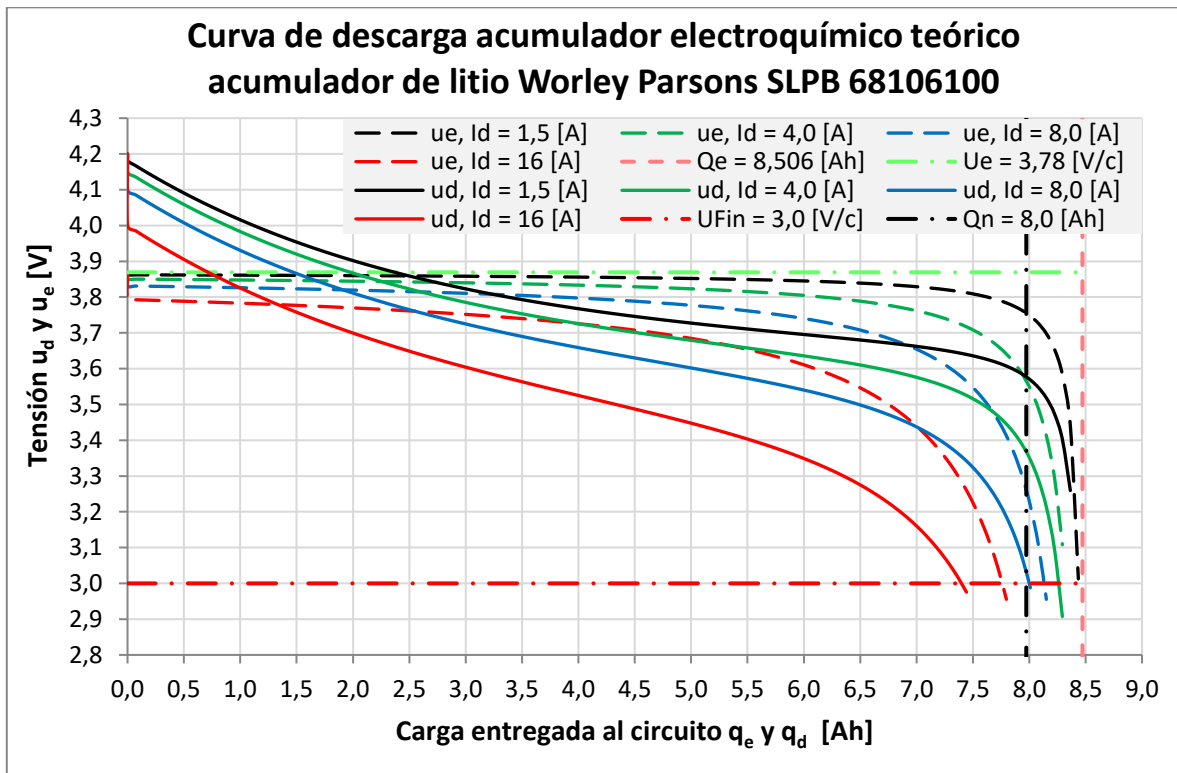


Ilustración 4-12: curva de descarga acumulador teórico ion-Li

En la práctica, dado que lo que más les interesa a los consumidores es el tiempo  $t$  durante el cual se puede sostener un determinado nivel de consumo, se acostumbra también a expresar la tensión  $u_d$  en función del tiempo  $t$ , en vez de la carga  $q_d$ , lo que da origen a las curvas conocidas como curvas de capacidad a corriente constante, como las que se pueden apreciar en la Ilustración 4-13 y la Ilustración 4-14.

$$i_d = I_d = ctte \quad ; \quad q_d = \int i_d \cdot dt = I_d \cdot t$$

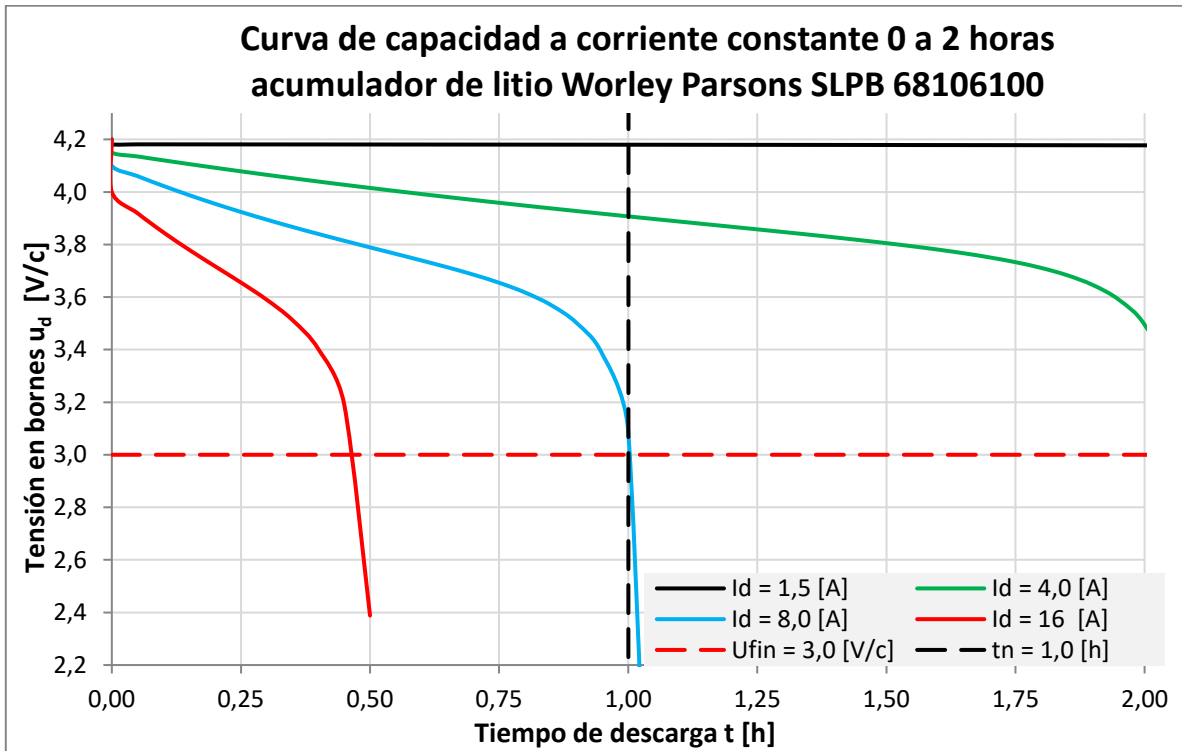


Ilustración 4-13: curva de capacidad a corriente constante, acumulador ion-Li, 0 a 2 horas

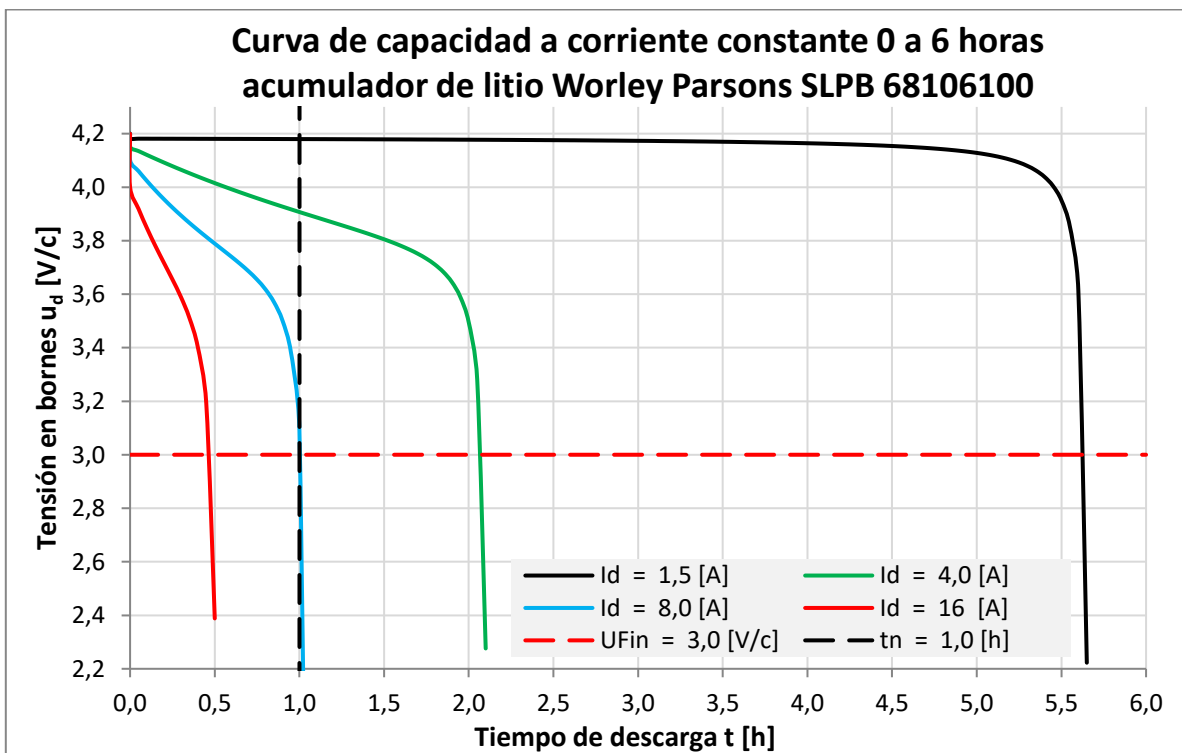


Ilustración 4-14: curva de capacidad a corriente constante, acumulador ion-Li, 0 a 6 horas

En la hoja "SLPB68106100 4 parámetros" del archivo asociado al Capítulo 4 en la página web del libro, el lector puede replicar los cálculos de esta sección.

#### 4.6.1.1.2 Aplicación a un acumulador plomo-ácido sellado Absolyte, serie 100 A

Las características técnicas según manual de fábrica<sup>21</sup>:

Capacidad nominal	: $Q_n = 100 [Ah]$
Corriente de descarga nominal	: $I_{d,n} = 12,5 [A]$
Tiempo nominal de descarga	: $t_n = 8 [h]$
Tensión de final descarga nominal	: $U_{fin adm} = 1,75 \left[ \frac{V}{celda} \right]$
Tensión nominal	: $U_n = 2,0 \left[ \frac{V}{celda} \right]$
Tensión de flotación (recomendada)	: $U_0 = U_{fl} = 2,25 \left[ \frac{V}{celda} \right]$

Resultados aplicación del modelo:

Capacidad total electroquímica intrínseca	: $Q_e = 135 [Ah]$
Carga condensador virtual al inicio descarga	: $Q_{E,d} = 22 [Ah]$
Tensión electroquímica natural	: $U_e = 2,08 \left[ \frac{V}{celda} \right]$
Resistencia interna electrolito (constante)	: $R_e = 0,01 [m\Omega]$
Resistencia interna placas (cargado)	: $R_0 = 4,77 [m\Omega]$
Resistencia interna total (cargado)	: $R_e + R_0 = 4,78 [m\Omega]$

Por las características de este tipo de acumuladores, la influencia del condensador virtual es poco importante y, eventualmente, se podría despreciar.

---

<sup>21</sup> Según la capacidad total requerida, los fabricantes de acumuladores acostumbran a armar baterías compuestas por placas positivas y negativas, conectadas alternadamente en paralelo, hasta alcanzar la capacidad total del modelo comercial. Así, por ejemplo, el modelo 100 A 13 lleva 7 placas negativas de plomo, entre las cuales van intercaladas 6 placas positivas con óxido de plomo por ambas caras, lo que totaliza una batería de 13 placas, cuya capacidad nominal es de 600 [Ah].

$$u_d = U_e - \frac{R_0 \cdot I_d}{1 - \frac{q_d}{Q_e}} + U_E \left( \frac{e^{-\left(\frac{q_d}{Q_{E,d}}\right)} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right) - R_S \cdot I_d$$

En la Ilustración 4-15 se muestran las curvas de descarga a corriente constante para diversos niveles de la corriente, mientras que en la Ilustración 4-16 y la Ilustración 4-17, dos curvas de capacidad del acumulador a corriente constante.

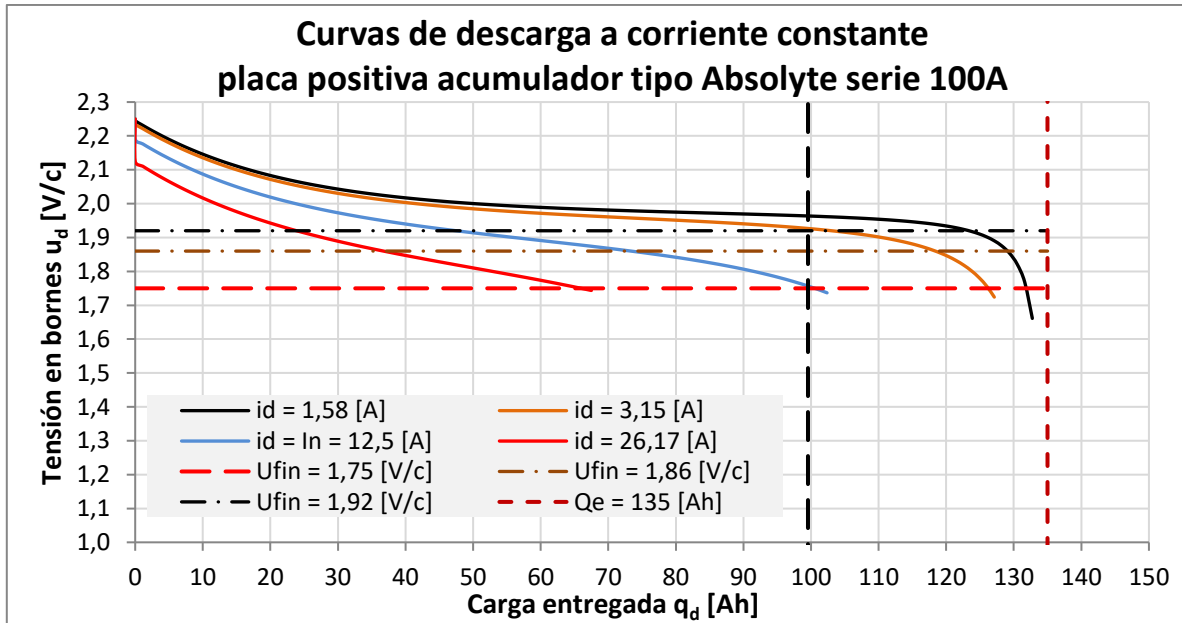


Ilustración 4-15: curva de descarga a corriente constante, acumulador Pb-ác

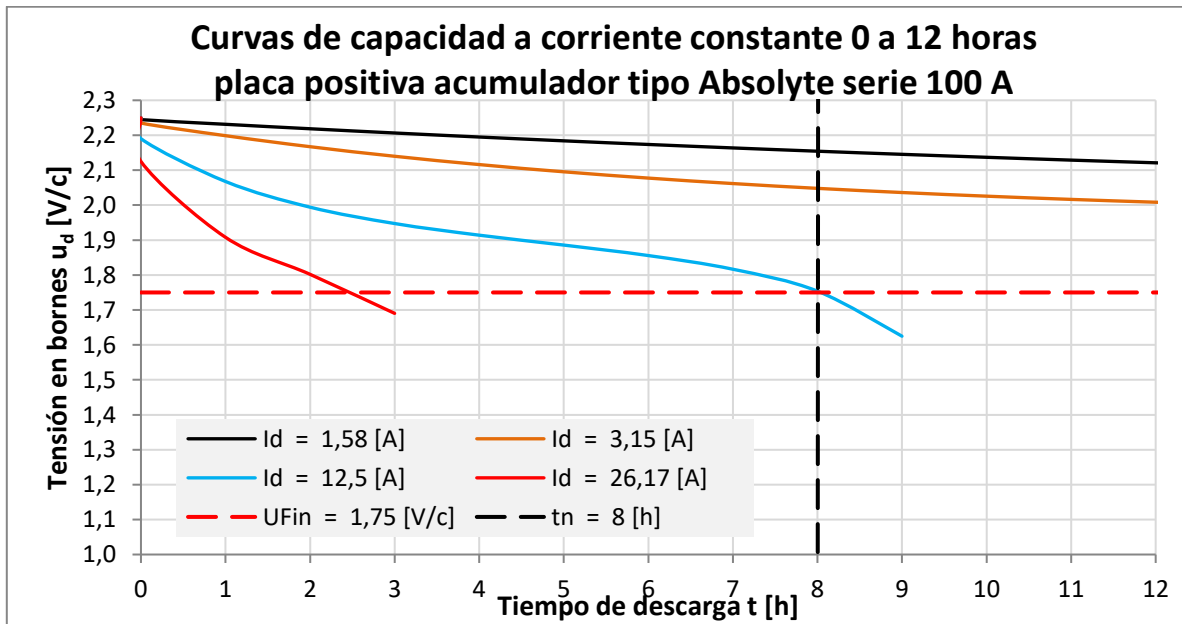


Ilustración 4-16: curva de capacidad a corriente constante, acumulador Pb-ác 0 a 12 horas



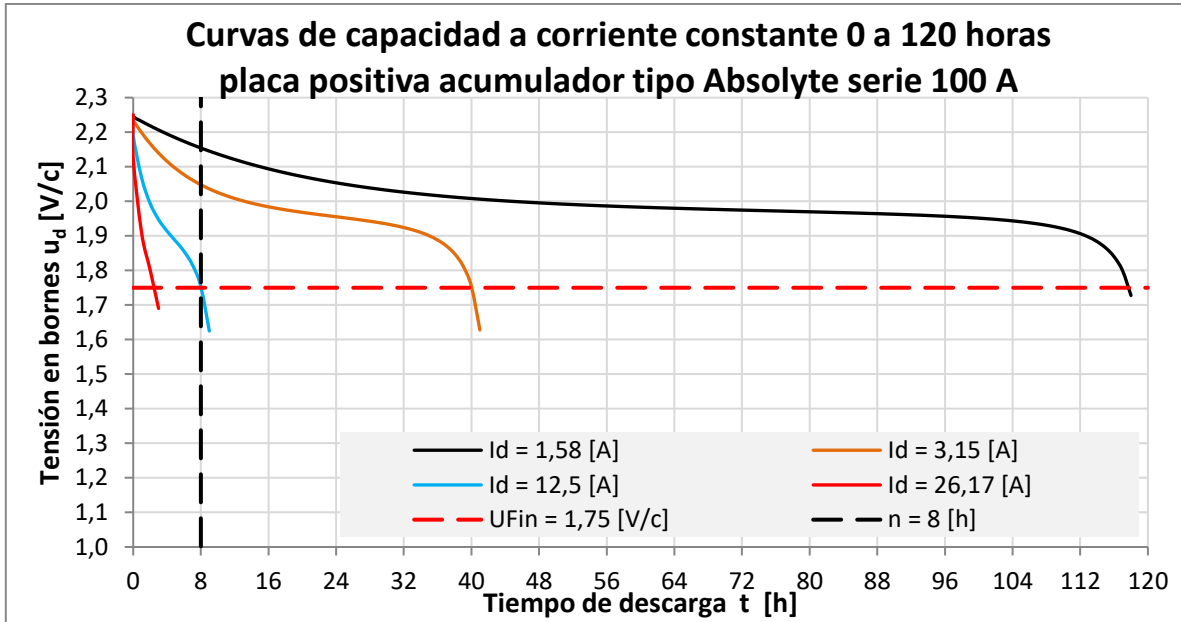


Ilustración 4-17: curva de capacidad a corriente constante, acumulador Pb-ác 0 a 120 horas

La correlación presenta un error medio cuadrático inferior a 0,25 %, lo que nos confirma la validez y utilidad práctica del modelo propuesto. Según estos parámetros teóricos, la carga nominal  $Q_n$  corresponde al 74 % de la carga electroquímica total  $Q_e$ , mientras que la carga máxima del condensador virtual electrostático  $Q_{E,d}$  representa un 16 %.

En la hoja "100 A 39, 3 par. rev." del archivo asociado al Capítulo 4 en la página web del libro, el lector puede replicar los cálculos de esta sección.

#### 4.6.1.2 Consumos de resistencia constante $R_c = ctte$

Este tipo de consumos son muy comunes en linternas, lámparas incandescentes, calefactores, bobinas, relees, etc., consumos que se caracterizan, precisamente, por presentar una resistencia relativamente constante. En este tipo de consumos, la corriente  $i_c$  es directamente proporcional a la tensión aplicada y, por lo tanto, disminuye o aumenta según la tensión de alimentación  $u_d$ . En estas condiciones, la Ecuación característica a la descarga queda, para:

$$R_c = \frac{u_d}{i_c} = ctte \quad ; \quad i_c = i_d = \frac{u_d}{R_c}$$

$$u_d = U_e - \frac{R_0 \cdot \frac{u_d}{R_c}}{1 - \frac{q_d}{Q_e}} + U_{E,d} \left( \frac{e^{-\left(\frac{q_d}{Q_{E,d}}\right)} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right) - R_e \cdot \frac{u_d}{R_c}$$

$$u_d \left( 1 + \frac{\frac{R_0}{R_c}}{1 - \frac{q_d}{Q_e}} + \frac{R_e}{R_c} \right) = U_e + U_{E,d} \left( \frac{e^{-\left(\frac{q_d}{Q_{E,d}}\right)} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right)$$

$$u_d = \frac{U_e + U_{E,d} \left( \frac{e^{-\left(\frac{q_d}{Q_{E,d}}\right)} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right)}{\left( 1 + \frac{\frac{R_0}{R_c}}{1 - \frac{q_d}{Q_e}} + \frac{R_e}{R_c} \right)}$$

#### 4.6.1.3 Consumos de potencia constante $P_c = ctte$

Este tipo de consumos es característico de equipos electrónicos de telecomunicaciones, sonido, computación, etc., que cuentan con una fuente de poder, cuyo objetivo es, justamente, suministrar una tensión estable y constante.

Dado que la resistencia (impedancia) de los equipos electrónicos es relativamente constante, si la tensión aplicada es constante, entonces la potencia consumida también es constante. En estas condiciones, la potencia  $P_c$  que suministra el sistema primario de corriente continua, también es constante. En estas condiciones, la ecuación característica a la descarga queda, para:

$$P_c = u_d \cdot i_c = ctte \quad ; \quad i_c = \frac{P_c}{u_d}$$

$$u_d = U_e - \frac{R_0 \cdot \frac{P_c}{u_d}}{1 - \frac{q_d}{Q_e}} + U_{E,d} \left( \frac{e^{-\left(\frac{q_d}{Q_{E,d}}\right)} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right) - R_e \cdot \frac{P_c}{u_d}$$

---

<sup>22</sup> En estas ecuaciones es posible despejar la tensión  $u_d$  en función de la carga  $q_d$ , para diversos valores de la resistencia del consumo constante  $R_c$  y/o para diversos valores de la potencia del consumo constante  $P_c$ .

#### 4.6.2 Recarga

Las ecuaciones representativas de la recarga, aplicada al circuito eléctrico equivalente (4.1.8) son:

Para:

$$i_r = i_e + i_c \quad ; \quad i_c = \frac{u_r}{R_c} \quad ; \quad q_E = Q_{E,r} - q_r \quad ; \quad u_E = \frac{q_E}{C_E}$$

$$u_r = u_b = (U_e - u_E) + \left( R_s + \frac{R_0}{1 - \frac{q_r}{Q_e}} \right) \cdot i_r$$

Un acumulador se puede recargar según cualquiera de las siguientes modalidades.

##### 4.6.2.1 Recarga a tensión constante

Esta forma de recarga es la más común, aun cuando al inicio de la recarga es necesario limitar la tensión  $U_r$  aplicada para evitar que la corriente de recarga  $i_r$  sea demasiado alta. En efecto, dado que al inicio de la recarga el valor de la resistencia  $R_r$  a la recarga es relativamente bajo, la corriente inicial puede fácilmente ser mayor que la máxima admisible, razón por la cual es necesario limitar la tensión aplicada, de manera que la corriente se mantenga, a lo más, al valor máximo admisible.

Para simplificar el análisis, supondremos que durante la descarga anterior el acumulador se descargó hasta alcanzar la tensión final admisible  $U_{fin adm}$ . Esta suposición parte de la base que, al término de la descarga anterior, el condensador virtual ha quedado cargado con una polaridad inversa  $U_E$ , determinada por la diferencia entre la tensión final a la descarga y la electroquímica  $U_e$ . En  $t = 0$

$$u_E = U_{fin adm} - U_e = U_{E,r} = \frac{Q_{E,r}}{C_E} < 0$$

A medida que el acumulador va adquiriendo carga, el condensador virtual se descarga, para luego cargarse con la polaridad directa, invirtiendo el proceso descrito en 4.6.1.1. Para:

$$u_b = U_r = U_b = U_c = ctte \quad ; \quad I_c = \frac{U_r}{R_c} = ctte \quad ; \quad i_r = i_e + I_c$$

$$U_r = U_b = (U_e + u_E) + \left( R_S + \frac{R_0}{1 - \frac{q_r}{Q_e}} \right) \cdot i_r$$

La tensión en el condensador virtual es ahora:

$$u_E = U_{E,r} \left( \frac{e^{-\left(\frac{q_r}{Q_{E,r}}\right)} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right)$$

Por lo tanto, la ecuación general queda:

$$u_r = U_e + \frac{R_0 \cdot i_r}{1 - \frac{q_r}{Q_e}} + U_{E,r} \left( \frac{e^{-\left(\frac{q_r}{Q_{E,r}}\right)} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right) + R_e \cdot i_r$$

$$q_r = Q_e - q_d \quad ; \quad Q_{E,r} = C_E (U_{fin adm} - U_e) < 0 \quad ; \quad i_r = f(t)$$

En estas ecuaciones:

- $U_e$  : tensión electroquímica natural;
- $U_{fin adm}$  : tensión límite o nominal final a la descarga (anterior);
- $U_{E,r}$  : tensión inversa del condensador al inicio de la recarga;
- $Q_{E,r}$  : carga electrostática del condensador al inicio de la recarga;
- $q_r$  : carga inyectada por el equipo rectificador/cargador y
- $q_d$  : carga extraída durante la descarga anterior.

La observación experimental nos muestra que, si la recarga no se efectúa inmediatamente después de la descarga, la tensión en bornes  $u_b$  en circuito abierto sube según una curva del tipo exponencial, desde la tensión final  $U_{fin adm}$  en que había quedado el sistema, hasta la tensión electroquímica  $U_e$ , fenómeno que se puede observar y medir fácilmente en acumuladores recién descargados.

Los usuarios que eventualmente han observado este fenómeno lo llaman memoria del acumulador. Nosotros interpretamos este fenómeno, simplemente, como la descarga del

condensador virtual contra la parte electroquímica, a través de las resistencias internas del acumulador. La velocidad con que ocurre este fenómeno está determinada, justamente, por la constante de tiempo de condensador y las resistencias del circuito.

Vemos entonces que, si la recarga se produce inmediatamente después de la descarga, durante los primeros momentos el equipo rectificador/cargador inyecta la carga necesaria para anular (descargar) la carga inversa del condensador y luego inyecta la carga electroquímica que deben absorber las placas. Finalmente, inyecta la carga electrostática adicional final con que queda cargado el condensador virtual. En resumen, la carga total inyectada es:

$$Q_r = C_E(U_e - U_{fin adm}) + (Q_e - q_d) + C_E(U_r - U_e)$$

$$Q_r = Q_e - q_d + C_E((U_e - u_{fin}) + (u_r - U_e))$$

$$Q_r = Q_e - q_d + C_E(u_r - u_{fin})$$

Si la recarga se efectúa al cabo de un tiempo, la carga que debe inyectar el equipo rectificador/cargador es algo menor. Para  $u_0 = U_e$

$$Q_r = Q_e - q_d + C_E(U_r - U_e)$$

La resolución de esta ecuación integral/diferencial permite expresar la carga  $q_r$  y/o la corriente  $i_r$  en función del tiempo:

$$q_r = f_q(t) \quad ; \quad i_r = \frac{\partial q_r}{\partial t} = f_i(t)$$

Ante la imposibilidad práctica de resolver analíticamente esta ecuación, hemos preferido aplicar un criterio simplificado aproximado, que se explica a continuación, que nos permite interpretar en forma muy aproximada cómo reacciona el acumulador a la recarga a tensión constante. Con este objeto consideramos las siguientes simplificaciones al modelo.

Consideramos que la carga total instantánea  $q_r$  que entrega el equipo rectificador/cargador está compuesta por la suma de la carga electroquímica instantánea  $q_e$  y la carga electrostática instantánea  $q_E$ .

$$q_r = q_e + q_E$$

Consideramos que la carga electroquímica inyectada  $q_e$  está dada por la siguiente ecuación simplificada, que considera ambas resistencias en una sola: la resistencia  $R_{i,0}$  total:

$$U_r \approx U_e + \left( \frac{R_0 + R_e}{1 - \frac{q_e}{Q_e}} \right) \frac{\partial q_e}{\partial t}$$

Integrando y ordenando, encontramos la carga electroquímica en función del tiempo:

$$t_e = \frac{Q_e \cdot R_{0,e}}{u_r - U_e}$$

$$q_e = Q_e \left( 1 - e^{-\frac{t}{t_e}} \right)$$

Consideramos que la carga electrostática  $q_E$  está dada por la siguiente ecuación simplificada:

$$t_E = R_e \cdot C_E$$

$$q_E \approx C_E \left( (u_r - u_{fin adm}) e^{-\frac{t}{t_E}} + u_r - U_e \right)$$

Con estas simplificaciones, la carga total instantánea y la respectiva corriente de recarga en función del tiempo quedan expresada por las siguientes ecuaciones:

$$q_r \approx Q_E \left( 1 - e^{-\frac{t}{t_e}} \right) + C_E \left( (u_r - u_{fin adm}) e^{-\frac{t}{t_E}} + u_r - U_e \right)$$

$$i_r \approx \left( \frac{u_r - U_e}{R_{p,0} + R_e} \right) e^{-\frac{t}{t_E}} + \left( \frac{u_r - u_{fin adm}}{R_e} \right) e^{-\frac{t}{t_E}}$$

#### 4.6.2.1.1 Aplicación al acumulador ion-litio Worley Parsons SLPB 68106100

En esta aplicación se está suponiendo que el acumulador se recarga inmediatamente después de la descarga, por lo tanto, la carga inicial del condensador virtual es:

$$u_{fin adm} = U_{fin adm} \quad ; \quad q_{E,r,0} = C_E (U_{fin adm} - U_e) < 0$$

La carga inicial inversa  $Q_{E,r}$  del condensador virtual es 6,971 [Ah], valor que se ve claramente en la Ilustración 4-18 (líneas punteadas finas). La carga electroquímica inyectada (líneas punteadas), aumenta desde cero hasta alcanzar la carga total electroquímica  $Q_e = 8,506$  [Ah]. Las líneas de segmentos representan la carga total inyectada por el equipo rectificador/cargador, la cual está formada por la suma de las dos anteriores. Se estabiliza por encima de la electroquímica en el nivel correspondiente a la carga electroquímica más la carga  $Q_E = 2,651$  [Ah] que adquiere el condensador virtual. Obviamente, si la recarga se inicia con el condensador descargado, las curvas de la gráfica parten todas desde el nivel cero (0), hasta estabilizarse en los mismos niveles finales.

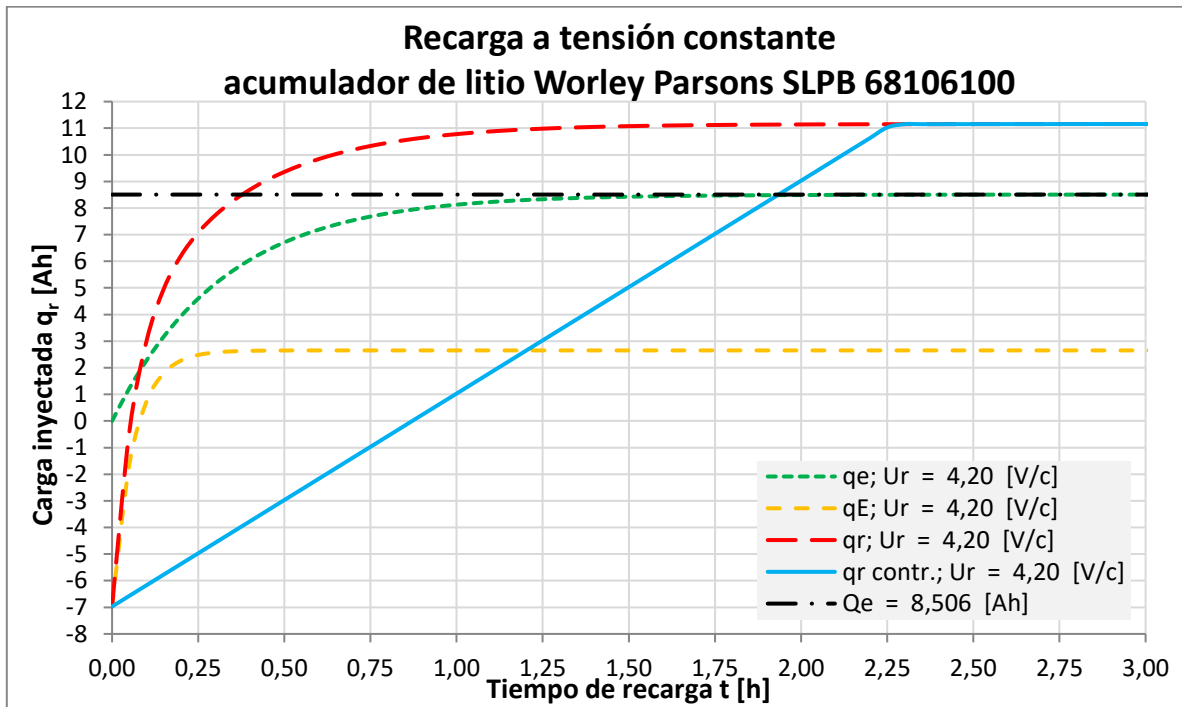


Ilustración 4-18: recarga a tensión constante, acumulador ion-Li

Como vemos, dado que al inicio de la recarga la resistencia interna es mínima, la corriente puede alcanzar niveles muy altos, limitada solo por las resistencias del circuito. Para limitar la corriente al valor máximo recomendado por la fábrica (8,0 [A] en este caso), es indispensable controlar la tensión aplicada. En este ejemplo, las cifras son las siguientes:

$$\text{Tensión electroquímica natural} \quad : \quad U_e = 3,87 \left[ \frac{V}{\text{celda}} \right]$$

$$\text{Resistencia interna electrolito (constante)} \quad : \quad R_e = 7,74 [m\Omega]$$

Resistencia interna placas (cargado) :  $R_0 = 4,76 [m\Omega]$

Resistencia interna total :  $R_e + R_0 = 12,50 [m\Omega]$

Si no hubiese control, la corriente de recarga inicial sería de 26,4 [A]. En efecto, para la tensión de flotación (de recarga) recomendada, la corriente de recarga inicial, limitada solo por las resistencias internas, es para  $U_{fl} = 4,2 \left[ \frac{V}{celda} \right]$

$$i_{r,0} = \frac{u_r - U_e}{R_{p,r,0} + R_e} = \frac{(4,20 - 3,87) \left[ \frac{V}{celda} \right]}{12,50 \cdot 10^{-3} [\Omega]} = 26,4 [A]$$

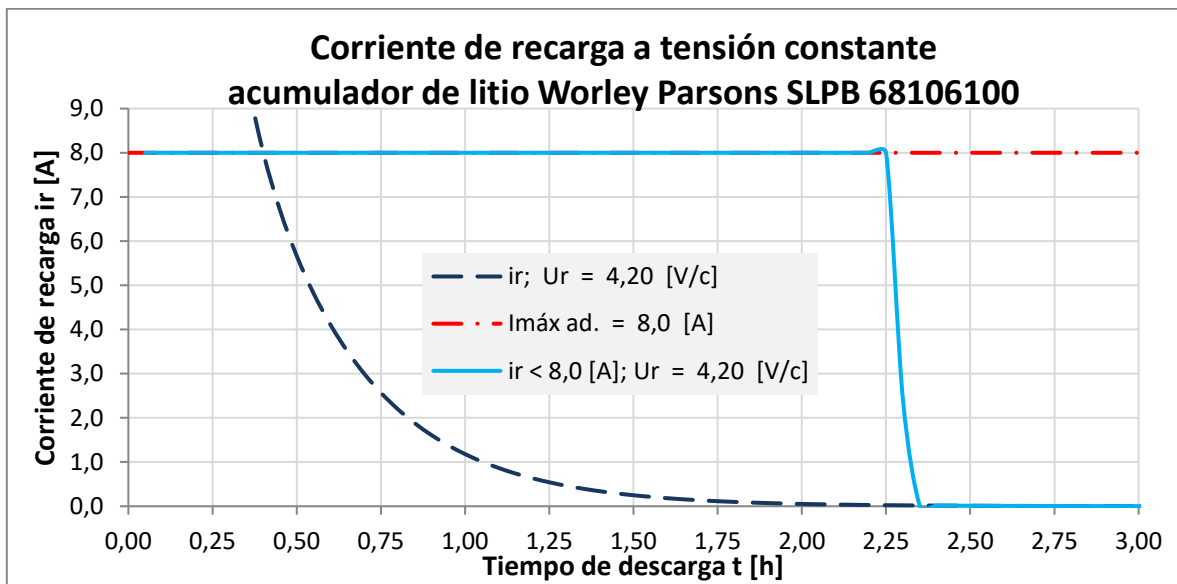


Ilustración 4-19: corriente de recarga a tensión constante, acumulador ion-Li

Según este ejemplo, para que la corriente sea inferior a 8,0 [A], la tensión aplicada debe ser inferior a  $3,97 \left[ \frac{V}{celda} \right]$ . El sistema de control debe mantenerse hasta que la resistencia interna a la recarga  $R_r$  haya aumentado lo suficiente como para que el sistema sea capaz de autocontrolarse automáticamente. Es decir, debe haber alcanzado un valor de, al menos,  $41,3 [m\Omega]$ . A partir de ese momento, dado que el acumulador ha adquirido parte importante de su carga, su resistencia interna a la recarga es lo suficientemente alta como para limitar la corriente a valores inferiores a la máxima admisible.

En el límite, cuando el acumulador esté completamente cargado, la resistencia interna será infinita y la corriente de recarga cero. La limitación de corriente, si bien retarda el proceso



recarga, evita que el acumulador se funda o deteriore por sobrecorriente. En este ejemplo el control se mantiene por unas 2,25 [h].

#### 4.6.2.1.2 Aplicación al acumulador plomo-ácido

Al igual que en el caso anterior, se está suponiendo que el acumulador se recarga inmediatamente después de la descarga. Como se muestra en la Ilustración 4-20, al inicio de la recarga el condensador virtual se encuentra cargado con una carga inversa de 4,667 [Ah], valor insignificante frente a la capacidad intrínseca total de 135 [Ah]. Al término de la recarga, la carga inyectada se estabiliza en 137 [Ah], es decir, 2,0 [Ah] por encima de la intrínseca, valor con el cual queda cargado el condensador virtual.

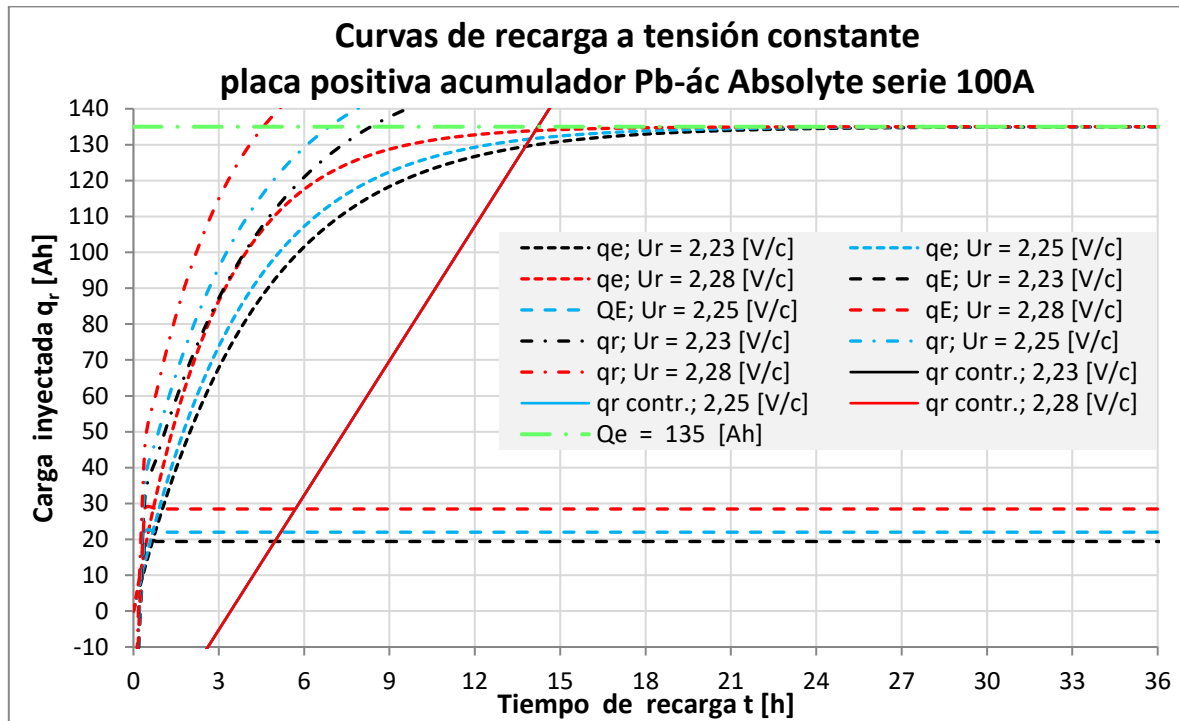


Ilustración 4-20: recarga a tensión constante, acumulador Pb-ác

Como vemos, si no se limita la corriente, al inicio de la recarga podría alcanzar valores muy superiores a las máximas admisibles. Para limitar la corriente al valor máximo recomendado por la fábrica (12,5 [A] en este caso), es indispensable controlar la tensión aplicada. En este ejemplo, las cifras son las siguientes:

Tensión electroquímica natural :  $U_e = 2,10 \left[ \frac{V}{\text{celda}} \right]$

Resistencia interna electrolito (constante) :  $R_e = 1,00 [m\Omega]$

Resistencia interna placas al inicio :  $R_r = 5,20 [m\Omega]$

Resistencia interna total :  $R_e + R_r = 6,30 [m\Omega]$

Para  $U_{fl} = 2,25 \left[ \frac{V}{celda} \right]$

$$i_{r,0} = \frac{u_r - U_e}{R_{p,r,0} + R_e} = \frac{(2,25 - 2,10) \left[ \frac{V}{celda} \right]}{6,30 \cdot 10^{-3} [\Omega]} = 23,8 [A]$$

En la Ilustración 4-21 se muestra cómo varía la corriente de recarga a tensión constante.

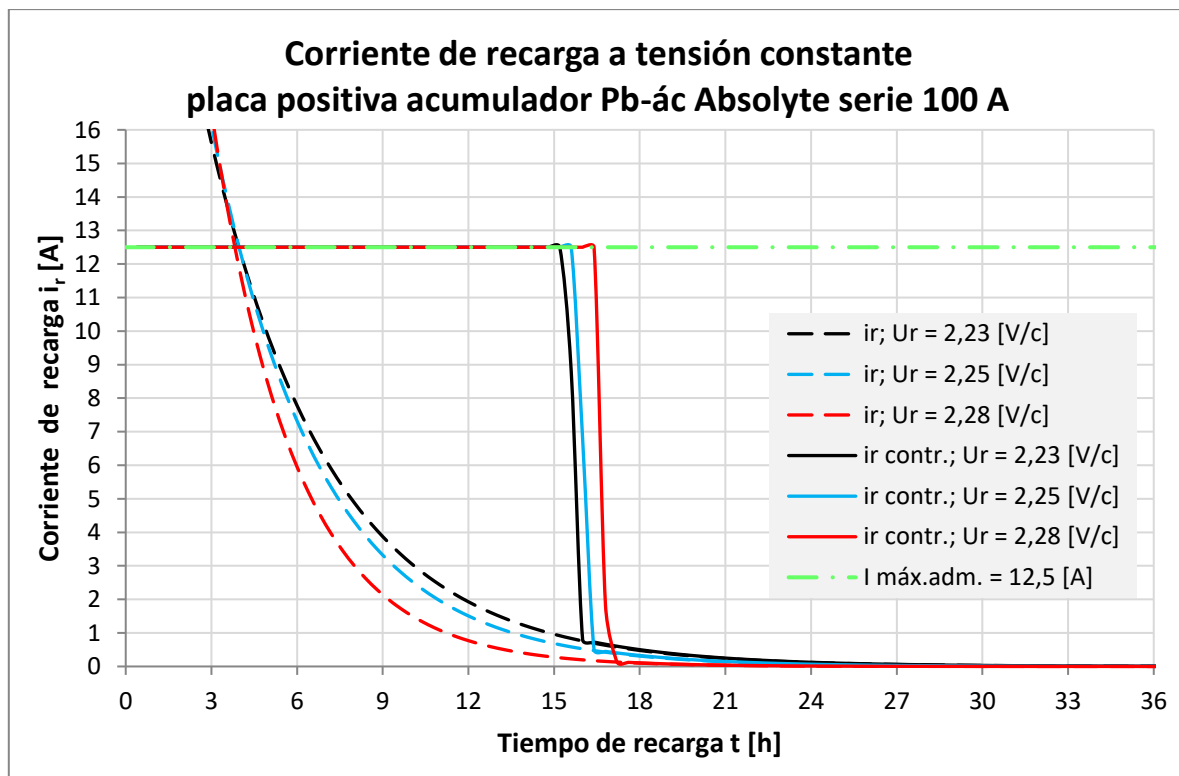


Ilustración 4-21: corriente de recarga a tensión constante, acumulador Pb-ác

En el límite, cuando el acumulador esté completamente cargado, la resistencia interna será infinita y la corriente de recarga cero. La limitación de corriente, si bien retarda el proceso de recarga, evita que el acumulador se funda o deteriore por sobre corriente. En este ejemplo el control se mantiene por unas 10 [h].

4.6.2.2 Recarga a corriente constante, con límite de tensión

En este sistema de recarga, la carga  $q_r$  inyectada al acumulador y la respectiva tensión  $u_r$  están dados por:

$$i_r = I_r = ctte \quad ; \quad q_r = \int I_r \cdot dt = I_r \cdot t$$

$$u_r = U_e + \frac{R_{p,0} \cdot I_r}{1 - \frac{I_r \cdot t}{Q_e}} + U_{m\acute{a}x} - U_e + (u_{fin adm} - U_{m\acute{a}x})e^{-\frac{t}{t_E}} + R_e \cdot i_r$$

Como vemos, la carga  $q_r$  inyectada y la respectiva tensión  $u_r$  aumentan indefinidamente, alcanzando y rebasando rápidamente los máximos admisibles.

4.6.2.2.1 Aplicación al acumulador ion-litio Worley Parsons SLPB 68106100

Como se muestra en la Ilustración 4-22, la aplicación de este sistema de recarga lleva la tensión rápidamente hasta niveles que rebasan la tensión máxima admisible.

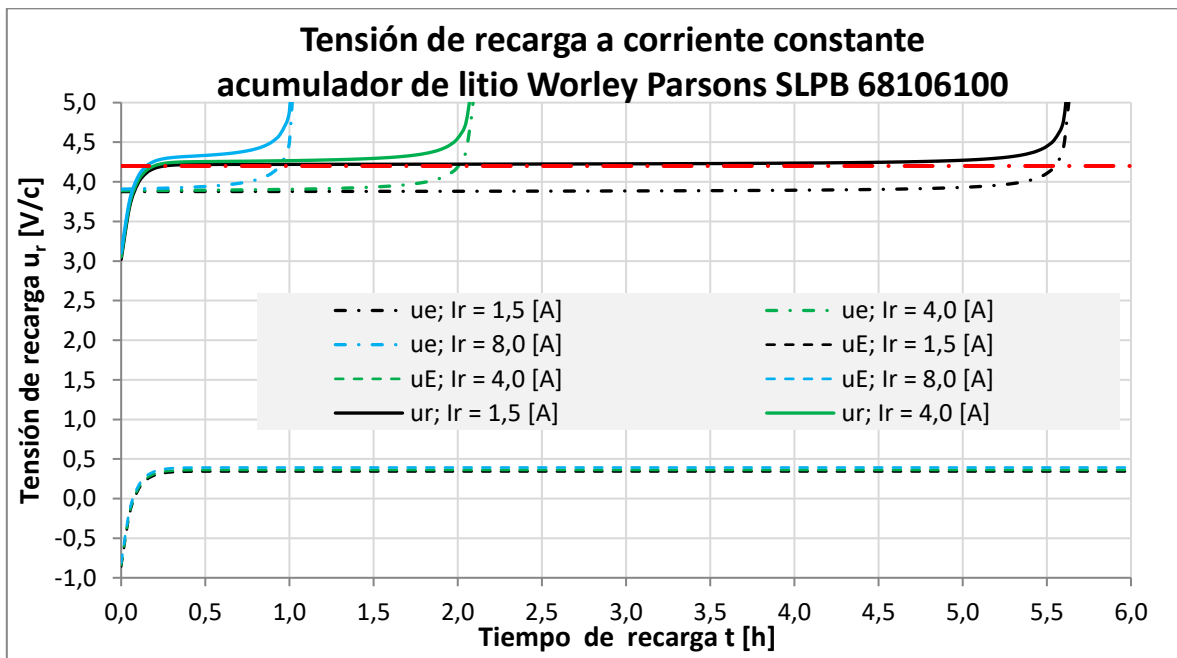


Ilustración 4-22: tensión de recarga a corriente constante, acumulador ion-Li

Por esta razón, este sistema de recarga no es aplicable ni recomendado para ningún tipo de acumulador sellado, sea éste ion-Litio, Plomo-ácido o de cualquier otra tecnología.

4.6.2.2.2 Aplicación al acumulador de plomo-acido (abierto)

Como se muestra en la Ilustración 4-23, este sistema de recarga aplicado a un acumulador de Plomo-ácido puede llevar la tensión de recarga  $u_r$ , fácilmente a los  $2,83 \left[ \frac{V}{celda} \right]$ , valor al cual se genera la electrolisis del agua contenida en el electrolito. El electrolito burbujea violentamente, emitiendo a la atmósfera oxígeno e hidrógeno gaseosos, razón por la cual por ningún motivo este proceso de recarga puede aplicarse a acumuladores sellados.

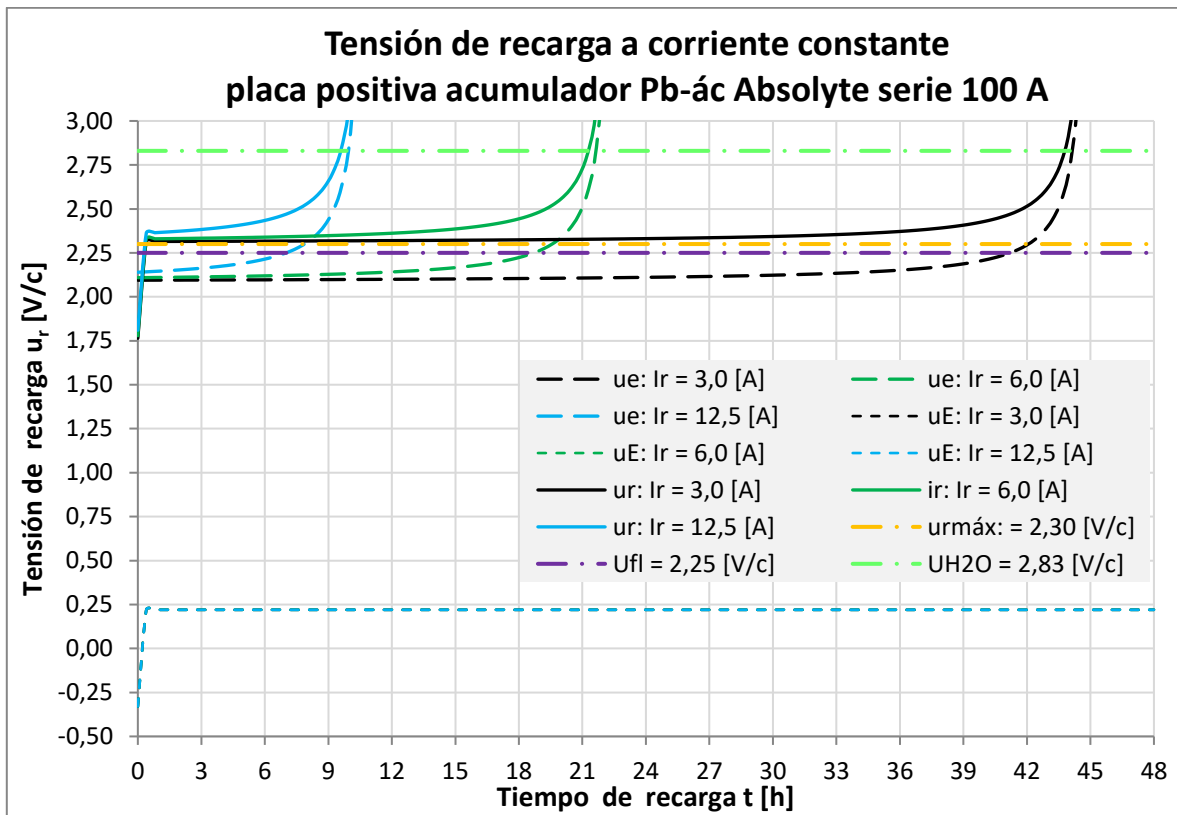


Ilustración 4-23: tensión de recarga a corriente constante, acumulador Pb-ác

Este sistema de recarga se recomienda y forma parte de las normas de puesta en servicio de acumuladores abiertos. En efecto, como sabemos, todos los acumuladores de plomo-ácido abiertos se comercializan secos (*dry charged*) y en estas condiciones pueden permanecer almacenados por largos períodos sin que sufran daño o deterioro.

También hay que considerar que el traslado a terreno, así como el montaje, serían prácticamente imposibles si se efectuaran con los acumuladores llenos de electrolito. Por

esta, razón todas las normas de puesta en servicio establecen que el llenado debe hacerse una vez que los acumuladores están instalados en su lugar definitivo. Establecen, además, que deben dejarse reposar durante un par de horas, lo que permite que las placas positivas se impregnen bien, tiempo durante el cual aparece la tensión electroquímica en bornes y se establece el equilibrio electroquímico.

En la hoja "SLPB68106100 4 parámetros" del archivo asociado al Capítulo 4 en la página web del libro, el lector puede replicar los cálculos del acumulador ion-litio de esta sección, mientras que en la hoja "100 A 39, 3 par. rev.", el lector puede replicar los cálculos del acumulador plomo-ácido.

## 4.7 Capacidad útil y nominal (comercial) de un acumulador

### 4.7.1 Capacidad útil de un acumulador

La carga o capacidad útil  $Q_u$  de un acumulador es la carga que puede entregar durante un tiempo  $t$ , para una determinada corriente de descarga constante  $I_d$ , de tal manera que la tensión en bornes al final de la descarga, sea igual o superior a una determinada tensión mínima final admisible  $U_{fin adm}$ .

Según la función que hemos denominado Ecuación característica a la descarga, la carga útil  $q_u$  depende de la capacidad electroquímica intrínseca  $Q_e$ , de la magnitud de la corriente  $I_d$  y de los demás parámetros del acumulador.

$$u_d = U_e - \frac{R_0 \cdot I_d}{1 - \frac{q_d}{Q_e}} + U_{E,d} \left( \frac{e^{-\frac{q_d}{Q_{E,d}}} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} \right) - R_e \cdot I_d$$

Dadas las dificultades prácticas de despejar analíticamente la carga  $q_d$  de esta ecuación, aplicamos las siguientes relaciones aproximadas, deducidas de esta ecuación, considerando que la carga útil total  $q_{u,d}$  está formada por la suma de la carga electroquímica  $q_{e,d}$  propiamente tal y la carga electrostática adicional (positiva o negativa)  $q_{E,d}$  que, eventualmente aporta el condensador virtual.

$$\text{Para } q_{u,d} \approx q_{e,d} + q_{E,d} \text{ y } Q_{E,d,n} = Q_n - Q_{e,d,n}$$

$$q_{u,d} = Q_e \frac{\left(1 - \frac{R_0}{U_e - U_{fin}}\right)}{1 + \frac{R_e}{U_e - U_{fin adm}}} + Q_{E,d} - (Q_{e,d} - Q_{e,d}) \frac{e^{-\frac{I_d}{I_n}} - 1}{1 - e^{-1}}$$

Las gráficas que se muestran en la Ilustración 4-24 y la Ilustración 4-25 corresponden a la aplicación de esta ecuación al acumulador de ion-litio y al acumulador de plomo-ácido de los ejemplos.

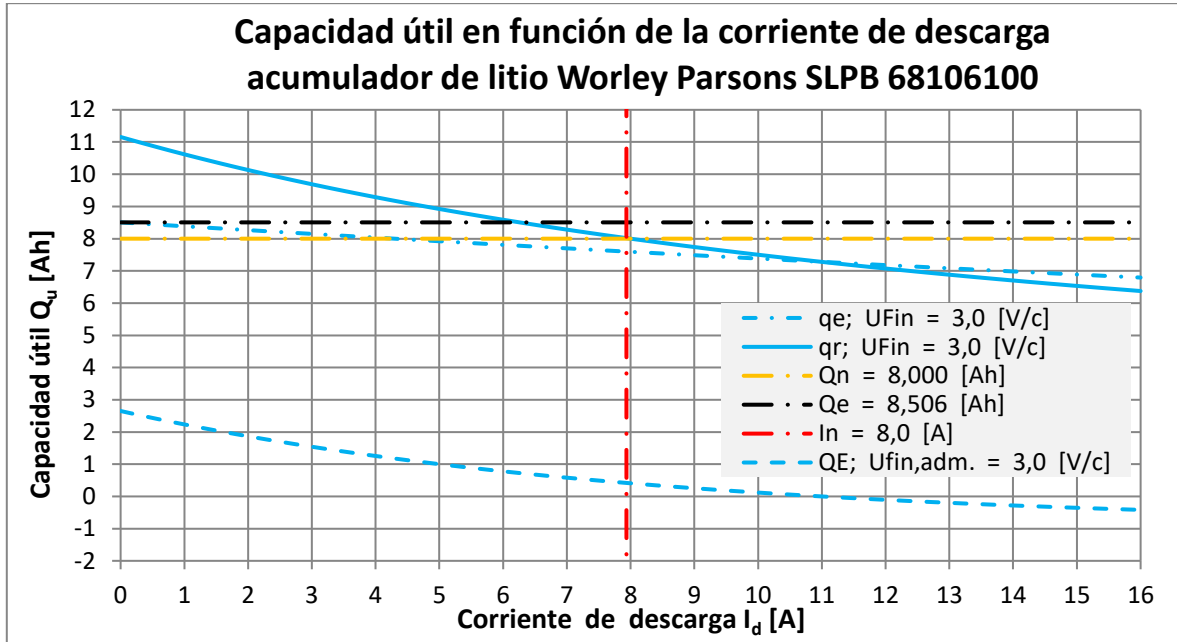


Ilustración 4-24: capacidad útil en función de la corriente de descarga, acumulador Ion-Li

En acumuladores de ion-litio normalmente se define una sola tensión mínima final a la descarga:  $3,0 \left[\frac{V}{celda}\right]$  o  $2,6 \left[\frac{V}{celda}\right]$ . En acumuladores de plomo-ácido, en cambio, la mayoría de los manuales y documentos técnicos publicados por las fábricas muestran tablas numéricas y gráficos de la carga útil  $q_u$  en función de la corriente de descarga  $I_d$ , para diversos valores de la tensión final  $U_{fin adm}$ :  $1,75 \left[\frac{V}{celda}\right]$ ,  $1,80 \left[\frac{V}{celda}\right]$ ,  $1,84 \left[\frac{V}{celda}\right]$ ,  $1,90 \left[\frac{V}{celda}\right]$ , etc. El usuario tiene así la posibilidad de escoger el tipo de acumulador que mejor se ajusta a sus requerimientos en cuanto a la corriente, tiempo de autonomía, tensión final aceptable y temperatura.

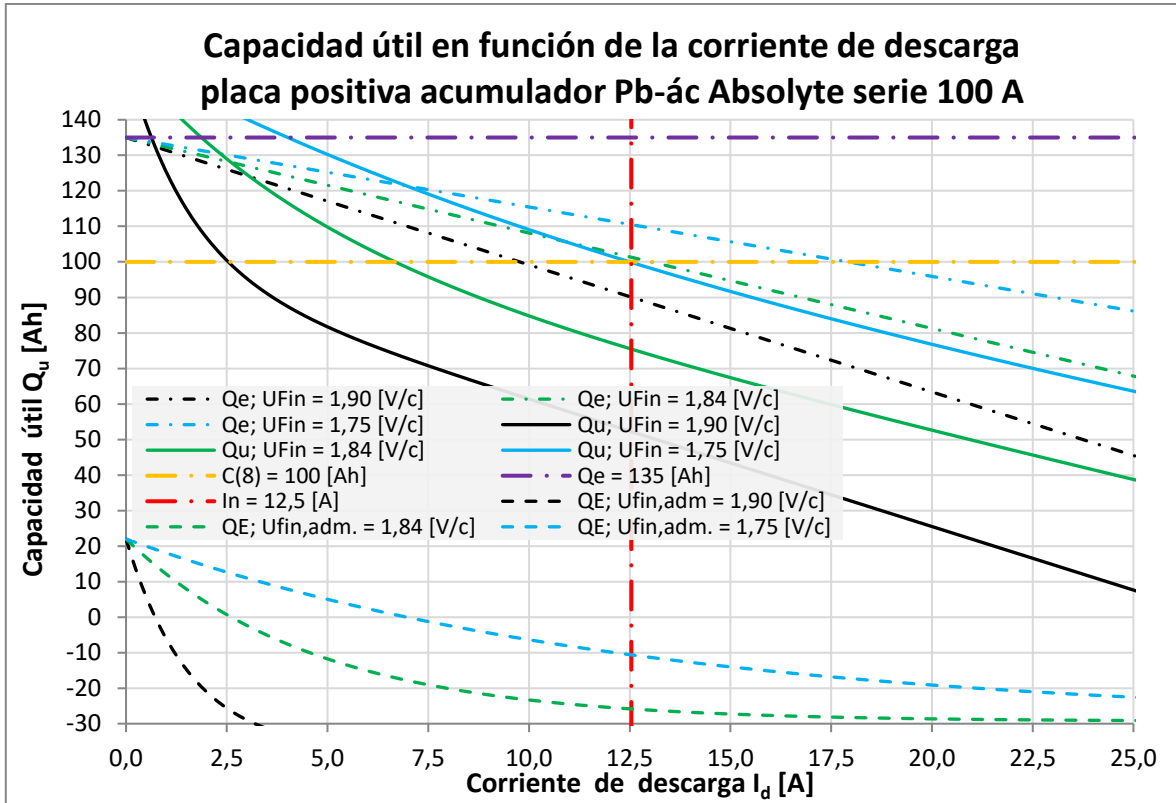


Ilustración 4-25: capacidad útil en función de la corriente de descarga, acumulador Pb-ác

#### 4.7.2 Corrección o variación de la capacidad útil con la temperatura:

La conductividad del electrolito depende, básicamente, de la concentración de iones que contiene. Para una determinada caída de tensión normalizada al final de la descarga, si la temperatura del electrolito es mayor que la de referencia, dado que los iones tienen mayor movilidad, es decir, menor resistencia, es posible operar con corrientes mayores, debido a que la resistencia interna del electrolito es comparativamente menor. Igualmente, si la temperatura del electrolito es menor que la de referencia, para mantener la misma caída de tensión al final de la descarga, la corriente debe ser menor que la nominal.

Dado que la capacidad real de un acumulador aumenta o disminuye con la temperatura, se hace necesario corregir su capacidad, referida a la temperatura de referencia  $T_0$ , para conocer cómo o de qué manera se comportará a la temperatura real de operación  $T$ , según un factor de corrección empírico que las fábricas están obligadas a informar.

Si esta información no se conoce o las fábricas no la publican, entonces la norma USA ANSI/IEEE STD 450-1987 establece que debe aplicarse la fórmula o gráfica empírica que se muestra en la Ilustración 4-26.<sup>23</sup>

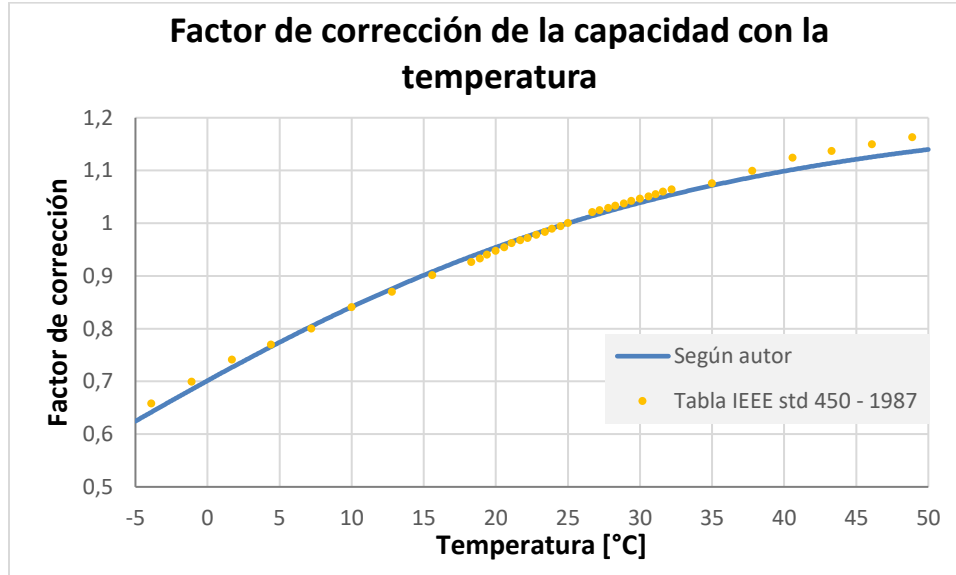


Ilustración 4-26: factor de corrección de la capacidad con la temperatura

Hemos desarrollado la fórmula empírica, que se expone a continuación, que nos permite corregir numéricamente la capacidad a la temperatura de operación real  $T$ , a la capacidad referida a la temperatura nominal o de referencia  $T_0$  y/o viceversa.

La caída de tensión al final de una descarga, a corriente constante  $I_d(T)$ , a la temperatura  $T$ , está dada por:

$$\Delta U = U_e - U_b = \frac{R_a(T)}{1 - \frac{I_d(T) \cdot t}{Q_I}} \cdot I_d(T)$$

<sup>23</sup> La tabla consultada hace referencia al factor de corrección del tamaño de la celda en función de la temperatura del electrolito, es decir, a mayor temperatura, menor debe ser el tamaño de la celda. Luego, el factor de corrección de la capacidad en función de la temperatura del electrolito es el inverso multiplicativo de dicho valor, es decir, a mayor temperatura, mayor capacidad. En la hoja "corrección temperatura" del archivo asociado al Capítulo 4 en la página web del libro, el lector puede encontrar los valores de la tabla consultada.



Igualmente, la caída de tensión al final de una descarga a corriente constante  $I_d(T_0)$ , a la temperatura  $T_0$ , está dada por:

$$\Delta U = U_e - U_b = \frac{R_a(T_0)}{1 - \frac{I_d(T_0) \cdot t}{Q_i}} \cdot I_d(T_0)$$

Igualando ambas caídas de tensión es posible deducir el factor de corrección de la capacidad a la temperatura  $T$  con respecto a la capacidad a la temperatura de referencia  $T_0$ .

$$\frac{C_T}{C_{T_0}} = \frac{\left(\frac{273 + T}{273 + T_0}\right)^\alpha}{1 + c_h \left(\left(\frac{273 + T}{273 + T_0}\right)^\alpha - 1\right)}$$

En esta expresión  $c_h$  es la proporción de la capacidad nominal  $C_h$  con respecto a la capacidad electroquímica  $Q_e$ :

$$c_h = \left(\frac{C_h}{Q_e}\right) \leq 1$$

El coeficiente  $\alpha$  deducido a partir de los datos empíricos y el factor  $c_0$ , correspondiente al modelo de acumulador Absolyte 100A27 son, en este caso, los siguientes:

$$\alpha = 13,69 \quad ; \quad c_0 = 0,8164$$

$$\frac{C_T}{C_{25^\circ C}} = \frac{\left(\frac{273 + T}{273 + 25}\right)^{13,69}}{1 + 0,8164 \left(\left(\frac{273 + T}{273 + 25}\right)^{13,69} - 1\right)}$$

Hemos graficado esta función sobreponiéndola a la empírica de la IEEE de la Ilustración 4-26, con resultados evidentes.

#### 4.7.3 Capacidad nominal (comercial) de un acumulador

Como hemos visto, contrariamente a lo que comúnmente se cree, la capacidad útil  $q_u$  de un acumulador no es un valor único. Por el contrario, depende de la corriente de descarga y de la tensión final mínima aceptable. Subsidiariamente, depende también de la temperatura. Dado que la carga útil aumenta o disminuye según las diversas condiciones de operación, se hace necesario fijar un valor único normalizado, conocido como capacidad

nominal  $Q_{(h,U,T)}$  que permita comparar comercialmente los diferentes tipos y marcas de acumuladores. Para acumuladores de plomo-ácido abiertos o sellados existen las siguientes dos normas indicadas en la Tabla 4-15.

Tabla 4-15: capacidad nominal de un acumulador Pb/ác según normas

	Norma IEC	Norma USA
Unidad de medida capacidad nominal $[Q_{(h,U,T)}]$	[Ah]	[Ah]
Tiempo nominal de descarga [h]	10 [h]	8 [h]
Tensión al final de la descarga $U_{fin adm}$	1,80 $\left[\frac{V}{celda}\right]$	1,75 $\left[\frac{V}{celda}\right]$
Temperatura nominal del acumulador $T$	20 [°C]	77 [°F](25 [°C])

Para el caso de la placa positiva del acumulador Absolyte serie 100A, la capacidad nominal y comercial según la norma USA es de 100 [Ah]. Corresponde a una descarga a corriente constante  $I_{d,n} = 12,5 [A]$  durante un tiempo  $t_n = 8 [h]$  hasta una tensión final nominal  $U_{fin adm} = 1,75 \left[\frac{V}{celda}\right]$  a 77 [°F] (25 [°C]).

Este mismo acumulador, calificado según la norma internacional IEC tiene una capacidad nominal o comercial de 98,7 [Ah]. En efecto, según la especificación de fábrica, la capacidad de este acumulador en una descarga a  $t_n = 10 [h]$ , hasta la tensión final de  $U_{fin adm} = 1,80 \left[\frac{V}{celda}\right]$  a 25 [°C], es 103,9 [Ah], valor al cual es necesario aplicarle la respectiva corrección por temperatura. La capacidad nominal corregida a 20 [°C] es un 5 % menor que la capacidad nominal a 25 [°C]:

$$C_{(10 [h], 1,80 \left[\frac{V}{celda}\right], 20 [°C])} = 0,95 \cdot C_{(10 [h], 1,80 \left[\frac{V}{celda}\right], 25 [°C])} = 0,95 \cdot 103,9 [Ah] = 98,7 [Ah]$$

Este resultado nos está indicando que la capacidad nominal comercial  $Q_{(h,U,T)}$  de acumuladores de plomo-ácido, abiertos o sellados, calificados según la norma IEC internacional, es menor que la que corresponde si el mismo acumulador se evalúa según la norma USA.

Como vemos, la norma IEC internacional europea es algo más exigente que la respectiva norma USA, cuestión que es necesario tomar en cuenta al momento de hacer evaluaciones de tipo económicas y comerciales.

#### 4.8 Puesta en servicio, prueba de capacidad y controles de mantenimiento

Durante el proceso de puestas en servicio de acumuladores nuevos, las normas internacionales vigentes recomiendan efectuar una prueba de capacidad, la cual tiene por objeto determinar, experimentalmente, si la carga real útil del acumulador corresponde o no a la capacidad nominal comercial ofrecida por los fabricantes. Adicionalmente, la prueba de capacidad permite validar el o los modelos que se hayan considerado como elemento de circuito. Básicamente, la prueba de capacidad consiste en someter al acumulador a una descarga controlada a corriente constante, hasta completar el tiempo normalizado correspondiente. Durante el proceso de descarga se debe medir la tensión en todas y cada una de las celdas y en la batería completa. Cuando el acumulador es abierto, también se debe medir la densidad del electrolito en todas y cada una de las celdas.

Secundariamente, dado que para realizar esta prueba es necesario medir los parámetros más relevantes, la información obtenida, comparada con los datos informados en los catálogos o con datos estadísticos anteriores, sirve de base para los programas de mantenimiento y control que deben realizarse en el transcurso de la vida útil.

Como en todo programa de mantenimiento preventivo, las estadísticas históricas permiten hacer un seguimiento y detectar, con la debida anticipación, las anomalías o deterioros que, eventualmente, pudieran ocurrir.

Existen varias normas y procedimientos para efectuar este tipo de pruebas, entre las cuales cabe destacar la descrita en la norma americana ANSI / IEEE Std. 450-1987. Básicamente, la prueba consiste en reproducir experimentalmente en terreno las condiciones que corresponden a los parámetros especificados en la norma: descarga a corriente constante, midiendo las tensiones, densidades, resistencias y temperaturas en todas las celdas de la batería completa. También se debe medir la resistencia de contacto de todos los puentes, asegurando que estén debidamente instalados y ajustados.

Antes de realizar la prueba de capacidad inicial se deberá asegurar que la batería se encuentre completamente cargada y con su electrolito en el nivel y con la densidad

especificados por el fabricante. Para el caso de los acumuladores del tipo abierto es necesario efectuar ajustes de la densidad del electrolito, agregando agua destilada o ácido sulfúrico concentrado hasta lograr que las densidades y los niveles en todas las celdas, con la batería de acumuladores completamente cargada, alcancen los valores especificados por el fabricante. Al terminar la prueba de capacidad se deberá poner de inmediato en recarga controlada, midiendo nuevamente todos sus parámetros, hasta que cada celda del acumulador quede completamente cargada, verificando que todos los parámetros han recuperado sus valores iniciales (densidad, resistencia interna y tensión).

El proceso de descarga y recarga controlados puede demorar fácilmente tres o cuatro días. Si, eventualmente, algunas de las celdas de la batería no han cumplido con las especificaciones, el mandante, según el contrato que regule la compra, deberá decidir qué hacer en estos casos, como, por ejemplo, exigir el reemplazo de la o las celdas débiles o dañadas.

Dado que la tensión en bornes va disminuyendo, para realizar esta prueba es necesario conectar como consumo un banco de resistencias variables, que permita mantener la corriente constante. Además, es necesario conectar voltímetros y amperímetros de precisión. La corriente de descarga deberá permanecer constante durante toda la prueba y su valor deberá ser igual a la especificada por el fabricante, pero corregida según la temperatura real en que se encuentre el electrolito al momento de iniciar la prueba, según la o las fórmulas de corrección de la capacidad en función de la temperatura que corresponda.

Cuando se trata de acumuladores antiguos que han estado en servicio durante largo tiempo, la realización de esta prueba requiere desconectarlos del sistema, lo que no siempre es posible. Por otra parte, dado que esta prueba es costosa y relativamente exigente para el acumulador, lo normal es que se realice una sola vez en su vida útil: solo al poner los equipos en servicio por primera vez. Sin embargo, cuando es necesario desarmar instalaciones para reinstalarlas en otro lugar, o cuando se tienen serias dudas respecto de su estado, también es recomendable aplicarles nuevamente una prueba de capacidad completa. De allí que, en

vez de esta prueba, resulte mucho más práctico, económico y seguro efectuar periódicamente el tipo de mediciones de control que se enumeran a continuación:

- Medición de la densidad y nivel del electrolito (en acumuladores abiertos);
- Medición de la tensión de flotación en todas las celdas y en la serie completa;
- Medición del nivel de rizo de la tensión aplicada y
- Medición de la resistencia (impedancia) de todas las celdas y resistencias de contacto, incluidas las resistencias de los puentes.

La apropiada interpretación de estas mediciones permitirá que personal calificado pueda realizar, oportunamente, las acciones correctivas o sustitutivas que correspondan.

Existen diversas metodologías e instrumentos que permiten efectuar estas mediciones. El método clásico, más ampliamente utilizado, consiste en medir la densidad del electrolito mediante densímetros de flotación (descritos en 4.10.3). Las mediciones obtenidas deben corregirse, según la temperatura de la medición, a la temperatura nominal de referencia. Actualmente existen densímetros electrónicos que basan su medición en la aplicación de probetas sensibles a la temperatura y a los fenómenos electroquímicos las cuales, simultáneamente, miden la temperatura y calculan automáticamente la corrección necesaria.

Con respecto a la medición de la resistencia interna, la prueba de capacidad permite deducir su valor a partir de los datos de corriente y tensión obtenidos durante la prueba. En efecto, la resistencia  $R_d$  se puede evaluar mediante la siguiente relación simplificada:

$$R_{d,0} = \frac{U_e - U_0}{I_d}$$

En algunos talleres artesanales se acostumbra a evaluar el estado del acumulador mediante un amperímetro graduado en colores verde (bueno), amarillo (regular) y rojo (malo), el que se aplica como corto circuito franco de baja impedancia a los bornes del acumulador, provocándole una descarga violenta. La corriente, así medida, es proporcional a la tensión electroquímica  $U_e$  e inversamente proporcional a la resistencia  $R_{d,0}$ .

Si el acumulador se encuentra en buen estado y cargado, su resistencia interna será la que corresponde y la aguja del amperímetro indicará el color verde.

Últimamente se ha popularizado la aplicación de instrumentos medidores de la impedancia mucho más prácticos y precisos, basados en la aplicación de una señal de tensión alterna, inyectada a través de un condensador de alta capacidad. La corriente de la señal alterna no interfiere con el sistema de potencia de corriente continua ni provoca descargas. La gran ventaja de este sistema es que, además de ser rápido y preciso, permite efectuar las mediciones en baterías de acumuladores que se encuentran en servicio. La medición del valor efectivo de la corriente alterna, filtrada a la frecuencia de la señal, y la respectiva caída de tensión efectiva, también filtrada a la misma frecuencia, medida en bornes de la o las celdas en serie, permiten calcular fácilmente la impedancia y la respectiva resistencia interna del acumulador. En efecto, la impedancia está dada por:

$$Z_a = \frac{U_{efr}}{I_{ef}}$$

Según el diagrama eléctrico equivalente (4.1.8), la corriente efectiva total  $I_{ef}$  está compuesta por la suma de las corrientes en cada una de las ramas indicadas.

$$I_{ef_{d,r}} = (I_{ef_d} + I_{ef_r}) + I_{fug} + jI_D = I_r + jI_D$$

Durante el medio ciclo negativo la corriente efectiva  $I_{ef_d}$  en la rama de la resistencia interna  $R_d$  es:

$$I_{ef_d} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{efr}}{R_d} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{efr}}{\left( \frac{R_a}{1 - \frac{q_d}{Q_e}} \right)}$$

Durante el medio ciclo positivo la corriente efectiva  $I_{ef_r}$  en la rama de la resistencia  $R_r$  es:

$$I_{ef_r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{efr}}{R_r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{efr}}{\left( \frac{R_a}{\left( \frac{q_d}{Q_e} \right)} \right)}$$

La suma del valor efectivo de las corrientes en cada una de estas ramas corresponde a la corriente efectiva total que la señal aplicada produce en la sustancia activa del acumulador (placas y electrolito).

$$I_{ef\ dr} = I_{ef\ d} + I_{ef\ r}$$

Reemplazando y sumando, se obtiene:

$$I_{ef\ dr} = \frac{U_{ef\ r}}{2} \cdot \left( \frac{1 - \frac{q_d}{Q_e}}{R_a} + \frac{\frac{q_d}{Q_e}}{R_a} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{ef\ r}}{R_a}$$

Por lo tanto, la resistencia interna inicial  $R_a$  es:

$$R_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{ef\ r}}{I_{ef\ dr}}$$

Vemos así que, si se inyecta una señal sinusoidal filtrada, es posible determinar el valor de la resistencia interna inicial dividiendo por dos (2) el cociente entre el valor efectivo de la tensión alterna aplicada y la respectiva componente resistiva efectiva de la corriente. El valor así obtenido es la resistencia equivalente medida por el instrumento de corriente alterna que, en primera aproximación, es independiente del estado de carga (o descarga) del acumulador:

$$R_a = \frac{1}{2} R_{eq} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{ef\ r}}{I_{ef\ dr}}$$

Análogamente la corriente efectiva de las pérdidas  $I_{fug}$  es:

$$I_{fug} = \frac{U_{ef\ r}}{R_{fug}}$$

Por lo tanto, el valor efectivo de la componente resistiva  $I_R$  de la corriente total es:

$$I_R = (I_{ef\ d} + I_{ef\ r}) + I_{fug} = \left( 1 + \frac{2R_a}{R_{fug}} \right) \cdot \frac{U_{ef\ r}}{2R_a}$$

Considerando que la resistencia  $R_{fuga}$ , representativa de la corriente de fuga a través del agua del electrolito, es unas 50 a 60 veces superior a la resistencia interna  $R_a$  inicial del electrolito, para estos efectos, la corriente de fuga se puede despreciar.

Como sabemos, la resistencia interna  $R_a$  es inversamente proporcional a la superficie activa total de las placas, de tal manera que la medición sistemática de este parámetro permite determinar, indirectamente, que tan deteriorada puede estar la superficie activa total de las placas. La aplicación de estas metodologías de medición permite evaluar el grado de envejecimiento de los acumuladores, deducido a partir del valor histórico de la resistencia interna  $R_a$  (o de la impedancia  $Z_a$ ).

En los casos en que hay dudas respecto del estado de un acumulador que ha estado en servicio durante largo tiempo, la correcta interpretación de estos resultados, eventualmente, podría evitar la necesidad de efectuar la prueba de capacidad clásica la que, como se ha explicado, es de larga duración, engorrosa, cara y, en la mayoría de los casos, peligrosa para la estabilidad de las instalaciones que se encuentran respaldadas por el sistema de corriente continua.

#### 4.9 Pérdidas, rendimiento y eficiencia energética

Las principales pérdidas de energía  $\Delta E_p$  que se producen en los acumuladores durante los procesos de descarga y recarga tienen su origen en las pérdidas Joule que se producen como consecuencia de las colisiones de los iones en movimiento al interior del electrolito y placas activas. En general, como sabemos, la potencia instantánea de las pérdidas  $\Delta P$  se pueden evaluar con cualesquiera de las siguientes expresiones:

$$\Delta P = I^2 R \quad ; \quad \Delta P = I \cdot \Delta U$$

En estas expresiones:

- $I$  : corriente que circula por la resistencia equivalente y
- $\Delta U$  : caída de tensión en la resistencia equivalente.

La energía perdida corresponde a la integral en el tiempo de la potencia instantánea:



$$\Delta E_p = \int_{t_1}^{t_2} \Delta P \cdot \partial t$$

Durante la descarga la potencia instantánea de las pérdidas es:

$$\Delta P_d = I_d^2 \cdot R_d \approx I_d^2 \frac{R_a}{\left(1 - \frac{q_d}{Q_e}\right)^2}$$

Análogamente, durante la recarga la potencia instantánea de las pérdidas es:

$$\Delta P_d = I_r^2 \cdot R_r \approx I_r^2 \frac{R_a}{\left(1 - \frac{q_r}{Q_e}\right)}$$

Secundariamente, es necesario también considerar las pérdidas que se producen como consecuencia de las corrientes de fuga naturales al interior del acumulador, representadas por la resistencia  $R_{fuga}$ . Si se considera, por ejemplo, una descarga a corriente constante, despreciando las pérdidas en la resistencia de fuga, tenemos que para  $I_d = ctte$

$$q_d = \int I_d \cdot \partial t = I_d \cdot t$$

Reemplazando este valor en la expresión para la potencia de las pérdidas, la energía perdida durante el proceso de descarga a corriente constante hasta el tiempo  $t$  es:

$$\Delta E_d = Q_e \cdot I_d^2 \cdot R_a \cdot \int_0^t \frac{\partial t}{(Q_e - I_d \cdot t)}$$

Integrando entre límites y ordenando:

$$\Delta E_d = Q_e \cdot I_d \cdot R_a \cdot \ln\left(\frac{Q_e}{Q_e - I_d \cdot t}\right)$$

Considerando ahora que la energía electroquímica total  $E_e$  que ha procesado el acumulador durante la descarga es la integral en el tiempo de la potencia instantánea, su valor es:

---

<sup>24</sup> Dado que el condensador virtual se carga y descarga a expensas de la propia energía electroquímica del acumulador, para los fines de este análisis consideramos que no hay o no existe el acumulador virtual.

$$E_e = \int_0^t P_e \cdot \partial t = \int_0^t U_e \cdot I_d \cdot \partial t$$

Por lo tanto, en primera aproximación, la energía electroquímica procesada es para  $U_e = ctte$

$$E_e \approx U_e \cdot \int I_d \cdot \partial t$$

En el caso particular que estamos analizando, en que hemos supuesto que la corriente a la descarga es constante, la energía total procesada es, simplemente:

$$E_e = U_e \cdot I_d \cdot t = U_e \cdot q_d$$

Por lo tanto, la energía útil  $E_u$  que el sistema ha entregado al circuito exterior es:

$$E_u = E_e - \Delta E_d$$

La eficiencia energética durante la descarga es, por definición:

$$\varepsilon = \frac{E_u}{E_e} = 1 - \frac{\Delta E_d}{E_e}$$

Reemplazando y simplificando, la eficiencia energética de una descarga, a corriente constante, queda determinada por la siguiente expresión:

$$\varepsilon = 1 - \frac{Q_e \cdot R_a}{U_e \cdot t} \cdot \ln \left( \frac{Q_e}{Q_e - I_d \cdot t} \right)$$

Para el acumulador Absolyte serie 100 A del ejemplo, citado en la sección 4.74.7.2, la eficiencia energética nominal a la descarga, calculada a partir de esta relación para  $Q_n = I_{d,n} \cdot t_n$  se muestra en la Tabla 4-16.

Tabla 4-16: eficiencia nominal a la descarga según normas

	Norma IEC	Norma USA
Capacidad electroquímica intrínseca $Q_e$ [Ah]	1.587	1.587
Capacidad nominal $C_n$ [Ah]	1.273	1.296
Tiempo de descarga nominal $t_n$ [h]	10	8
Corriente de descarga nominal $I_{d,n}$ [A]	127.3	162
Tensión electroquímica $U_e$ [V]	2,044	2,046
Eficiencia nominal a la descarga $\varepsilon$ [0/1]	0,97	0,97

Este mismo tipo de cálculo se puede aplicar al proceso de recarga. Para algunos regímenes de recarga típicos la eficiencia energética puede ser del orden de 0,88. Lo que significa que la eficiencia energética total (descarga y recarga) es del orden de 0,85.

## 4.10 Notas anexas

### 4.10.1 Variedades complejas del ácido sulfúrico

El ácido sulfúrico diluido en agua, además de ionizarse, forma con el agua moléculas complejas del tipo  $H_2(SO_4)_nH_2O$ , en que  $n = 1, 2 \text{ ó } 4$ . Cuando el electrolito se mantiene inmóvil durante largo tiempo, estas variedades estratifican en capas, según sus respectivas densidades. Por esta razón, cuando se desea medir la densidad del electrolito, se hace necesario agitarlo antes de tomar la muestra.

### 4.10.2 Tensión electroquímica del acumulador de plomo-ácido

La tensión electroquímica  $U_e$  característica del acumulador plomo-ácido es, en primera aproximación, constante. Cambia levemente cuando cambian la densidad  $d$   $\left[\frac{g}{l}\right]$  y temperatura  $T$   $[^\circ C]$  del electrolito, según la siguiente expresión empírica aproximada, graficada en la figura N° 3.

$$U_e(d, T) = U_{e_0} \left( 1 + \alpha(d^2 - d_0^2) + \beta(T^2 + T_0^2) \right)$$

En que:

$$U_{e_0} = 2,044 [V] \quad ; \quad d_0 = 1.200 \left[\frac{g}{l}\right] \quad ; \quad T_0 = 20 [^\circ C]$$

$$\alpha = 1,77251 \cdot 10^{-7} \left[ \frac{l^2}{g^2} \right] ; \quad \beta = 4,87484 \cdot 10^{-6} \left[ \frac{1}{^{\circ}C^2} \right]$$

Estos coeficientes, han sido calculados por regresión cuadrática a partir de los datos contenidos en el capítulo *Battery Characteristics* publicado por Edwards L. Lords en el *Standard Handbook for Electrical Engineers*, 9ª edición. Los valores para dos condiciones extremas típicas se muestra en la Tabla 4-17.

Tabla 4-17: valores para regresión cuadrática tensión versus temperatura y densidad

Condición 1	Condición 2
$d = 1.100 \left[ \frac{g}{l} \right]$	$d = 1.300 \left[ \frac{g}{l} \right]$
$T = 5 [^{\circ}C]$	$T = 35 [^{\circ}C]$
$U_e = 1,952 [V]$	$U_e = 2,148 [V]$

#### 4.10.3 Densímetro de flotación

El densímetro es un instrumento que flota en el electrolito. La parte inferior de su cuerpo es una ampolla que contiene granallas taradas que permiten que el instrumento flote en posición vertical. La parte superior es un delgado tubo cilíndrico graduado. Su línea de flotación sube o baja, según que la densidad del líquido sea menor o mayor. El hundimiento se puede calcular fácilmente a partir de las leyes del empuje, según la masa total del instrumento y el volumen del bulbo y parte del tubo sumergido en posición vertical, en función de la densidad del electrolito. Un esquema de este instrumento se puede apreciar en la Ilustración 4-27.

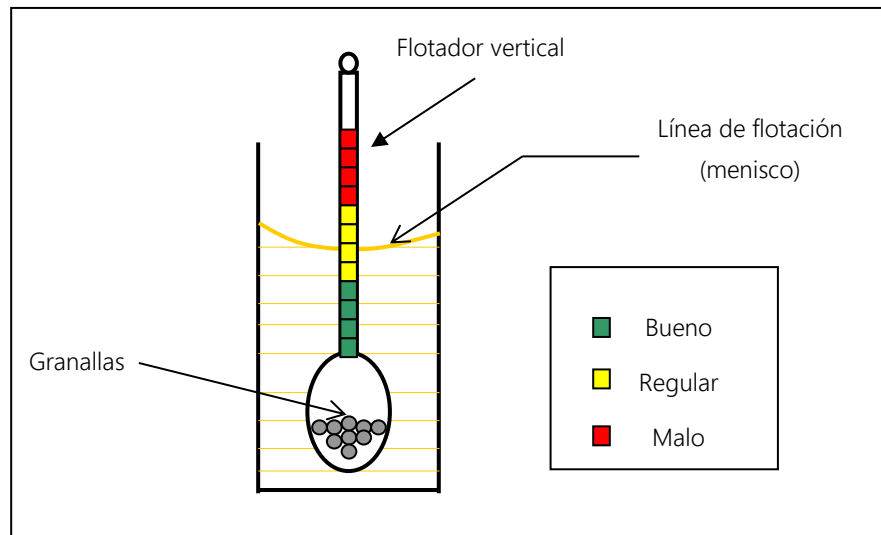


Ilustración 4-27: densímetro de flotación

## Capítulo 5

### Respuesta térmica de equipos electromecánicos

*Los equipos eléctricos están intrínsecamente relacionados con el calor y las pérdidas, por lo que se hace necesario describir en este capítulo el comportamiento de dichos equipos ante esta manifestación de energía distinta a la eléctrica*

#### 5.1 Las máquinas como procesadoras de energía

Las máquinas y equipos eléctricos son aparatos que procesan energía: absorben energía (eléctrica, mecánica, electromagnética, etc.), la transforman y la entregan para su aplicación, bajo otra forma de la energía. Un motor eléctrico, por ejemplo, absorbe energía eléctrica y entrega energía mecánica útil en su eje.

Como sabemos, no toda la energía consumida por las máquinas se transforma en energía procesada útil. Una parte se consume bajo la forma de calor, ruido, vibración elástica, radiación electromagnética, etc. Esta parte de la energía es la que comúnmente llamamos pérdidas, aunque en estricto rigor, no se trata de energía que se haya perdido si no que es energía que no se aprovecha para los fines útiles. La mayor parte de esta energía se transforma en calor y/o radiaciones hacia el exterior.

Sea  $E_E$  la energía total que ha absorbido o consumido una máquina en un tiempo  $t$ ,  $E_S$  la energía útil a la salida que ha entregado la máquina durante ese mismo tiempo y  $E_P$  la parte de la energía que no se procesó para los fines útiles, es decir, las pérdidas.

El principio de conservación de la energía nos permite plantear:

$$E_E = E_S + E_P$$

$$E_P = E_{el} + E_{ma} + E_{ro} + E_{vi} + \dots$$

$E_{el}$  : fracción de la energía perdida en los circuitos eléctricos;

$E_{ma}$  : fracción de la energía perdida en los circuitos magnéticos;

$E_{ro}$  : fracción de la energía perdida por efecto del roce mecánico y

$E_{vi}$  : fracción de la energía perdida por efecto de vibraciones y ruido.

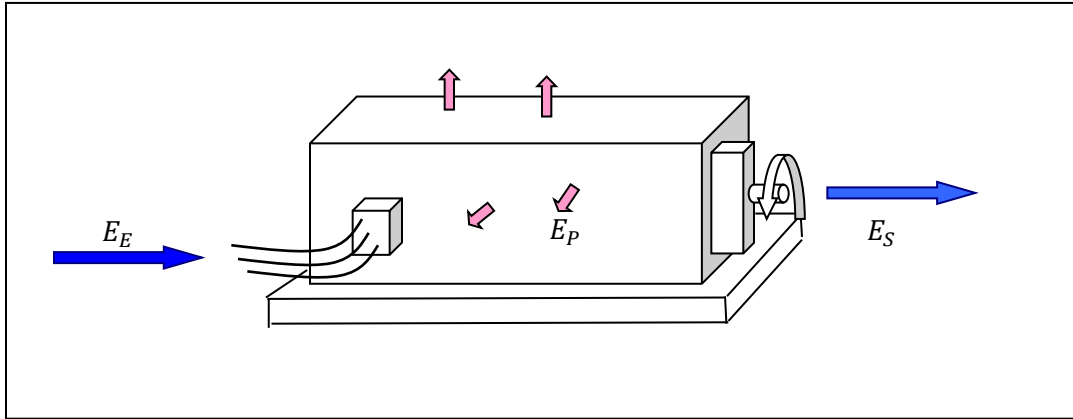


Ilustración 5-1: conservación de la energía en una máquina

Existen múltiples fórmulas teóricas y empíricas que permiten calcular cada uno de estos diferentes tipos de pérdidas a partir del conocimiento de las leyes que rigen su generación: la ley de Joule, la ley de Foucault, la histéresis magnética, el roce mecánico, entre muchas otras. Dado que durante la operación de los equipos siempre se generan una o varias combinaciones de estas pérdidas, la eficiencia energética total  $\varepsilon$  siempre será inferior a la unidad. Por definición la eficiencia energética es:

$$\varepsilon = \frac{\Gamma_S}{\Gamma_E} ; \Gamma_E - \Gamma_S = \Gamma_P > 0 ; \therefore \varepsilon < 1$$

Por regla general, la mayor parte de estas pérdidas se transforman en calor, el cual tiene dos destinos finales: una parte es absorbida por los materiales de la máquina aumentando su temperatura interna, mientras que el resto fluye por conducción hacia el exterior, disipándose.

## 5.2 Ecuación de equilibrio térmico

Sea  $\Delta t$  el tiempo de operación durante el cual se produce un incremento de la energía de las pérdidas  $\Delta E_P$ . Por definición, la potencia instantánea de las pérdidas será:

$$P_P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta E_P}{\Delta t}$$

$$\Delta E_P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} P_P \cdot \Delta t$$

Suponiendo que el total de las pérdidas se transforma en calor, es decir, si despreciamos las pérdidas por efecto de las emisiones de ruido, radiación electromagnética y otras formas de la energía que no llegan a ser útiles, podemos plantear:

$$\Delta E_p \approx \Delta E_{p_i} + \Delta E_{p_d}$$

En esta ecuación  $\Delta E_{p_i}$  corresponde a la fracción de la energía de las pérdidas que se consume en incrementar la energía interna del equipo, calentándolo, y  $\Delta E_{p_d}$  corresponde a la fracción de la energía de las pérdidas que fluye hacia el exterior, disipándose o disolviéndose en el medio circundante bajo la forma de calor. Ambos incrementos de energía se pueden evaluar según leyes conocidas de la termodinámica. En efecto, el incremento de la energía interna queda determinado por el calor específico y la masa del equipo, según la siguiente expresión:

$$\Delta E_{p_i} = c \cdot M \cdot \Delta T$$

En que:

- $c$  : calor específico del cuerpo en estudio;
- $M$  : masa del cuerpo y
- $\Delta T$  : incremento de la temperatura interna del cuerpo.

Análogamente, el incremento de la energía disipada que fluye hacia el exterior durante el incremento de tiempo  $\Delta t$  queda determinado por la gradiente térmica existente entre el interior y el exterior y la conductividad del material de la carcasa o cubierta aisladora a través de la cual debe fluir o traspasar el calor, según la siguiente expresión:

$$\Delta E_{p_d} = k \cdot \frac{D}{d} \cdot (T - T_e) \cdot \Delta t$$

En esta expresión:

- $k$  : coeficiente de conductividad térmica del material de la carcasa;
- $D$  : superficie exterior de la carcasa (superficie de disipación);
- $d$  : espesor de la carcasa o aislamiento y
- $(T - T_e)$  : gradiente térmica entre ambas caras de la carcasa.



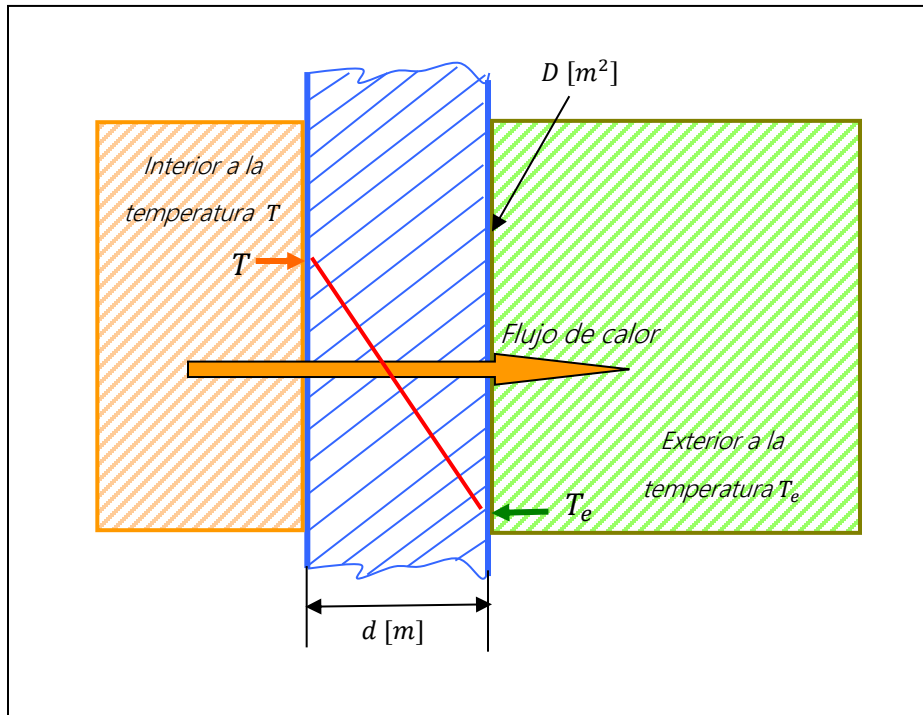


Ilustración 5-2: conducción de temperatura hacia el exterior de la máquina

Reemplazando se obtiene la ecuación diferencial general que describe el equilibrio térmico del sistema:

$$\Delta E_P = \Delta E_{P_i} + \Delta E_{P_d}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} P_P \cdot \Delta t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( c \cdot M \cdot \Delta T + k \cdot \frac{D}{d} \cdot (T - T_e) \cdot \Delta t \right)$$

$$\int_0^t \partial t = c \cdot M \int_{T_0}^T \frac{\partial T}{P_P - k \cdot \frac{D}{d} (T - T_e)}$$

Si consideramos que en régimen permanente las pérdidas  $P_P$  son constantes, es posible integrar la ecuación entre la temperatura inicial  $T_0$  y la temperatura  $T$  en el tiempo  $t$ . Despejando, se obtiene la respuesta térmica característica según la siguiente ecuación para la temperatura interior de la máquina:

$$T = T_f - (T_f - T_0) \cdot e^{-t/\tau_T}$$

En esta ecuación las constantes de integración, corresponden a los siguientes parámetros característicos:

$T_f$  : temperatura final de equilibrio.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} T_f = T_e + \frac{P_p}{k \cdot \frac{D}{d}}$$

En que:

$$T_f = T_e + \Delta T_f \quad ; \quad \Delta T_f = \frac{P_p}{k \cdot \frac{D}{d}} \quad ; \quad \tau_T = \frac{c \cdot M}{k \cdot \frac{D}{d}}$$

Del análisis de esta ecuación es posible deducir las siguientes características generales respecto de la respuesta térmica de cualquier equipo expuesto al efecto del calor generado por las pérdidas en su interior.

### 5.2.1 Resistencia térmica

Luego de transcurrido un tiempo suficientemente largo, es decir, cuando se hayan estabilizado las temperaturas del sistema, si la potencia de las pérdidas permanece constante en el tiempo, la temperatura interna tiende a una temperatura final de equilibrio  $T_f$ . Esta temperatura queda determinada por la temperatura exterior  $T_e$  y por el aumento de temperatura  $\Delta T_f$  indicado, el cual es proporcional a la potencia de las pérdidas  $P_p$  e inverso de las propiedades conductoras del calor de la carcasa:

$$\Delta T_f = (T_f - T_e) = \frac{P_p}{k \cdot \frac{D}{d}}$$

El incremento de la temperatura interior, por sobre la temperatura exterior, se conoce también como ventana térmica o gradiente térmica.

Las propiedades conductoras de la carcasa quedan representadas por la conductancia térmica  $\lambda_T$  o por la resistencia térmica  $R_T$  de la carcasa, Están dados por:

$$\lambda_T = k \cdot \frac{D}{d} \quad ; \quad R_T = \frac{1}{\lambda_T} = \frac{1}{k} \cdot \frac{d}{D}$$

Aplicando esta última definición se obtiene la siguiente expresión simplificada para la gradiente térmica de una máquina:

$$\Delta T_f = T_f - T_e = \frac{P_p}{\lambda_T} \quad ; \quad \Delta T_f = P_p \cdot R_T$$

Esta expresión es análoga a la Ley de Kirchhoff. En efecto, la gradiente o diferencia de potencial corresponde, en este caso, a la gradiente térmica o diferencia de temperatura que existe a ambos lados de la carcasa. Igualmente, la intensidad de la corriente o flujo corresponde a la potencia de las pérdidas que fluye a través del cuerpo de la carcasa, impulsada por la gradiente térmica. La resistencia térmica  $R_T$  corresponde a la resistencia que el material de la carcasa disipadora opone al paso del calor.

En la hoja "Propiedades" del archivo asociado al Capítulo 5 en la página web del libro, se puede encontrar una tabla con información de algunos materiales y elementos químicos, tales como peso atómico, densidad, resistencia eléctrica, conductividad térmica y calor específico.

### 5.2.2 Constante de tiempo térmica

Al igual que en los circuitos eléctricos del tipo RC, la constante de tiempo térmica  $\tau$  del sistema térmico es igual al producto de la resistencia térmica  $R_T$  por la capacidad calórica  $C_T$ . En este caso:

$$\tau_T = R_T \cdot (c \cdot M) = R_T \cdot C_T$$

En esta expresión  $C_T$  es la capacidad calórica del equipo y  $c$ , el calor específico del sistema.

### 5.2.3 Ventana térmica

Al inicio de la operación, cuando el equipo se encuentra frío, a la temperatura inicial ( $T_0 \approx T_e$ ), toda la potencia de las pérdidas se consume calentando el equipo. Luego, durante el proceso de estabilización, una parte de la potencia de las pérdidas se consumirá calentando el equipo, mientras que el resto se disipará a expensas de la gradiente térmica que se va creando entre la temperatura interior y la exterior. Cuando se ha completado el proceso de estabilización, toda la potencia de las pérdidas se disipará a través de la carcasa, impulsada por la gradiente térmica máxima que se ha creado: la ventana térmica  $\Delta T_f$ .

A partir de este momento no sigue aumentando la temperatura interna. Esta distribución variable en el tiempo de cada una de las dos componentes en que se divide la potencia de las pérdidas, se puede analizar aplicando la ecuación característica a cada una de ellas.

La componente  $P_{Pi}$  correspondiente a la fracción de la potencia de las pérdidas que se acumula como energía interna, está dada por:

$$P_{Pi} = \frac{\partial E_{Pi}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (C_T \cdot (T - T_0))$$

Reemplazando  $T$  y derivando se obtiene:

$$P_{Pi} = C_T \cdot (T_f - T_0) \cdot \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$$

Al iniciarse el proceso, para  $t = 0$ , toda la potencia de las pérdidas se consume calentado el equipo. En efecto, reemplazando y despejando:

$$P_{Pi} = \frac{T_f - T_0}{T_f - T_e} \cdot P_P$$

Para  $T_0 \approx T_e$ , entonces:

$$P_{Pi} = P_P \rightarrow P_{Pd} = 0$$

Análogamente, la componente  $P_{Pd}$  correspondiente a la fracción de la potencia de las pérdidas que se disipa, está dada por:

$$P_{Pd} = \frac{\partial E_{Pd}}{\partial t} = \frac{T - T_e}{R_T}$$

Reemplazando  $T$  se obtiene:

$$P_{Pd} = \frac{1}{R_T} \left( (T_f - T_e) - (T_f - T_0) e^{-t/\tau} \right)$$

Como se ve, al término del proceso, cuando  $t \rightarrow \infty$ :

$$P_{Pd} = \frac{T_f - T_e}{R_T} = P_P$$

Por lo tanto  $P_{p_i} = 0$ .

#### 5.2.4 Temperatura final de equilibrio

Finalmente, también podemos ver que cualquiera que sea la temperatura inicial  $T_0$ , la temperatura final de equilibrio  $T_f$  solo es función de la temperatura exterior (o ambiente)  $T_e$ , de la potencia de las pérdidas  $P_p$  y de la conductancia o resistencia térmica  $R_T$  de la carcasa. Es decir, la temperatura final de equilibrio es independiente de la temperatura inicial: la temperatura interior tiende, según una asíntota, a la temperatura final  $T_f$ .

En algunos casos puede ocurrir que el equipo esté a una temperatura inicial superior a la final ( $T_{03} > T_f > T_e$ ). En estos casos, aun cuando en su interior se generen pérdidas, el equipo se enfriará hasta estabilizarse a la temperatura final de equilibrio  $T_f$ .

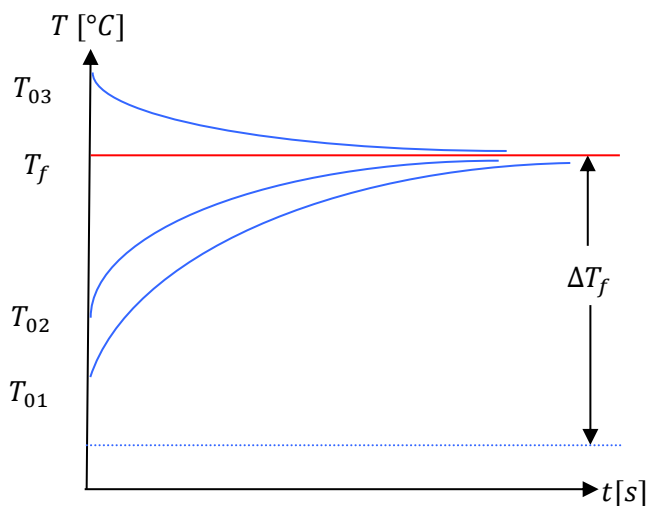


Ilustración 5-3: comportamiento de la temperatura de una máquina en función del tiempo

### 5.3 Disipadores de calor

Una de las aplicaciones más útiles que se deduce de este análisis tiene relación con la capacidad disipadora de calor que debe tener la envoltura exterior, la carcasa o los disipadores de calor, que permitan mantener la temperatura interior lo más baja posible.

Una vez estabilizadas las temperaturas toda la energía de las pérdidas debe disiparse a través de la carcasa o del disipador de calor. En estas condiciones, revisando las expresiones desarrolladas en el párrafo precedente tenemos que para:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta T_f = T_f - T_e = \frac{P_p}{\lambda_T} = R_T \cdot P_p = \frac{1}{k} \cdot \frac{d}{D} \cdot P_p$$

Vemos entonces que, mientras más alta sea la conductividad térmica  $k$  del material de la carcasa (o disipador de calor), menor será el aumento de temperatura interior  $\Delta T_f$ . Igualmente, mientras mayor sea la superficie de disipación  $D$  y más delgado sea el espesor  $d$  de la carcasa, compatible con la resistencia mecánica requerida, menor será el aumento de temperatura.

Desde el punto de vista comercial, los disipadores de calor normalmente se especifican por su resistencia térmica  $R_T$ , es decir, por su capacidad de disipar calor, expresada en grados centígrados de elevación de la temperatura (gradiente térmica) por unidad de potencia disipada. Sin embargo, algunos fabricantes prefieren especificar los disipadores de calor que comercializan por su conductancia térmica:

$$\lambda_T = \left( k \cdot \frac{D}{d} \right) = \frac{P_p}{\Delta T_f} \left[ \frac{W}{^\circ C} \right]$$

Desde el punto de vista del material del cual está hecho un disipador de calor, es posible evaluar su capacidad de conducción del calor, considerando la siguiente expresión para la conductividad térmica  $k$

$$k = \frac{P_p}{\Delta T_f} \cdot \frac{d}{D} \left[ \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \right]$$

Una vez definidos todos los parámetros independientes que determinan las condiciones que deberá cumplir un disipador de calor (potencia de las pérdidas a disipar, incremento de temperatura máxima admisible, calidad y espesor de material del cual estará hecho, etc.), es posible determinar la superficie de disipación mínima que deberá tener el disipador:

$$D \geq \frac{P_p}{\Delta T_f} \cdot \frac{d}{k} [m^2]$$

La mayoría de los disipadores de calor que se ofrecen comercialmente se especifican en grados centígrados por vatio disipado y por unidad de longitud del disipador:

$$\frac{\lambda_T}{l} = \frac{P_P}{\Delta T_f} \cdot \frac{1}{l} \left[ \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \right]$$

Estos disipadores generalmente tienen simetría axial y se venden por metro o por milímetro de longitud. Su superficie de disipación está compuesta por una gran cantidad de aletas radiantes de aluminio fundidas formando un solo cuerpo a ambos lados de la placa en donde se fijan los elementos activos (diodos, transistores, tiristores, etc.).

Una vez determinado el tipo o modelo de disipador escogido, en función de la potencia de las pérdidas y tamaño físico de los elementos activos que se instalarán en ellos, espacio físico disponible, etc., el largo del disipador se ajusta según el incremento de temperatura máxima admisible.

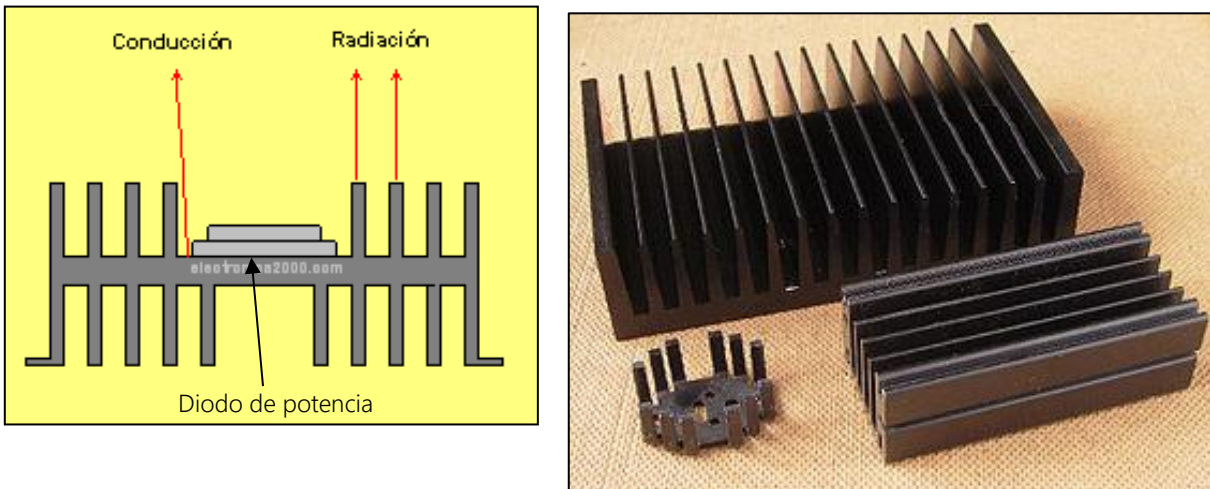


Ilustración 5-4: disipadores de calor, funcionamiento (izq) y disipadores reales (der)

Analicemos, por ejemplo, el caso de un diodo de potencia, cuya corriente nominal  $I_n = 200 [A]$  y cuya temperatura máxima debe ser inferior o a lo sumo igual a  $80 [^\circ C]$ . Como sabemos, la caída de tensión típica en este tipo de diodos es, aproximadamente, constante e igual a  $0,7 [V]$ . Por lo tanto, la potencia nominal de las pérdidas es:

$$P_P = I_n \cdot \Delta U_D = 200[A] \cdot 0,7[V] = 140 [W]$$

Si se considera una temperatura ambiente de  $40 [^\circ C]$ , el disipador debe tener una conductancia térmica de, por lo menos,  $3,5 \left[ \frac{W}{^\circ C} \right]$

$$\lambda_T = \frac{P_p}{T_f - T_a} = \frac{140[W]}{(80 - 40)[^\circ C]} = 3,5 \left[ \frac{W}{^\circ C} \right]$$

Este valor corresponde a una resistencia térmica de  $0,28 \left[ \frac{^\circ C}{W} \right]$ :

$$R_T = \frac{T_f - T_a}{P_p} = \frac{(80 - 40)[^\circ C]}{140[W]} = 0,28 \left[ \frac{^\circ C}{W} \right]$$

El disipador comercial de la Ilustración 5-5, especificado para una corriente comprendida entre 34 [A] y 1.000 [A] tiene las características técnicas indicadas en la Tabla 5-1 según la longitud considerada. Para la resistencia térmica máxima necesaria de  $0,28 \left[ \frac{^\circ C}{W} \right]$ , el disipador debería cortarse de manera que su longitud resulte por lo menos de 650 [mm].

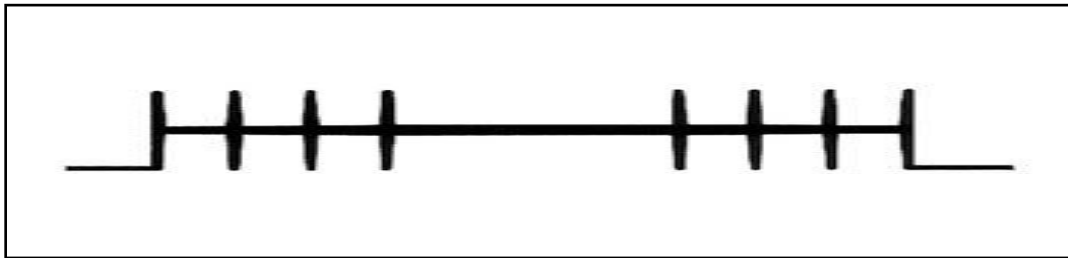


Ilustración 5-5: disipador comercial para diodos y tiristores

Tabla 5-1: características técnicas del disipador de la Ilustración 5-5

Resistencia térmica	Longitud	Corriente
1 mecanizado TO-3 $R_T = 4,5 \left[ \frac{^\circ C}{W} \right]$	40 [mm]	34/4/ [A]
Sin mecanizado $R_T = 0,18 \left[ \frac{^\circ C}{W} \right]$	1000 [mm]	34/1000 [A]

#### 5.4 Características nominales o de placa

La necesidad de normalizar las características técnicas vinculadas a la fabricación y comercialización de equipos de potencia ha llevado a la definición de algunos conceptos que permiten descripciones de sus características sobre bases más claras, uniformes y precisas. En efecto, si se desea comparar motores similares o si se desea saber qué es capaz de hacer un determinado equipo electromecánico, resulta imprescindible saber cómo o bajo qué



circunstancias se ha definido su potencia, su tensión, su temperatura de operación, su velocidad, etc.

Con este objeto se ha definido el concepto de características nominales de un equipo a un conjunto de parámetros de diseño los cuales, según las reglamentaciones existentes, deben estar claramente especificadas en forma indeleble en una placa adosada a sus paredes exteriores. De allí que las características nominales también se conozcan como características de placa.

Algunos de estos conceptos son generales y, por lo tanto, aplicables a todos los equipos de potencia otros, en cambio, son propios o característicos de cada tipo de equipo en particular. Entre las definiciones generales está la potencia nominal  $P_n$ , la temperatura final nominal o de operación normal  $T_{fn}$ , la temperatura ambiente nominal  $T_{an}$ , la presión atmosférica, etc. La razón de transformación, en cambio, es un parámetro propio de transformadores, la velocidad de rotación es un parámetro propio de motores y generadores, la tensión en bornes a la salida es un parámetro propio de generadores, baterías, rectificadores, inversores, etc.

Este conjunto de parámetros nominales son los que, en definitiva, se toman como base para el diseño, pruebas y caracterización comercial de cualquier equipo. Al respecto, cabe señalar que, en la práctica, es decir, cuando los equipos se aplican a la producción, no necesariamente las condiciones reales de operación serán las nominales. Por el contrario, en general, la mayoría o todos los parámetros serán diferentes. Así, por ejemplo, si el equipo se diseñó considerando una temperatura ambiente de 20 [°C], en la práctica es posible que la temperatura ambiente real sea mayor o menor a 20 [°C]. Igualmente, si se calculó para que sea capaz de entregar 100 [kW] (útiles a la salida) en la práctica es posible que entregue potencias mayores o menores a ésta.

#### 5.4.1 Temperatura ambiente nominal $T_{a_n}$

Se entiende por temperatura ambiente nominal  $T_{a_n}$  a la temperatura de diseño escogida para el medio exterior en el cual está inmerso el equipo, medio en el cual se diluirá la energía de las pérdidas.

No debemos confundir la temperatura ambiente  $T_a$  con la temperatura exterior  $T_e$  que hemos utilizado y definido para los cálculos de disipación. La primera se refiere a la temperatura del medio o, simplemente, la temperatura del aire ambiente si se trata de un transformador que opera a la intemperie. La segunda, en cambio, se refiere a la temperatura que es posible medir aplicando un termómetro directamente a la superficie exterior de la carcasa o disipador de calor. Obviamente, entre ambas temperaturas debe existir un gradiente térmico  $\Delta T_{ea}$  que permita extraer y conducir el calor desde la superficie exterior de la carcasa hacia el medio ambiente refrigerante. Debemos distinguir, además, entre la temperatura ambiente real  $T_a$  y la nominal  $T_{a_n}$ , es decir, entre la temperatura que realmente existe en el ambiente y la que se ha tomado como base de diseño del equipo.

Las normas existentes acostumbran a fijar este parámetro de diseño en múltiplos de 5 [°C]. Para regiones de clima frío se escoge 15 [°C] o 20 [°C], para regiones de clima mediterráneo 25 [°C], para regiones algo más cálidas 30 [°C], etc.

Las normas norteamericanas (USA) utilizan frecuentemente 77 [°F] como temperatura ambiente de referencia (correspondiente a 25 [°C]). Las normas europeas, en cambio, generalmente utilizan 20 [°C] para la temperatura ambiente nominal.

#### 5.4.2 Temperatura exterior nominal $T_{e_n}$

Se entiende por temperatura exterior nominal  $T_{e_n}$  a la temperatura de diseño escogida para la temperatura a la cual finalmente se estabilizará la superficie exterior de la carcasa o disipador de calor. Su valor se define en múltiplos de 5 [°C] por encima de la temperatura ambiente nominal: 30 [°C], 35 [°C], 40 [°C], 45 [°C], 50 [°C], 55 [°C], 60 [°C], etc.

Al definir o fijar el valor de esta temperatura, el diseñador está estableciendo también el gradiente térmico exterior nominal y, por lo tanto, la capacidad del sistema compuesto por

la superficie exterior del disipador y el medio circundante para diluir las pérdidas en el ambiente.

$$\Delta T_{eq_n} = T_{e_n} - T_{a_n}$$

Al respecto, es interesante destacar que en todos aquellos equipos que están expuestos a la manipulación humana, esta temperatura debe limitarse a valores no superiores a 45 [°C] o 50 [°C], ya que la piel no es capaz de soportar contactos de mayor temperatura.

#### 5.4.3 Temperatura final nominal $T_{f_n}$

Se entiende por temperatura final nominal  $T_{f_n}$  a la temperatura de diseño a la cual finalmente se estabiliza la temperatura interior de los equipos cuando operan en condiciones nominales. Se trata, por lo tanto, de una temperatura diseñada para las condiciones normales de operación, perfectamente admisible, aceptable y garantizada, a la cual el equipo operará normalmente, si todos los demás parámetros y variables también son los nominales. Por esta razón, también se le conoce también como temperatura normal de operación.

Al igual que en el caso de la temperatura ambiente nominal, se trata de un parámetro de diseño y no de la temperatura real a la cual operará el equipo. Para los cálculos de diseño, los proyectistas escogen su valor en múltiplos de 15 [°C], por ejemplo: 60 [°C], 75 [°C], 90 [°C], 105 [°C], 120 [°C], etc.

Según las condiciones reales de operación (potencia, temperatura ambiente, tensión y frecuencia de la red, velocidad, etc.), la temperatura interior final real de estabilización  $T_f$  puede alcanzar cualquier valor, mayor o menor que la nominal. Por esta razón, los materiales aisladores deben ser capaces de soportar estas temperaturas sin dañarse. Según el tipo y calidad de los materiales aisladores, esta temperatura permite definir lo que comúnmente se conoce como clase de aislamiento: clase 60 [°C], clase 75 [°C], clase 90 [°C], clase 105 [°C], clase 120 [°C], etc.

Cuando, a fines del siglo XIX, se empezaron a construir máquinas eléctricas, los únicos materiales aisladores disponibles eran exclusivamente productos de origen orgánico natural:

papel, algodón, brea, madera, entre otros. Como sabemos, este tipo de materiales se descomponen a temperaturas relativamente bajas, del orden de los 75 [°C], de tal manera que los diseñadores se vieron obligados a definir la temperatura normal de operación en niveles claramente inferiores, por ejemplo 60 [°C]. De allí que a este tipo de materiales se les clasifica como materiales de la clase 60 [°C].

Actualmente, gracias a la introducción de la química orgánica artificial, que ha dado origen al desarrollo de múltiples variedades de plásticos y otros materiales con muy buenas propiedades aisladoras, tanto líquidos como sólidos, es común encontrar equipos contruidos con materiales de clase 120 [°C], lo que, en la práctica, significa que algunos de estos nuevos materiales pueden soportar fácilmente temperaturas superiores a ésta, sin descomponerse ni dañarse.

#### 5.4.4 Potencia nominal $P_n$

Se entiende por potencia nominal  $P_n$  a la potencia, medida por el lado de salida útil, que el equipo es capaz de suministrar durante un tiempo indefinidamente largo, sin que su temperatura interior rebase la temperatura final nominal  $T_{fn}$ , con el equipo operando en un medio que se encuentra a la temperatura ambiente nominal  $T_{an}$ . Se agrega a esta definición, que todos los demás parámetros de operación deben, también, estar en su nivel nominal: presión, tensión, frecuencia, velocidad, etc.

Es importante destacar que, en esta definición, no se hace mención a la potencia que consume el equipo. Esta definición permite evaluar lo que el equipo es capaz de hacer y no lo que consume o demanda del sistema de alimentación. Esto es, precisamente, lo que permite comparar las características técnicas de equipos de una misma potencia nominal  $P_n$ . En efecto, es posible que un equipo, de una determinada potencia nominal, consuma menos potencia que otro de la misma potencia nominal, característica que, a igualdad de precios, naturalmente inclinará la decisión comercial en favor del que consume menos, es decir, hacia el de mejor rendimiento.

También es posible que dos equipos hayan sido especificados para la misma potencia nominal y que, además, consuman lo mismo, es decir, que tengan el mismo nivel de pérdidas. Sin embargo, si el primero de ellos ha sido diseñado para trabajar a una temperatura ambiente nominal mayor que el segundo, este equipo, trabajando en un ambiente de menor temperatura, dada la mayor gradiente térmica disponible respecto de la gradiente de diseño, sería capaz de procesar mayores niveles de pérdidas y, consecuentemente, podría entregar más potencia útil, sin que su temperatura final de estabilización  $T_f$  rebase la final nominal  $T_{f_n}$ .

En suma, un equipo puede entregar más potencia útil que la nominal de diseño si se le hace trabajar en un ambiente más frío que el de diseño. Por el contrario, si ha sido diseñado para trabajar en una región fría, no será capaz de entregar toda su potencia nominal si se le hace operar en una región más cálida.

Se ve entonces que, desde el punto de vista comercial, uno de los parámetros más importantes para definir el precio de los equipos es, precisamente, la potencia nominal  $P_n$ . Resulta, por lo tanto, imprescindible que ambas partes utilicen el mismo lenguaje y definiciones técnicas para referirse al objeto que se está negociando, como por ejemplo la norma ISO internacional métrica o, en su defecto, las normas ASA, que se utilizan en el ámbito comercial de EEUU.

#### 5.4.5 Potencia de las pérdidas nominales $P_{P_n}$

Se entiende por potencia de las pérdidas nominales  $P_{P_n}$  a la potencia de las pérdidas totales que se generan al interior de un equipo cuando todos los demás parámetros de operación son los nominales: tensión y frecuencia de alimentación, potencia de salida, velocidad, temperatura ambiente, presión atmosférica, etc.

Al respecto, es necesario tener presente que, en muchos casos, la potencia de las pérdidas puede aumentar o disminuir si alguno de los parámetros cambia, aun cuando la potencia de salida útil permanezca en su valor nominal. Igualmente, aun cuando la potencia

de las pérdidas no cambie, es posible que cambie la temperatura interna si cambia la temperatura exterior o las condiciones de disipación.

Como se demostró, cuando la máquina ha alcanzado el equilibrio térmico, la temperatura final está determinada sólo por la potencia de las pérdidas  $P_P$  y por la temperatura exterior, según la siguiente expresión:

$$T_f = T_e + P_P \cdot R_T$$

Por lo tanto, la potencia nominal de las pérdidas  $P_{P_n}$  queda dada por:

$$P_{P_n} = \frac{T_{f_n} - T_{e_n}}{R_T}$$

Vemos entonces que, si la máquina trabaja en condiciones de temperatura ambiente distintas de las nominales, se puede establecer la siguiente proporción entre las pérdidas y las respectivas temperaturas:

$$\frac{T_{f_n} - T_{e_n}}{P_{P_n}} = \frac{T_f - T_e}{P_P} = \frac{1}{\lambda_T} = R_T = \text{ctte}$$

Esta relación permite predecir, a partir de los parámetros nominales conocidos, el comportamiento de la máquina operando en condiciones de temperatura diferentes a las nominales.

Analicemos el caso de una motobomba de impulsión diseñada para trabajar en el norte de Europa, para una temperatura ambiente nominal definida en 20 [°C] y para una temperatura final nominal (de operación normal) de 75 [°C]. Este equipo no será capaz de entregar la misma potencia útil al eje si se le hace trabajar en un país cálido en donde la temperatura ambiente puede alcanzar fácilmente los 40 [°C]. En efecto, despejando la potencia de las pérdidas se obtiene:

$$P_P = \frac{T_f - T_e}{T_{f_n} - T_{e_n}} \cdot P_{P_n}$$

Para las temperaturas indicadas, la potencia de las pérdidas máxima posible resulta:

$$P_p = \frac{75 - 40}{75 - 20} \cdot P_{P_n} = 0,636 P_{P_n}$$

Ahora bien, si se conoce la relación que existe entre las pérdidas y la potencia de salida, es posible determinar la potencia útil real que se podría obtener de la bomba. Si aceptamos, por ejemplo, que la potencia de las pérdidas  $P_p$  es función del cuadrado de la potencia útil  $P$ , es posible plantear:

$$P_p \approx K \cdot P^2$$

$$P \approx \sqrt{\frac{P_p}{K}} \cdot P_n$$

En el caso del ejemplo planteado, esta relación nos indica que la potencia real  $P$  que se podría obtener de la bomba trabajando en un clima cálido sería un 20 % inferior a la nominal:

$$P \approx \sqrt{0,636} \cdot P_n = 0,8 P_n$$

#### 5.4.6 Rendimiento nominal $\rho_n$

Se entiende por rendimiento nominal  $\rho_n$  a la relación entre la potencia nominal  $P_n$  y la potencia a la entrada que demanda el equipo  $P_E$ , operando en condiciones nominales:

$$\rho_n = \frac{P_n}{P_E}$$

La potencia nominal de las pérdidas  $P_{P_n}$  es, por lo tanto:

$$P_{P_n} = P_E - P_n = \left( \frac{1}{\rho_n} - 1 \right) P_n$$

#### 5.4.7 Otros parámetros nominales

Todas las variables físicas que intervienen en la operación de un equipo deben definirse como parámetros de diseño de acuerdo a un criterio nominal. Con el objeto de dimensionar adecuadamente las partes y órganos, el diseñador debe suponer que el equipo operará bajo ciertas condiciones normalizadas, lo que, entre otros aspectos, le permite prever los límites o fronteras dentro de los cuales operará en la realidad, así como el valor final

esperado de los parámetros comerciales exigidos. Las magnitudes más relevantes que debe definir previamente el diseñador son, entre otras, las siguientes:

- potencia nominal  $P_n$ ;
- potencia nominal de las pérdidas  $P_{P_n}$ ;
- tensión nominal  $U_n$ ;
- corriente nominal  $I_n$ ;
- frecuencia nominal  $f_n$ ;
- velocidad de rotación nominal  $\omega_n$ ;
- temperatura ambiente nominal  $T_{a_n}$ ;
- presión atmosférica nominal;
- factor de potencia nominal  $\cos(\phi)_n$  y
- rendimiento nominal  $\rho_n$ .

Estas definiciones son de la más alta importancia económica y comercial, especialmente, cuando se trata evaluar y comparar ofertas de diferente procedencia.

En efecto, las diversas interpretaciones que se le pueden dar a los valores de los parámetros físicos declarados en las especificaciones técnicas y contratos de compra-venta, pueden dar origen a conflictos de tipo técnico/comercial, según lo que cada una de las partes entienda por potencia nominal, rendimiento, capacidad, etc.

En los mercados internacionales existen actualmente dos tipos o grupos de normas referidas a estos temas: las norteamericanas (normas ANS) y las europeas internacionales ISO (normas EURO). De allí que, respecto de estos temas, es necesario tener presente que cada vez que las empresas e instituciones compran o venden equipos de gran potencia y costo, deben acordar, previamente, la norma y/o especificación normalizada a la cual se refieren las características técnico-comerciales de los equipos.

Por esta misma razón es muy común que, en los grandes proyectos de inversión, los compradores o mandantes incorporan a las condiciones comerciales la necesidad de hacer



pruebas en fábrica y pruebas de puesta en servicio en terreno que permitan certificar que los equipos cumplen efectivamente las especificaciones técnicas acordadas comercialmente.

También es muy común que se establecen multas o premios según que el rendimiento o la potencia nominal medidos experimentalmente, sean inferiores o superiores a los especificados. Igualmente es muy común que, además de las respectivas garantías, se establezcan mecanismos de rechazo cuando los equipos no cumplen con los niveles mínimos aceptables definidos en las especificaciones.

La realización de este tipo de controles plantea, tanto para el proveedor como para el consumidor, la necesidad de recurrir a organismos técnicos consultores independientes que se especializan en este tipo de pruebas y controles, conocidos en nuestro país como Inspección Técnica de Obra (ITO). Estos organismos técnicos consultores cumplen también funciones parecidas a la de los jueces o árbitros entre las partes en litigio, actividades que representan un interesante campo profesional para ingenieros especialistas calificados.

## 5.5 Temperatura media interior, máxima, crítica y otras

### 5.5.1 Temperatura media interior $T$

El modelo desarrollado en 5.2 ha considerado que la temperatura interna  $T$  del equipo es homogénea y uniforme en toda su masa. El modelo simplifica el análisis postulando que el interior de masa  $M$  está hecho de un solo tipo de material de calor específico  $c$ . No obstante, como sabemos, los equipos electromecánicos están contruidos de diversos materiales de características físicas diferentes, principalmente diversas variedades de hierro, cobre, aluminio, materiales orgánicos aisladores, entre otros, cada uno con su propia masa  $M_j$ , su respectivo calor específico  $c_j$  y conductividad térmica  $k_j$ .

También es necesario considerar, separadamente, las partes y órganos activos, en los cuales se genera el calor de las pérdidas (bobinas, circuitos magnéticos, etc.), de las partes y órganos pasivos, en los cuales no se genera calor, los que, además de servir como aislador eléctrico y/o estructura soportante (papel aislante de bobinas, aceite de transformadores, carcasa soportante, etc.) permiten y facilitan la conducción del calor hacia el exterior.

Para que el calor generado en los órganos activos pueda fluir, necesariamente deben establecerse gradientes térmicos  $\Delta T_j$  entre cada una de las masas interiores y sus superficies exteriores. Por lo tanto, el calor total acumulado al interior de una máquina está dado por la suma del calor almacenado en cada uno de sus órganos, según la siguiente expresión general:

$$Q_{tot} = \sum_j Q_j = \sum_j M_j \cdot c_j \cdot \Delta T_j = \sum_j C_j \cdot \Delta T_j$$

En esta expresión,  $C_j$  es la capacidad calórica de cada elemento de masa  $M_j$ .

$$C_j = M_j \cdot c_j$$

A partir de esta expresión es posible imaginar un modelo simplificado en que el calor total  $Q_{tot}$ , almacenado en la masa total  $M_{tot}$ , se pueda calcular a partir de una capacidad calórica total equivalente  $C_T$  y una gradiente térmica media equivalente  $\Delta T_{med}$ , según la siguiente expresión:

$$\Delta T_{med} = T - T_e \quad ; \quad C_T = M_{tot} \cdot c_{med}$$

$$Q_{tot} = M \cdot c_{med} \cdot (T - T_e) = C_T \cdot (T - T_e)$$

Por lo tanto, la capacidad calórica total equivalente está dada por:

$$C_T = \frac{\sum_j C_j \cdot \Delta T_j}{T_e - T}$$

La determinación de este parámetro permite calcular el calor específico medio equivalente  $c_{med}$  y la respectiva constante de tiempo térmica  $\tau_T$  del equipo:

$$c_{med} = \frac{\sum_j M_j \cdot c_j}{\sum_j M_j} = \frac{C_T}{M_{tot}}$$

$$\tau_T = \frac{C_T}{k \cdot \frac{D}{\bar{a}}} = C_T \cdot R_T$$

El calor específico medio equivalente, así calculado y aplicado a la ecuación característica, dará como resultado una temperatura  $T$ , representativa de las condiciones medias generales al interior del equipo:

$$T = T_e + \frac{Q_{tot}}{C_{tot}}$$

Esta temperatura tiene carácter virtual o teórico, es decir, se puede calcular y evaluar con diferentes modelos matemáticos más o menos exactos. Sin embargo, no corresponde realmente a la temperatura de ningún punto u órgano específico.

Al interior de los equipos existen una serie de órganos activos y pasivos, con sus respectivas superficies de disipación, masa, geometría y características térmicas. A través de estas superficies debe fluir el calor, desde las masas de mayor temperatura hacia las de menor temperatura, hasta alcanzar la superficie de disipación exterior de la carcasa, según la ecuación característica que hemos desarrollado, cuya aplicación práctica se describe en 0.

En régimen permanente, cuando la temperatura media interior alcanza su valor final de estabilización ( $t \rightarrow \infty$ ), la potencia disipada es igual a la potencia de las pérdidas y, por lo tanto, la temperatura media interior se estabiliza en su valor final  $T_f$ . En estas condiciones es posible igualar esta expresión con la expresión desarrollada en 5.2:

$$T_f = T_e + \frac{P_p}{\lambda_T} = T_e + \frac{Q_{tot}}{C_{med}}$$

Esta igualdad nos permite calcular el calor total acumulado en función de la potencia de las pérdidas y viceversa:

$$Q_{tot} = (C_T \cdot R_T) \cdot P_p \quad ; \quad P_p = \frac{Q_{tot}}{(C_T \cdot R_T)}$$

Por lo tanto, el calor total acumulado al interior de una máquina también se puede determinar a partir de la constante de tiempo térmica:

$$Q_{tot} = \tau_T \cdot P_p \quad ; \quad P_p = \frac{Q_{tot}}{\tau_T}$$

### 5.5.2 Temperatura interior de los elementos activos $T_j$ y puntos más calientes $T_{pc}$

Al interior de los equipos existen elementos activos que generan calor en su interior (conductores eléctricos, juntas semiconductoras, hierro del circuito magnético, carbones

de contacto, etc.) y elementos pasivos o inertes que solo absorben y conducen el calor (aislantes, aceite refrigerante, elementos estructurales, etc.). Al interior de los elementos activos se aumenta la temperatura hasta que se establezca la gradiente térmica  $\Delta T_j$  requerida para impulsar el calor generado desde su interior hacia las masas vecinas. La gradiente térmica en cada caso queda dada por la temperatura interior  $T_{i_j}$  de los elementos activos y la temperatura de la superficie de contacto exterior  $T_{e_j}$  con la masa inerte que los rodea, según la expresión.

$$\Delta T_j = T_{i_j} - T_{e_j}$$

Vemos entonces que cada elemento activo tendrá su propia temperatura interior  $T_j$  mayor que la del medio que lo rodea. Vemos, además, que los materiales estructurales y aislantes que los rodean deben ser capaces de soportar dichas temperaturas locales elevadas sin deteriorarse. La zona del elemento activo en donde se alcanzan las mayores temperaturas se denomina punto más caliente PC (*hot spot*).

La definición e identificación de todos los puntos particulares de alta temperatura tiene especial interés pues, a partir de ellas, es posible escoger el tipo o clase de materiales aislantes que se utilizarán para proteger los diferentes órganos que componen los equipos eléctricos: papel impregnado, micas, aceites, etc.

El manejo controlado de todos estos parámetros de diseño (temperatura interior de los elementos activos  $T_j$ , temperatura de los puntos más calientes  $T_{pc}$ , temperatura media final de estabilización  $T_f$  del equipo, etc.), le permiten al diseñador evaluar las cualidades que deben tener los diversos materiales aislantes para soportar altas temperaturas sin dañarse, así como su capacidad para conducir y disipar el calor que debe fluir hacia el exterior.

Por ejemplo, las características que debe tener la mica que se utiliza para aislar las barras de un colector de motor de tracción de corriente continua, las propiedades que debe tener la envoltura de papel impregnado que protege las bobinas de un transformador de potencia, etc.

### 5.5.3 Temperaturas críticas $T_c$

Se entiende por temperaturas críticas  $T_c$  a las temperaturas que producen daños o transformaciones irreversibles en los diversos materiales del sistema, por ejemplo, la temperatura de fusión de la soldadura de estaño-plomo de una conexión. En estricto rigor, estas temperaturas corresponden a los llamados puntos de transformación de fases de los diversos materiales: punto de fusión, punto de evaporación, punto de descomposición química, inflamación, etc.

Obviamente, las temperaturas de los puntos más calientes siempre deberán ser inferiores a las críticas. Por ejemplo, la temperatura extrema máxima  $T_{pc}$  que puede alcanzar una bobina de transformador deberá ser inferior a la que carboniza el papel aislante que la rodea, la temperatura o punto más caliente del colector de un motor de tracción debe ser inferior a la temperatura de fusión de las soldaduras que unen los conductores del enrollado del rotor con las delgas, etc.

Desde luego es necesario evaluar estos límites al momento de definir las gradientes térmicas máximas que se aceptarán en cada órgano activo que compone un equipo, del modo que:

$$T_c > T_{pc} > T_{m\acute{a}x} > T_i > T_e > T_a$$

### 5.5.4 Temperatura máxima admisible $T_{m\acute{a}x}$

Se entiende por temperatura máxima admisible  $T_{m\acute{a}x}$  a la temperatura media interior del equipo más alta que se podría admitir, sin que el equipo sufra daños irreversibles. Como su nombre lo indica, se trata de una temperatura admisible, es decir, es posible tolerar que el equipo alcance este nivel de temperatura media, pero no es posible permitir que la rebase. Como se explicó, los daños irreversibles se producen a las temperaturas críticas, por lo tanto, cuando la máquina alcanza la temperatura máxima admisible se deberá cuidar y comprobar que no se han alcanzado las temperaturas críticas en ninguno de los diversos elementos al interior de los equipos.

Un buen diseño considera que los equipos deben ser capaces de operar en condiciones extraordinarias, sobre exigidos. Por ejemplo, el motor de un automóvil debe ser capaz de impulsar el vehículo a mayor velocidad que la normal de carretera, un conductor eléctrico debe ser capaz de alimentar consumos superiores al que corresponde a su potencia nominal (sobrecargas, cortocircuitos esporádicos, etc.). Dado que estas condiciones extraordinarias de operación pueden prolongarse por tiempos más o menos prolongados, se debe tener especial cuidado en evitar que la temperatura media final al interior de los equipos rebase este nivel máximo admisible. Normalmente, esta temperatura se fija por diseño en múltiplos de 15 [°C] por sobre la temperatura final nominal  $T_{fn}$ . Por ejemplo, si la temperatura final nominal o de operación normal garantizada ha sido fijada en 90 [°C], la temperatura máxima admisible podría ser de 120 [°C].

Bajo circunstancias de sobrecalentamiento, aun cuando no se produzcan daños inmediatos, es muy probable que la vida útil de los equipos se vea fuertemente reducida. Por esta razón, los fabricantes no garantizan la duración de equipos que se hacen trabajar constantemente a temperaturas superiores a la final nominal  $T_{fn}$ . En otras palabras, los fabricantes garantizan la operación en condiciones nominales de potencia, rendimiento, etc. y, si bien las sobrecargas máximas admisibles están especificadas y, por lo tanto, previstas, normalmente las garantías no se hacen extensivas a estas condiciones de operación.

La necesidad de rebajar los costos de fabricación se ve fuertemente influenciada por estas gradientes térmicas interiores. En efecto, por una parte, se hacen esfuerzos por disminuir las pérdidas mediante la utilización de materiales de mejores características eléctricas, por ejemplo, núcleos de hierro de mayor permeabilidad magnética, y, por la otra parte, se buscan materiales aislantes de mejores características mecánicas que, simultáneamente, tengan mayor conductividad térmica, combinada con mayor capacidad para soportar altas temperaturas y tensiones, sin degradarse o quemarse.

El correcto diseño y combinación de todos estos parámetros conduce a equipos de mayor eficiencia y menores dimensiones físicas lo que, en definitiva, conduce a mejores

características técnicas, menores costos de fabricación y, por lo tanto, mejores características comerciales.

A continuación, se presenta un resumen de la nomenclatura que hemos aplicado hasta este momento para la definición de las diversas temperaturas que se han mencionado:

- $T_0$  : temperatura media inicial al interior del equipo ( $t = 0$ );
- $T$  : temperatura media variable al interior del equipo ( $T = f(t)$ );
- $T_f$  : temperatura media final de estabilización al interior del equipo ( $t \rightarrow \infty$ );
- $T_{m\acute{a}x}$  : temperatura media máxima admisible al interior del equipo;
- $T_e$  : temperatura existente en la cara exterior de la carcasa o disipador de calor;
- $T_a$  : temperatura del ambiente o del aire en que se encuentra inmerso el equipo;
- $T_i$  : temperatura media al interior de un elemento activo;
- $T_{pc}$  : temperatura del punto más caliente al interior de un elemento activo y
- $T_c$  : temperatura crítica a la cual se producen daños irreversibles en los materiales.

## 5.6 Consideraciones respecto de las pérdidas

Cada una de los diferentes tipos de pérdidas que se producen al interior de los equipos y máquinas electromecánicas se puede evaluar a partir de las leyes físicas o modelos que explican su comportamiento. En general, estas leyes son relativamente complicadas, especialmente considerando la gran variedad de variables que intervienen en cada caso. A continuación, se presentan algunos casos sencillos comunes.

### 5.6.1 Pérdidas en un diodo rectificador

Supóngase que, en primera aproximación, la caída de tensión  $\Delta U$  en la junta del diodo rectificador es constante e independiente del nivel de corriente ( $0,7 [V]$ ). Por lo tanto, para cualquier corriente  $I$ , la potencia de las pérdidas es:

$$P_p = I \cdot \Delta U$$

La corriente a la entrada del rectificador es:

$$I = \frac{P_E}{U_E}$$

Pero:

$$P_E = P_S + P_P$$

Reemplazando y despejando:

$$P_P = \left( \frac{\Delta U}{U_E - \Delta U} \right) P_S$$

En este caso particular, la potencia de las pérdidas es directamente proporcional a la potencia de salida  $P_S$ .

### 5.6.2 Pérdidas en un conductor de resistencia eléctrica $R_E$

Sea un conductor eléctrico de resistencia eléctrica  $R_E$  alimentado por una tensión continua fija  $U_E$ . La potencia de las pérdidas está dada por:

$$P_P = I^2 \cdot R_E$$

La corriente en la línea es:

$$I = \frac{P_E}{U_E} = \frac{P_S + P_P}{U_E}$$

Reemplazando y ordenando se obtiene:

$$P_P^2 + \left( 2P_S - \frac{U_E^2}{R_E} \right) P_P + P_S^2 = 0$$

La resolución de esta ecuación conduce al siguiente resultado para la potencia de las pérdidas en un conductor de resistencia eléctrica  $R_E$ :

$$P_P = \frac{1}{2} \frac{U_E^2}{R_E} \left( 1 - \sqrt{1 - 4P_S \cdot \frac{R_E}{U_E^2}} \right) - P_S$$

En este caso particular, relativamente sencillo, la potencia de las pérdidas es solo función de la potencia de salida, de la tensión aplicada y de la resistencia eléctrica de la línea. No obstante, como se ve, se trata de una función no lineal, relativamente más complicada.



### 5.6.3 Pérdidas en otros casos más complejos

En el caso de motores, transformadores y otro tipo de equipos, aparecen pérdidas adicionales independientes de la potencia de salida, por ejemplo, las pérdidas en el hierro que son solo función de la tensión y frecuencia de la alimentación; otras, como la ventilación y el roce en los descansos, que son solo función de la velocidad de rotación, y otras, como las de refrigeración, que son completamente independientes, etc. En general siempre es posible plantear un polinomio del tipo:

$$P_p = A_0 + A_1 P_S + A_2 P_S^2 + A_3 P_S^3 + \dots$$

En esta expresión el término  $A_0$  incluye todas las pérdidas cuyo origen es independiente de la potencia de salida  $P_S$  como las mencionadas anteriormente.

En el caso de un alternador o motor de inducción, dado que la velocidad de rotación, la tensión y la frecuencia son relativamente constantes, las pérdidas se pueden representar, en primera aproximación, por una expresión simplificada del tipo:

$$P_p \approx A_0 + A_2 P_S^2$$

En el caso de conductores eléctricos también se puede simplificar el esquema considerando que, dado que las caídas de tensión en la línea son relativamente pequeñas y la tensión de alimentación es relativamente constante, las pérdidas se pueden representar, en primera aproximación, por una expresión simplificada del tipo:

$$P_p \approx A_2 P_S^2$$

Igualmente, en el caso de un diodo o tiristor, dado que la caída de tensión en el semiconductor es relativamente constante e independiente del nivel de corriente que circula por él, las pérdidas se pueden representar, en primera aproximación, por una expresión del tipo:

$$P_p \approx A_1 P_S$$

Vemos así que el problema de la definición de la respuesta térmica de un equipo pasa, en primer lugar, por evaluar correctamente las pérdidas que se generan en su interior

en función de la potencia útil de salida y de las demás variables que intervienen en su generación. Luego, a partir de esta información y de los otros parámetros de diseño tales como la capacidad calórica de los diferentes elementos y órganos del equipo, la conductividad térmica de la carcasa, la temperatura exterior, etc., es posible plantear la ecuación característica y determinar la temperatura media interior en función del tiempo.

Esta metodología plantea la necesidad de simplificar el problema buscando fórmulas empíricas o simplificadas que permitan evaluar, con relativa precisión, las pérdidas de potencia que se generan al interior de los equipos.

### 5.7 Concepto de sobrecarga térmica

El concepto de sobrecarga se puede aplicar indistintamente a las potencias, a las corrientes, a las fuerzas, a las tensiones, a las temperaturas, a las velocidades, etc. y, en general, a cualquier magnitud física  $N$  cuyo valor sea mayor que el respectivo valor nominal  $N_n$ .

$$sc = \frac{\Delta N}{N_n} > 0 \quad ; \quad \Delta N = N - N_n$$

Respecto de este tema es fácil confundir los conceptos, especialmente en ciertas máquinas y equipos en los cuales un aumento de la corriente no necesariamente representa un aumento de la potencia procesada, sin embargo, puede representar un aumento de las pérdidas. En el caso del motor de tracción tipo serie, por ejemplo, cuando aumenta el par resistente el motor se frena y, como consecuencia de la disminución de la velocidad  $\omega$ , aumenta la corriente y el par motriz  $T$ , empero, la potencia mecánica de salida útil al eje  $P_S$  permanece aproximadamente constante.

$$P_S \approx \tau \cdot \omega \approx ctte$$

En este caso no cambia la potencia mecánica de salida al eje, pero aumentan el par motriz y la corriente por encima de los respectivos valores nominales, lo que representa una sobrecarga de ambas magnitudes. En este caso, aumentan las sollicitaciones mecánicas sobre

el eje y piñón de ataque y, también, aumentan las pérdidas de Joule por efecto del aumento de la corriente.

### 5.7.1 Sobrecarga térmica $sc_T$

Desde el punto de vista de la respuesta térmica del equipo, consideraremos como sobrecarga térmica  $sc_T$  cualquier aumento de la temperatura interna  $\Delta T$  por encima de su valor nominal, independientemente de cuál sea la causa por la cual aumenta la temperatura:

$$sc_T = \frac{\Delta T}{T_{f_n}}$$

Es importante destacar que las sobrecargas térmicas se pueden producir por varias causas independientes. En efecto, si aumentan las pérdidas por sobre el nivel nominal, obviamente aumentará la temperatura interna hasta estabilizarse al valor que corresponda. Sin embargo, el aumento de la temperatura podría deberse a que ha aumentado la temperatura exterior por encima del valor nominal y, como consecuencia de esta situación, se dificulta la disipación de calor, provocando el aumento de la temperatura interna. En este caso, aun cuando el equipo siga entregando su potencia nominal y generando el nivel de pérdidas nominales, queda operando en condiciones de mayor temperatura media interna y, por lo tanto, queda expuesto a una sobrecarga térmica.

### 5.7.2 Sobrecarga térmica máxima admisible $sc_{T_{m\acute{a}x}}$

Se entiende que un equipo está trabajando bajo condiciones de sobrecarga térmica máxima admisible cuando su temperatura final media interna  $T_f$  se estabiliza a la temperatura máxima admisible  $T_{m\acute{a}x}$ . Por definición la sobrecarga térmica máxima admisible está dada por:

$$sc_{T_{m\acute{a}x}} = \frac{\Delta T_{m\acute{a}x}}{T_{f_n}} \quad ; \quad \Delta T_{m\acute{a}x} = T_{m\acute{a}x} - T_{f_n}$$

Para que el equipo trabaje en condiciones de sobrecarga térmica máxima admisible se pueden dar los siguientes casos:

- a) Las pérdidas aumentan por sobre el valor nominal, hasta que la temperatura se estabiliza al valor máximo admisible  $T_{m\acute{a}x}$ :

$$T_{m\acute{a}x} = T_{e_n} + R_T \cdot P_{P_{m\acute{a}x}} \quad ; \quad T_{f_n} = T_{e_n} + R_T \cdot P_{P_n} \quad ; \quad P_{P_{m\acute{a}x}} = P_{P_n} + \Delta P_{P_{m\acute{a}x}}$$

Reemplazando y despejando se obtiene el aumento de las pérdidas máximo admisible  $\Delta P_{P_{m\acute{a}x}}$  necesario para que el equipo alcance la temperatura máxima admisible  $T_{m\acute{a}x}$

$$\Delta P_{P_{m\acute{a}x}} = \frac{T_{m\acute{a}x} - T_{f_n}}{R_T} \quad ; \quad \Delta T_{m\acute{a}x} = \Delta P_{P_{m\acute{a}x}} \cdot R_T$$

- b) La temperatura exterior aumenta, haciendo que la temperatura se estabilice al valor máximo admisible  $T_{m\acute{a}x}$

$$T_{m\acute{a}x} = T_{e_{m\acute{a}x}} + R_T \cdot P_{P_n} \quad ; \quad T_{f_n} = T_{e_n} + R_T \cdot P_{P_n}$$

Reemplazando y despejando se obtiene la temperatura exterior máxima admisible  $T_{e_{m\acute{a}x}}$  necesaria para que el equipo alcance la temperatura máxima admisible, aun cuando sus pérdidas no hayan aumentado:

$$T_{e_{m\acute{a}x}} = T_{e_n} + (T_{m\acute{a}x} - T_{f_n}) \quad ; \quad \Delta T_{m\acute{a}x} = \Delta T_{e_{m\acute{a}x}}$$

En ambos casos el equipo alcanza el nivel de sobrecarga térmica máxima admisible  $sc_{T_{m\acute{a}x}}$  pero por razones diferentes.

### 5.7.3 Sobrecarga controlada

La idea involucrada en el concepto de sobrecarga controlada consiste en permitir que ocurran sobrecargas, a condición que se suspenda el proceso cuando la temperatura alcance su valor máximo admisible. Esta forma de operación tiene grandes ventajas económicas, especialmente en aquellos casos en que las sobrecargas no permanecen en el tiempo, lo que permite aprovechar al máximo capacidad de los equipos. Por ejemplo, sobrecargas de los transformadores de distribución durante las horas de punta.

Supóngase que el equipo en estudio se encuentra inicialmente operando en condiciones nominales a la temperatura  $T_{f_n}$  y que, por alguna razón, se incrementan sus pérdidas en un monto  $\Delta P_p$ . Por ejemplo, demandas adicionales anormalmente altas a la salida de un cable alimentador, cargas mecánicas exageradas en el eje motriz de motores, mayores consumos que los previstos a la hora de punta servidos por transformadores de distribución, etc. En este caso, la temperatura media interna aumentará por sobre el valor nominal, según la ecuación característica, a una velocidad determinada por la constante de tiempo.

El problema consiste, entonces, en medir o calcular el tiempo  $\Delta t$  que tarda el sistema en alcanzar un determinado nivel de temperatura  $T$ , con el objeto de desconectarlo oportunamente. Durante el lapso  $\Delta t$ , el equipo ha operado sobrecargado pero no habrá tiempo suficiente para que alcance la temperatura máxima admisible  $T_{m\acute{a}x}$ .

Según la ecuación general para la respuesta térmica característica, el tiempo  $t$  está dado por:

$$t = \tau_T \cdot \ln\left(\frac{T_f - T_0}{T_f - T}\right)$$

El ejemplo planteado considera que el equipo está inicialmente operando en condiciones nominales, es decir, su temperatura inicial antes de la sobrecarga es  $T_{f_n}$ . Al aplicar la sobrecarga  $sc$ , dado que la potencia de las pérdidas será superior a la potencia de las pérdidas nominales, su temperatura aumentará proporcionalmente, hasta estabilizarse en un valor final superior o, a lo sumo, igual a la máxima admisible, para:

Sobrecarga unitaria de las pérdidas	: $sc_T = \frac{\Delta P_p}{P_{P_n}}$
Pérdidas adicionales de sobrecarga	: $\Delta P_p$
Nuevas pérdidas totales de potencia	: $P_p = P_{P_n} + \Delta P_p$
Temperatura inicial, para $t = 0$	: $T_0 + T_{f_n} = T_{e_n} + R_T \cdot P_{P_n}$
Temperatura final de estabilización, para $t \rightarrow \infty$	: $T_f = T_{e_n} + R_T \cdot P_p$
Temperatura máxima admisible, para $t = \Delta t$	: $T_{m\acute{a}x} \leq T_f$

Reemplazando se obtiene el lapso de tiempo  $\Delta t$  que tarda el equipo en alcanzar la temperatura máxima admisible  $T_{m\acute{a}x}$  cuando está sometido a un aumento  $\Delta P_p$  de las pérdidas por sobre el valor nominal:

$$\Delta t = \tau_T \cdot \ln\left(\frac{T_f - T_{f_n}}{T_f - T_{m\acute{a}x}}\right)$$

Al hacer los reemplazos y sustituciones se obtiene la siguiente expresión para el lapso de tiempo  $\Delta t$  en función de la sobrecarga unitaria  $sc$ :

$$\Delta t = -\tau \cdot \ln\left(\frac{1}{sc_T} \left(1 + sc_T - \frac{T_{m\acute{a}x} - T_{e_n}}{T_{f_n} - T_{e_n}}\right)\right)$$

Como se ve, teóricamente, se podría aceptar cualquier nivel de sobrecarga, a condición que el equipo se desconecte antes que se cumpla el tiempo  $\Delta t$  que se deduce de la expresión, es decir, una vez fijado el tiempo que durará la sobrecarga, es posible calcular el nivel de sobrecarga controlada máximo que se podría aceptar.

Igualmente, podemos calcular la sobrecarga  $sc$  máxima admisible que permita operar la máquina durante un tiempo  $\Delta t$  dado, antes de que se alcance la temperatura máxima admisible  $T_{m\acute{a}x}$ :

$$sc_T = \left(\frac{T_{m\acute{a}x} - T_{f_n}}{T_{f_n} - T_{e_n}}\right) \left(\frac{1}{1 - e^{-\Delta t/\tau_T}}\right) \quad ; \quad sc_T = \frac{\Delta P_p}{P_{p_n}}$$

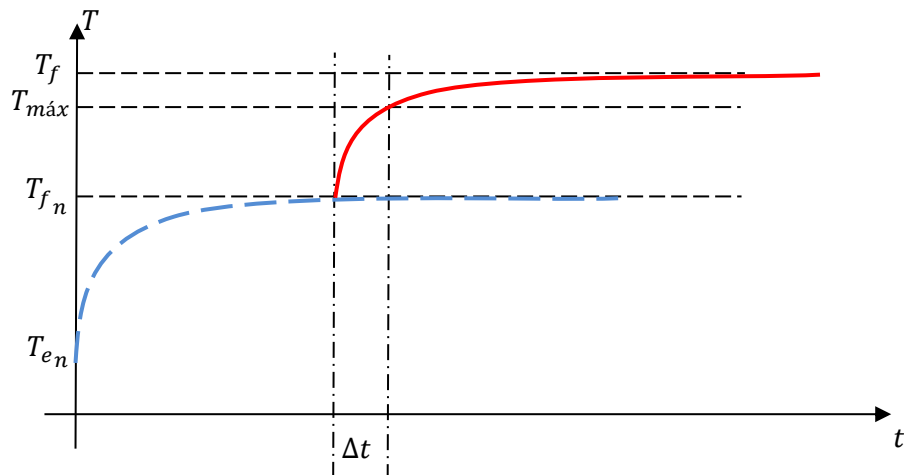


Ilustración 5-6: temperatura del equipo en una sobrecarga térmica controlada

Un apropiado manejo de la ecuación característica y el conocimiento previo que se tenga de la constante de tiempo térmica de algunos equipos de gran tamaño, comparada con la duración de las demandas máximas, nos permite proyectar y servir consumos algo superiores a los que corresponden a la potencia nominal. Es decir, se pueden aceptar sobrecargas controladas en todos aquellos casos en que la constante de tiempo térmica del equipo es mayor que el tiempo previsto que podría durar la sobrecarga a condición de que sea posible desconectarlos o limitar las demandas en el momento en que, eventualmente, se alcancen temperaturas cercanas a la máxima admisible. Para esto, naturalmente, es necesario que los equipos dispongan de termómetros y sistemas de operación apropiados que permitan intervenir cuando sea necesario.

Normalmente las curvas de carga típicas del sistema eléctrico comercial y domiciliario presentan horas de demanda máxima, conocidas como horas de punta, que duran alrededor de cuatro a cinco horas (entre las 18:00hrs. y las 22:00hrs., aproximadamente). Luego, cuando ha cesado la actividad comercial y domiciliaria, la demanda baja a niveles inferiores al 50 %. En estos casos, si la constante de tiempo térmica de los transformadores principales instalados en las subestaciones es superior al tiempo que duran las horas de punta, es posible sobrecargarlos. En otras palabras, la potencia nominal  $P_n$  de estos transformadores (o de cualquier otro equipo) puede, eventualmente, servir demandas máximas  $D_{m\acute{a}x}$  algo superiores, según la siguiente expresión:

$$D_{m\acute{a}x} = P_{sc} = P_n(1 + sc_T)$$

Naturalmente que, en estos casos, es imprescindible determinar, previamente, la función que relaciona la potencia de las pérdidas  $P_p$  con la potencia de salida  $P_s$ . Luego, a partir de esta información y en conocimiento de las características de la curva de carga del consumo, de la constante de tiempo térmica y demás parámetros de diseño del equipo, es posible decidir el nivel de sobrecarga que se aceptará. En este tipo de cálculos es muy importante tener siempre presente que, en general, el valor comercial de los equipos es directamente proporcional a su potencia nominal. Por lo tanto, cualquier nivel de sobrecarga controlada que se escoja representará un ahorro directo en el costo de la inversión.

Analicemos el caso de un transformador de 10.000 [kVA] que sirve consumos domiciliarios y comerciales, cuyas pérdidas de potencia nominales son del 2% (200 [kW]), su temperatura normal de operación garantizada  $T_{fn}$  es de 75 [°C], la temperatura exterior nominal de diseño  $T_{en}$  es de 35 [°C], su temperatura máxima admisible es de 90 [°C] y su constante de tiempo térmica  $\tau_T$  es de 6 [h]. Supongamos, además, en primera aproximación, que la potencia de las pérdidas se relaciona con la potencia útil de salida según la siguiente relación aproximada:

$$P_p \approx AP_s^2 \quad ; \quad A \approx \frac{P_p}{P_s^2}$$

$$A = \frac{200}{10.000^2} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ [kW}^{-1}\text{]}$$

Se desea saber cuál sería la sobrecarga controlada que se podría aceptar en este transformador durante las cinco horas de punta.

Aplicando la ecuación desarrollada para la potencia de las pérdidas en condiciones de sobrecarga controlada, el incremento de las pérdidas de potencia es:

$$\Delta P_p = \frac{1}{1 - e^{-\frac{5}{6}}} \cdot \frac{90 - 75}{75 - 35} \cdot 200 = 132,6 \text{ [kW]}$$

Las pérdidas totales con el equipo sobrecargado son:

$$P_p = P_{p_n} + \Delta P_p = 200 + 132,6 = 332,6 \text{ [kW]}$$

Por lo tanto, considerando válida la relación cuadrática entre la potencia de potencia de salida y la potencia de las pérdidas, la potencia en condiciones de sobrecarga admisible es:

$$P_s = \sqrt{\frac{P_p}{A}} = \sqrt{\frac{351,6}{2 \cdot 10^{-6}}} = 12.896,7 \text{ [kW]}$$

La sobrecarga controlada que es posible aceptar durante un máximo de 5 [h] antes que la temperatura alcance los 90 [°C] es, por lo tanto:

$$sc = \frac{12.896,7 - 10.000}{10.000} = 0,289$$



Como se ve, un transformador de estas características se podría sobrecargar un 28,9% de su potencia nominal durante 5 [h], es decir, podría sostener una demanda máxima en horas de punta de 12.896,7[kW], lo que representa un importante ahorro en la inversión.

#### 5.7.4 Sobrecarga térmica nominal natural $sc_{T_{nat}}$

Se entiende que un equipo está sometido a la sobrecarga térmica nominal natural  $sc_{T_{nat}}$  cuando la potencia de las pérdidas generadas en su interior, eleva la temperatura hasta la temperatura final nominal  $T_{f_n}$  en un tiempo igual a la constante de tiempo  $\tau_T$ , considerando que inicialmente el equipo se encuentra frío, a la temperatura exterior nominal  $T_{e_n}$ . Como se demuestra a continuación, la sobrecarga nominal natural de las pérdidas es igual a 0,582, es decir, cuando las pérdidas aumentan un 58,2 % respecto de las pérdidas nominales.

Por definición:

$$sc_{T_{nat}} = \frac{P_{P_{nat}} - P_{P_n}}{P_{P_n}} = \frac{\Delta P_{P_{nat}}}{P_{P_n}}$$

Cuando:

$$\begin{aligned} t = 0 & : T_0 = T_{e_n} \\ t \rightarrow \infty & : T_{f_n} = T_{e_n} + R_T \cdot P_{P_n} \quad ; \quad T_f = T_{e_n} + R_T \cdot P_{P_{nat}} \\ t = \tau_T & : T(t) = T_{f_n} \end{aligned}$$

Reemplazando en la ecuación característica:

$$\begin{aligned} \tau_T &= \tau_T \ln \left( \frac{T_{e_n} + R_T \cdot P_{P_{nat}} - T_{e_n}}{T_{e_n} + R_T \cdot P_{P_n} - T_{e_n} + R_T \cdot P_{P_n}} \right) \\ \tau_T &= \tau_T \ln \left( \frac{1 + sc_{T_{nat}}}{sc_{T_{nat}}} \right) \end{aligned}$$

Despejando, la sobrecarga térmica natural está dada por:

$$sc_{T_{nat}} = \frac{1}{1 - e} = 0,582$$

Este interesante resultado nos señala que una sobrecarga de las pérdidas del 58,2 % por sobre las pérdidas nominales, aplicada a cualquier equipo que se encuentre inicialmente frío, a la temperatura exterior nominal  $T_{e_n}$ , demorará exactamente la constante de tiempo  $\tau_T$  en alcanzar su temperatura final nominal  $T_{f_n}$ .

## 5.8 Circuito térmico equivalente

Hasta aquí el modelo térmico desarrollado ha considerado que, luego de un tiempo relativamente largo, la temperatura media interior de la máquina se estabiliza en la temperatura final  $T_f$  y que el total de las pérdidas generadas al interior se disiparán hacia el exterior a través de la carcasa. Este modelo, si bien nos ofrece una buena explicación conceptual de los fenómenos térmicos, no nos permite calcular con precisión las diversas temperaturas que se van formando en los diversos puntos y órganos al interior de los equipos electromecánicos.

Así, por ejemplo, el calor generado por efecto de las pérdidas de Joule en el cobre  $P_{P_i}$  de las bobinas de un transformador debe traspasar el espesor del material aislante que las cubre. Consecuentemente debe formarse una gradiente térmica  $\Delta T_{i,j}$  entre la superficie interior de material aislante, que está en contacto directo con la superficie del cobre, y la superficie exterior de la bobina, que está en contacto directo con el aceite aislante en el cual se diluirá el calor. En este caso la gradiente térmica queda dada por:

$$\Delta T_{i,j} = P_{P_i} \cdot R_{T_j} \quad ; \quad R_{T_j} = \frac{d_j}{k_j \cdot D_j}$$

La aplicación de estos conceptos le permite al diseñador determinar las gradientes térmicas en todos y cada uno de los órganos a través de las cuales fluye el calor lo que, a su vez, le permite elaborar un mapa con el valor de las temperaturas en cada uno de los puntos más sensibles. El procedimiento de cálculo que se expone a continuación considera las siguientes tres premisas:

1ª premisa

La diferencia de temperatura entre dos puntos  $A$  y  $B$  cualesquiera es igual a la suma de las gradientes térmicas a lo largo de cualquier recorrido entre ellos:

$$T_A - T_B = \Delta T_{A1} + \Delta T_{12} + \Delta T_{23} + \dots + \Delta T_{jB}$$

2ª premisa

Dado que el sistema está estabilizado, la suma de todos los flujos de calor  $P_{PEj}$  que entran a un nudo o zona es igual a la suma de todos los flujos de calor  $P_{PSj}$  que salen del nudo o zona:

$$P_{PE1} + P_{PE2} + P_{PE3} + \dots = P_{PS1} + P_{PS2} + P_{PS3} + \dots$$

3ª premisa

Si las pérdidas generadas en todas las bobinas y circuitos magnéticos se mantienen constantes, cuando ha transcurrido un tiempo suficientemente largo, la potencia de las pérdidas, en vez de seguir acumulándose al interior de las masas activas, fluye y se disipa hacia el exterior y, por lo tanto, las temperaturas no siguen subiendo, se mantienen constantes en su valor final. En estas condiciones, la temperatura al interior de una pared cuando  $t \rightarrow \infty$  está dada por:

$$T_i = T_j + \Delta T_{ij} = T_j + R_{Tj} \cdot P_{Pj}$$

A partir de estas premisas es posible identificar circuitos térmicos equivalentes del tipo serie y circuitos térmicos equivalentes del tipo paralelo, como los que se aplican comúnmente en circuitos eléctricos.

Circuito térmico equivalente tipo serie

Si una masa activa está envuelta o rodeada con un material diferente (activo o pasivo), toda la potencia de las pérdidas  $P_p$  generada en su interior, necesariamente, debe fluir a través de la envoltura hacia el exterior. Igualmente, si esta primera envoltura está a su vez envuelta o rodeada por otro material (activo o pasivo) la potencia de las pérdidas  $P_p$  también debe fluir a través de la segunda envoltura y, así, sucesivamente.

$$P_P = \frac{\Delta T_{A1}}{R_{T_{A1}}} = \frac{\Delta T_{12}}{R_{T_{12}}} = \frac{\Delta T_{23}}{R_{T_{23}}} = \dots = \frac{\Delta T_{ij}}{R_{T_{ij}}}$$

$$\therefore \Delta T_{ij} = P_P \cdot R_{T_{ij}}$$

Reemplazando este valor en la 2ª premisa:

$$\frac{T_A - T_B}{P_P} = (R_{T_1} + R_{T_2} + R_{T_3} + \dots + R_{T_j}) = R_T$$

En este caso, la suma de las resistencias térmicas  $R_{T_j}$  de cada capa o envoltorio a través de los cuales circula el flujo de las pérdidas  $P_P$ , es igual a la resistencia térmica total  $R_T$  equivalente del conjunto. Esta conclusión es idéntica a la que corresponde a los circuitos eléctricos tipo serie. En efecto, cuando una misma corriente eléctrica debe pasar de una resistencia a otra, la resistencia total equivalente del circuito es igual suma de las resistencias parciales conectadas en serie. Las premisas N° 1 y N° 2 corresponden a la primera y segunda ley de Kirchoff y la premisa N° 3, a la ley de Ohm.

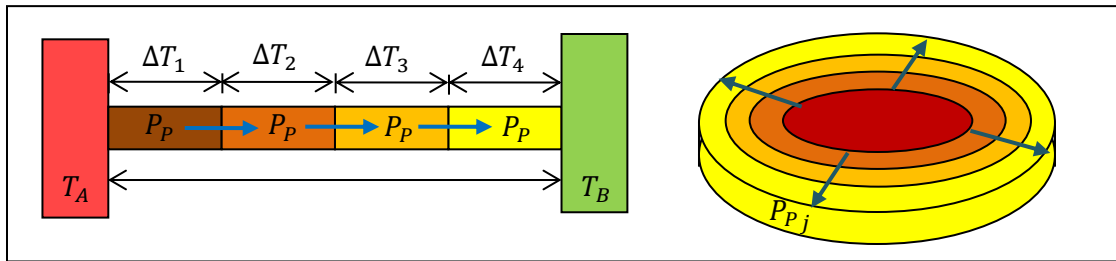


Ilustración 5-7: premisas para circuito térmico equivalente

El flujo de calor (la potencia de las pérdidas  $P_P$ ) se corresponde con la intensidad de la corriente eléctrica  $I$ , las diferencias de temperaturas  $\Delta T_j$  entre dos puntos del circuito se corresponden con las diferencias de potencial eléctrico  $\Delta U_j$  y las resistencias térmicas  $R_T$  con las resistencias eléctricas  $R_E$ .

En estos esquemas se está suponiendo que el calor solo puede fluir por conducción a través de cuerpos que poseen masa con moléculas capaces de transferirse energía mutuamente por efecto del contacto directo entre ellas. Según este modelo, no sería posible que el calor escape o fluya por las caras superficiales que no están en contacto con otros

cuerpos conductores, es decir, por las caras aisladas, por ejemplo, en el vacío o en aire de muy baja conductividad térmica.

En el diagrama simplificado que se muestra en la Ilustración 5-8 se analiza el caso de un motor en el cual existen varias fuentes de calor independientes, un entrehierro y una carcasa a través de la cual debe disiparse finalmente todo el calor generado por los elementos activos que existen en su interior. Sumando las gradientes térmicas es posible calcular la temperatura en el enrollado del rotor.

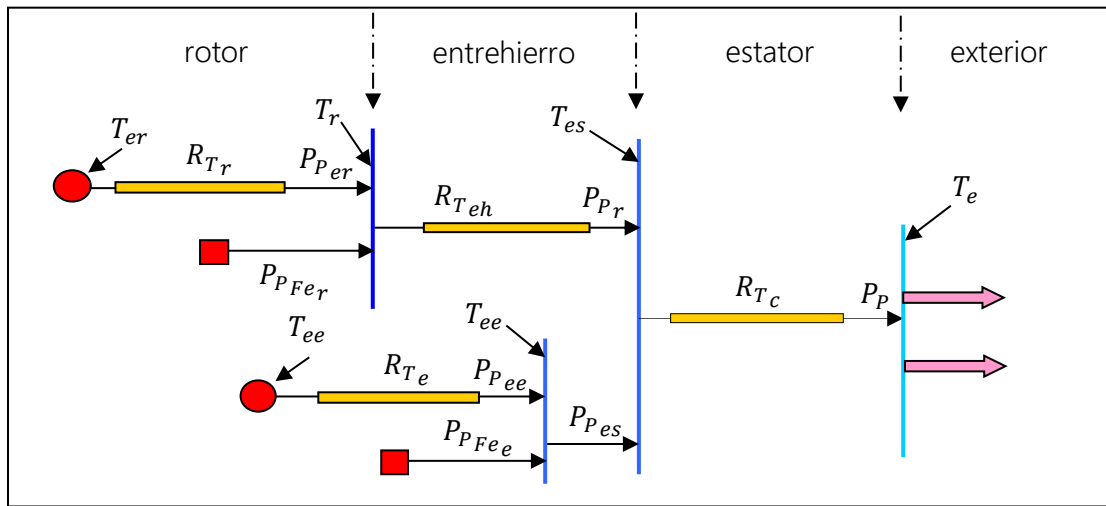


Ilustración 5-8: circuito térmico equivalente de un motor

En este diagrama:

- $P_{Per}$  : potencia de las pérdidas eléctricas generadas en los enrollados del rotor;
- $P_{PFe_r}$  : potencia de las pérdidas magnéticas generadas en el hierro del rotor;
- $P_{Pr}$  : potencia de las pérdidas totales generadas en el rotor;
- $P_{Pee}$  : potencia de las pérdidas eléctricas generadas en los enrollados del estator;
- $P_{PFe_e}$  : potencia de las pérdidas magnéticas generadas en el estator;
- $P_{Pes}$  : potencia de las pérdidas totales generadas en el estator;
- $P_p$  : potencia de las pérdidas totales generadas en el motor;
- $T_{er}$  : temperatura del enrolado del rotor;
- $T_r$  : temperatura del rotor;
- $T_{ee}$  : temperatura del enrolado del estator;
- $T_{es}$  : temperatura del estator;

- $T_e$  : temperatura exterior del estator o carcasa;  
 $R_{Tr}$  : resistencia térmica del material aislador que cubre el rotor;  
 $R_{Teh}$  : resistencia térmica del entrehierro;  
 $R_{Te}$  : resistencia térmica del material aislador que cubre el estator y  
 $R_{Tc}$  : resistencia térmica de la carcasa exterior.

La temperatura en los enrolados del rotor se puede determinar sumando las respectivas gradientes térmicas:

$$T_{er} = T_e + \Delta T_c + \Delta T_{eh} + \Delta T_{er}$$

En que:

$$\Delta T_c = T_{es} - T_e \quad ; \quad \Delta T_{eh} = T_r - T_{es} \quad ; \quad \Delta T_{er} = T_{er} - T_r$$

Cada una de estas gradientes térmicas se puede calcular aplicando la potencia de las pérdidas correspondiente a la respectiva resistencia térmica:

$$\Delta T_i = P_{Pi} \cdot R_{Ti}$$

## 5.9 Disipación hacia el medio ambiente circundante

### 5.9.1 Disipación por conducción natural

Para que el calor pueda fluir desde el interior hacia el exterior de un equipo, la superficie de la carcasa en contacto con el medio circundante en que está inmerso el equipo, debe tener una temperatura  $T_e$  lo más baja posible, inferior a la temperatura media exterior, de tal manera que se establezca la gradiente térmica necesaria. No obstante, para que el calor pueda diluirse en el medio circundante (aire, agua, aceite, etc.), la temperatura  $T_a$  del ambiente debe, a su vez, ser inferior a la temperatura exterior de la carcasa, de tal manera que se establezca la gradiente térmica necesaria para que el calor pueda fluir desde la superficie exterior del equipo hacia el medio ambiente y diluirse en él. Se establece, así, la siguiente condición necesaria:

$$T_i > T_e > T_a$$

La gradiente térmica final que debe establecerse entre la superficie exterior de la carcasa y la temperatura del medio ambiente es, por lo tanto:

$$T_e - T_a = \Delta T_{ea} = P_p \cdot R_{T_{ea}}$$

En esta expresión,  $R_{T_{ea}}$  es la resistencia térmica del medio ambiente exterior en el que está inmerso el equipo. Como se ve, el problema se reduce a calcular el valor de la resistencia del medio ambiente exterior, en función su conductividad térmica  $k_a$  del medio circundante (aire, aceite, tierra, arena, agua, etc.).

A continuación, se desarrolla este cálculo para el caso de un cuerpo caliente de geometría cilíndrica de largo  $L$ , con tapas semiesféricas en sus extremos de diámetro  $\phi$ .

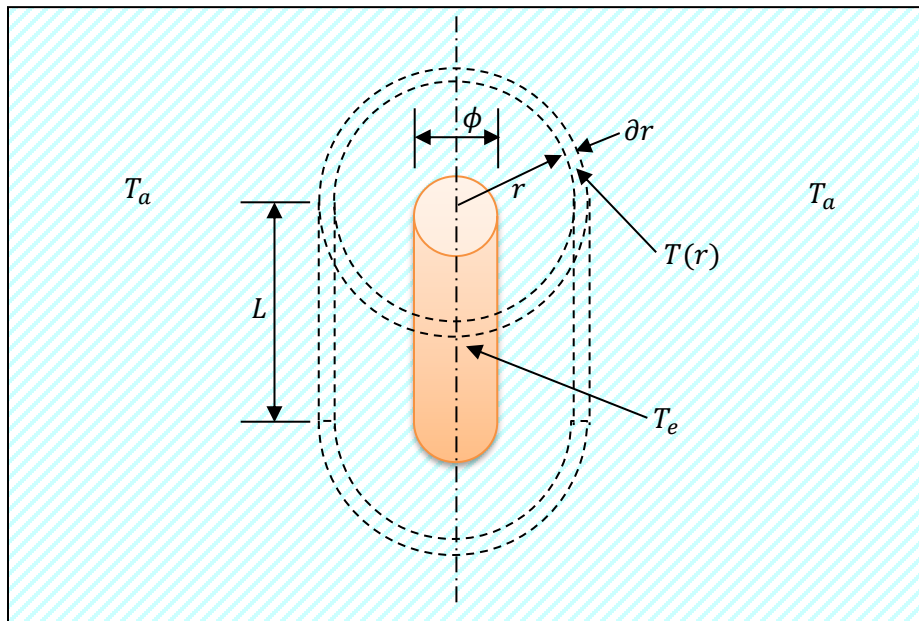


Ilustración 5-9: cálculo para disipación de calor al ambiente circulante

A la distancia  $r$  del eje del cuerpo, el incremento de resistencia térmica  $\partial R_T(r)$  de la cáscara del medio que lo rodea (aire, aceite u otro medio ambiente) es:

$$\partial R_T(r) = \frac{\partial r}{k_a(4\pi r^2 + 2\pi rL)}$$

Dado que el mismo flujo de calor debe pasar desde las cáscaras interiores a las exteriores, alejándose del cuerpo caliente, la resistencia térmica total será la suma integrada

de los incrementos de resistencia de todas las cáscaras superpuestas que existen hasta la distancia  $r$  (resistencias en serie):

$$R_{Tea} = \int_{\frac{\phi}{2}}^r \partial R_T(r) = \frac{1}{k_a 2\pi} \int_{\frac{\phi}{2}}^r \frac{\partial r}{k_a(2r^2 + rL)}$$

La resolución de esta integral entre los límites señalados conduce al siguiente resultado:

$$R_T(r) = \frac{1}{k_a 2\pi L} \ln \left( \left( \frac{1}{1 + \frac{L}{2r}} \right) \left( \frac{L}{\phi} + 1 \right) \right)$$

En el límite, considerando una distancia  $r$  suficientemente grande, se obtiene la resistencia térmica  $R_{Ta}$  del medio ambiente circundante:

$$R_{Ta} = \lim_{r \rightarrow \infty} R_T(r) = \frac{1}{k_a 2\pi L} \ln \left( \frac{L}{\phi} + 1 \right)$$

La respectiva conductancia térmica es:

$$\lambda_{Ta} = \frac{1}{R_{Ta}} = \frac{k_a 2\pi L}{\ln \left( \frac{L}{\phi} + 1 \right)}$$

Según este modelo, la temperatura  $T$  a la distancia  $r$  que alcanza el medio ambiente cercano al equipo disminuye según el logaritmo de la distancia a la carcasa, desde la temperatura exterior de la carcasa  $T_e$ , existente en su superficie, hasta la temperatura del medio ambiente  $T_a$  a gran distancia del cuerpo:

$$T = T_e - \Delta T = T_e - P_p \cdot R_{Ta}$$

Para:

$$r = \frac{\phi}{2} : \Delta T(r) = 0 \quad ; \quad \therefore T = T_e$$

$$r \rightarrow \infty : \Delta T = P_p \cdot R_{Tea} \quad ; \quad T = T_a$$



Dado que muchos motores eléctricos, cables conductores, resistencias de disipación electrónicas, termos eléctricos, entre otros, tienen formas más o menos cilíndricas, este modelo cilíndrico de tapas semiesféricas representa bastante bien el comportamiento de estos equipos. Cobran especial interés los siguientes dos casos extremos, que también son frecuentes:

Disipación natural al aire de un conductor cilíndrico

En este caso es necesario considerar que la disipación de calor solo se produce por el manto, es decir, no hay disipación por los extremos. La conductancia térmica corresponde a la conductancia del cuerpo cilíndrico del modelo desarrollado, a la cual se le resta la conductancia que aportan los extremos semiesféricos:

$$\lambda_{T_a} = \frac{k_a 2\pi L}{\ln\left(\frac{L}{\phi} + 1\right)} - k_a 2\pi\phi = k_a 2\pi L \left( \frac{1}{\ln\left(\frac{L}{\phi} + 1\right)} - \frac{\phi}{L} \right)$$

Dado que, en general, el diámetro de cualquier conductor es muy inferior a su longitud, la conductancia térmica natural es, simplemente, para:

$$L \gg \phi \quad : \quad \lambda_{T_{ea}} = \lambda_{T_a} = k_a 2\pi L \quad ; \quad R_{T_{ea}} = \frac{1}{k_a 2\pi L}$$

Como se ve la conductancia térmica natural de un conductor cilíndrico es solo función de su longitud (y no de su diámetro). La conductancia térmica por unidad de longitud es:

$$\frac{\lambda_a}{L} = 2\pi k_a$$

Cuando el medio circundante es aire, la disipación por conducción es muy poco eficiente, aplicable solo a equipos pequeños debido, principalmente, a que como el aire y, en general los gases, comparados con los líquidos y sólidos, contienen muy pocas moléculas por unidad de volumen, su conductancia térmica es muy baja. En efecto, como sabemos, la conductancia térmica es un fenómeno que se manifiesta por el contacto físico entre moléculas de mayor nivel energético con las vecinas de menor nivel energético. Las moléculas más calientes vibran a mayor frecuencia y amplitud que las frías, lo que permite

que les transmitan energía cinética. Es como una especie de carambola que se va propagando en la dirección del flujo de calor, desde las zonas más calientes, con mayor nivel de vibración molecular, hacia las zonas más frías, de menor nivel de vibración molecular. Al no haber muchas moléculas que puedan absorber y transmitir la energía cinética por colisiones, el medio gaseoso se comporta más como un aislador térmico que como un conductor térmico, hasta el punto en que, en el vacío, es imposible que se produzca disipación de calor por conducción térmica.

### Disipación natural al aire de un cuerpo esférico<sup>25</sup>

Si el cuerpo es de geometría esférica se puede aplicar la relación desarrollada suponiendo que la longitud de la parte cilíndrica del cuerpo es cero, para:

---

<sup>25</sup> La conductancia térmica o capacidad de disipación de un cuerpo esférico es proporcional a la primera potencia de su radio, mientras que su volumen (y masa) es proporcional a la tercera potencia del radio. Si consideramos que, en general, la potencia a disipar es proporcional a la masa y, por lo tanto, al volumen, vemos que en la medida que aumenta el tamaño del cuerpo, se dificulta su capacidad de disipación. Su temperatura debe aumentar mucho más para que, en definitiva, pueda disipar el calor generado en su interior. Consideremos un cuerpo esférico de masa  $M$ , densidad  $d$ , que genera un cierto nivel de pérdidas  $p$  por unidad de masa. Entonces

$$P_p = pM = p \frac{M}{d} \cdot \frac{\pi}{6} \phi^3$$

La gradiente térmica necesaria para disipar la potencia es:

$$\Delta T = \frac{P_p}{\lambda_{T_a}} = \frac{p \frac{M}{d} \cdot \frac{\pi}{6} \phi^3}{k_a 2\pi \phi} = \frac{1}{12} \frac{p}{dk_a} M \phi^2$$

Por lo tanto, la temperatura exterior a la masa está dada por:

$$T_e = T_a + \frac{1}{12} \frac{p}{dk_a} M \phi^2$$

Dado que la temperatura aumenta con el cuadrado del radio, en la medida que aumentan las dimensiones físicas y/o la potencia de las pérdidas, fácilmente la temperatura superficial  $T_e$  puede alcanzar límites críticos. En términos prácticos esto significa que es imposible pretender enfriar o refrigerar máquinas relativamente grandes a base de disipación natural al aire, a menos que el medio sea un líquido de gran capacidad y conductancia térmica.

Estos conceptos son, entre otros, los que se aplican en el caso de las reacciones termonucleares. En efecto, el sistema consiste en disponer dos semiesferas de masa sub-crítica de uranio. Al acercarse ambos casquetes, dado que se resta la superficie de ambas caras planas, el sistema alcanza lo que en términos técnicos se denomina masa crítica. La superficie de disipación es insuficiente, lo que provoca la reacción termonuclear acelerada en cadena por fisión de los átomos de uranio: el sistema explota.

$$L = 0 \quad ; \quad \lambda_{T_{ea}} = k_a 2\pi\phi \quad ; \quad R_{T_{ea}} = \frac{1}{k_a 2\pi\phi}$$

Analicemos el caso de una resistencia de aleación metálica, envuelta o protegida por una losa de cerámica, del tipo de las que se usan en electrónica de potencia, auto-refrigerada (sin ventilación forzada), de las siguientes características:

Potencia de la resistencia	: $P = 5 [W]$
Largo de la resistencia	: $L = 22 [mm]$
Diámetro de la resistencia	: $\phi = 11,3 [mm]$
Conductividad térmica del aire a 100 [°C]	: $k_{T_a} = 0,317 \left[ \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \right]$

Según estos datos, la resistencia térmica  $R_{T_a}$  del aire circundante es:

$$R_{T_a} = \frac{1}{0,317 \cdot 2\pi \cdot 22 \cdot 10^{-3}} \cdot \ln\left(\frac{22}{11,3} + 1\right) = 24,7 \left[ \frac{^\circ C}{W} \right]$$

La gradiente de temperatura que se establece cuando fluyen 5 [W] es:

$$\Delta T_a = R_{T_a} \cdot P_P = 24,7 \left[ \frac{^\circ C}{W} \right] \cdot 5[W] = 123 [^\circ C]$$

De tal manera que para una temperatura ambiente de 30 [°C], la temperatura exterior  $T_e$  de la envoltura alcanza a:

$$T_e = T_a + \Delta T_a = 30[^\circ C] + 123[^\circ C] = 153[^\circ C]$$

Si repetimos este cálculo para una resistencia del mismo tipo, pero de 20 [W], de 60 [mm] de largo y 14,6 [mm] de diámetro, los resultados son los siguientes, si se considera que la conductividad térmica del aire a 300 [°C] es  $k_a = 0,459 \left[ \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \right]$ .

La resistencia de térmica del aire circundante es, en este caso:

$$R_{T_a} = \frac{1}{0,459 \cdot 2\pi \cdot 60 \cdot 10^{-3}} \cdot \ln\left(\frac{60}{14,6} + 1\right) = 9,4 \left[ \frac{^\circ C}{W} \right]$$

La gradiente de temperatura y la temperatura exterior de la carcasa:

$$\Delta T_a = R_{T_a} \cdot P_P = 9,4 \left[ \frac{^\circ C}{W} \right] \cdot 20[W] = 188 [^\circ C]$$

$$T_e = T_a + \Delta T_a = 30[^\circ\text{C}] + 188[^\circ\text{C}] = 218 [^\circ\text{C}]$$

### 5.9.2 Disipación por convección natural

Cuando el equipo está inmerso en un medio fluido de alta conductividad térmica (aceite, agua, etc.) lo que normalmente ocurre es que, como consecuencia del calentamiento, el medio refrigerante se dilata, produciéndose una circulación natural ascendente, conocida como convección natural. Este fenómeno genera un intercambio de calor más efectivo que el que corresponde a la simple conducción, debido a la renovación del refrigerante en contacto con la superficie del cuerpo caliente, permitiendo una mejor refrigeración. Por esta razón, es necesario que las cajas, armarios y recipientes que contienen equipos eléctricos inmersos en aire tengan celosías que permitan la circulación ascendente. Igualmente, cuando se trata de recipientes que contienen equipos eléctricos inmersos en aceite, se agregan tubos y radiadores exteriores de gran superficie, que facilitan la convección vertical natural del aceite y la refrigeración.

### 5.9.3 Disipación por circulación forzada

Las dificultades que presenta la disipación por conducción y /o convección natural han obligado a los proyectistas a diseñar sistemas de enfriamiento basados en la circulación forzada del elemento refrigerante impulsado por motobombas o ventiladores. La idea es inyectar gas o líquido refrigerante a cierta presión y velocidad en el sistema con el objeto de que absorba el calor disipado por los equipos. Para esto es necesario encerrar los equipos en una cámara apropiada que permita dirigir el medio refrigerante, impulsado por un sistema de sopladores, ventiladores o bombas, de tal manera que el fluido bañe todas las superficies calientes, recoja el calor y lo conduzca hacia otro ambiente en donde se pueda disipar. Los sistemas de enfriamiento más comunes son:

- Sistema de ventilación forzada en circuito abierto con aire natural;
- Sistema de refrigeración forzada en circuito cerrado (aire acondicionado) y
- Sistemas de enfriamiento por agua o aceite, entre otros.

En todos estos casos es posible plantear las siguientes ecuaciones que explican el funcionamiento de este sistema de refrigeración.

Sea  $\Delta E$  el incremento de calor absorbido por un incremento de la masa  $\Delta M$  de aire o líquido refrigerante inyectado en el sistema, entonces:

$$\Delta E = c \cdot \Delta M \cdot (T_{esc} - T_{adm})$$

En esta ecuación:

$c$  : calor específico del refrigerante;

$T_{adm}$  : temperatura del refrigerante inyectado en el sistema (admisión) y

$T_{esc}$  : temperatura del refrigerante a la salida del sistema (escape).

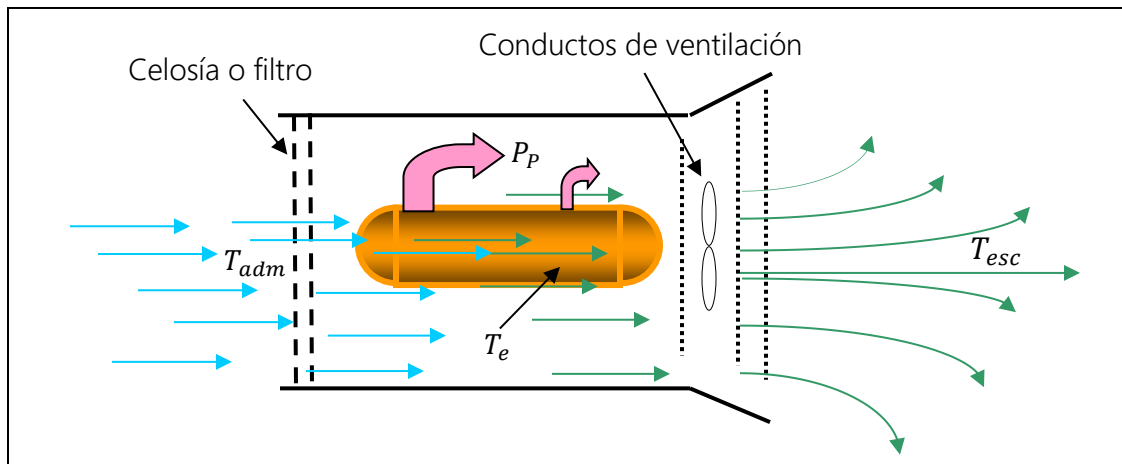


Ilustración 5-10: esquema de disipación de calor por ventilación o refrigeración forzada

La potencia del calor instantáneo que absorbe el refrigerante, transferido desde el cuerpo caliente es, por definición:

$$P = \frac{\partial E}{\partial t} = c(T_{esc} - T_{adm}) \frac{\partial M}{\partial t}$$

Considerando que, normalmente, el flujo  $\Phi$  se refiere al volumen y no a la masa del refrigerante, la ecuación queda, para  $M = V \cdot d$ :

$$M = V \cdot d \quad ; \quad \Phi = \frac{\partial V}{\partial t}$$

$$P_p = c \cdot d \cdot (T_{esc} - T_{adm}) \Phi$$

En esta expresión:

$d$  : densidad del refrigerante  $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$  y

$\Phi$  : flujo de refrigerante  $\left[\frac{m^3}{s}\right]$ .

Por lo tanto, el flujo que es necesario inyectar para remover la totalidad de las pérdidas queda dado por:

$$\Phi = \frac{P_p}{c \cdot d(T_{esc} - T_{adm})}$$

Consideremos el caso de una moto bomba eléctrica de 1,5 [kW], cuyo rendimiento es 85%, que debe operar en un medio cuya temperatura ambiente es de 25 [°C], la cual debe mantenerse operando de tal manera que la temperatura de salida del refrigerante se mantenga en un nivel inferior a 40 [°C].

Para  $c = 992 \left[\frac{J}{kg \cdot ^\circ C}\right]$  y  $d = 1,116 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$  a 30 [°C], las pérdidas son:

$$P_p = \left(\frac{1}{0,85} - 1\right) \cdot 1.500 [W] = 265 [W]$$

El flujo de aire necesario para mantener refrigerada esta motobomba es:

$$\Phi = \frac{265}{992 \cdot 1,166 \cdot (40 - 25)} = 0,01527 \left[\frac{m^3}{s}\right]$$

En la práctica los flujos de refrigeración o de ventilación se expresan en litros por minuto o metros cúbicos por hora. En este caso, los resultados son:

$$\Phi = 916 \left[\frac{l}{min}\right] \quad \text{o} \quad \Phi = 55 \left[\frac{m^3}{h}\right]$$

Con esta información es posible diseñar las bombas o sopladores y los conductos de aire y tuberías apropiados que permitan que el refrigerante bañe bien todas las superficies disipadoras, hasta lograr que la temperatura exterior  $T_e$  de los equipos adquiera una temperatura intermedia entre la temperatura de entrada y la de salida del gas o líquido refrigerante.

#### 5.9.4 Disipación de calor por radiación

La disipación de calor por radiación es un fenómeno electromagnético que se caracteriza por la emisión de energía (calor) desde la superficie de los cuerpos calientes (emisor) hacia el medio vacío en el cual están inmersos.

Según el modelo clásico, la oscilación en el tiempo de un par de cargas eléctricas a lo largo de un eje en torno a un punto central, conocido normalmente como dipolo oscilante, crea campos electromagnéticos variables a su alrededor, asociados a los cuales se produce una emisión de energía (energía radiante) hacia el espacio exterior, que se propaga a la velocidad de la luz. Según esta teoría la potencia  $p$  por unidad de superficie que fluye desde el dipolo hacia el espacio está determinada por el vector de Poynting:

$$\vec{p} = \vec{E}(t) \times \vec{H}$$

Un cuerpo caliente se caracteriza por la vibración térmica de sus moléculas que oscilan a diversas frecuencias y amplitudes, comportándose como dipolos oscilantes. El valor medio de la energía radiante queda cuantificado por la temperatura  $T$  de la superficie. Según la teoría desarrollada por Stefan-Boltzman, la potencia total radiada o emitida por unidad de superficie radiante está dada por la siguiente expresión:

$$p = \sigma \cdot T^4$$

En esta expresión:

$p$  : potencia radiada por unidad de superficie del cuerpo caliente, en  $\left[\frac{W}{m^2}\right]$ ;

$T$  : temperatura de la superficie exterior del cuerpo radiante, en  $[K]$  y

$\sigma$  : constante de Stefan-Boltzman,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2 K^4}\right]$ .

Si el cuerpo está inmerso en un medio que se encuentra a la temperatura ambiente  $T_a$ , la superficie radiante absorberá calor procedente del medio según una expresión similar, de tal manera que, en definitiva, la potencia radiada y la temperatura de la superficie  $T_e$  corresponderá a la diferencia:

$$p = \sigma(T_e^4 - T_a^4)$$

$$T_e = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma} + T_a^4}$$

Obviamente, si el medio circundante está a la misma temperatura de la superficie del cuerpo radiante, entonces no hay emisión de energía hacia el espacio exterior. En este caso es necesario considerar que la radiación media total se mantiene dentro de los límites de la zona o espacio que se encuentra a la temperatura  $T$ , es decir, se mantiene la energía total mediante intercambios y choques múltiples entre las partículas que vibran al interior del cuerpo, según una distribución estadística cuantificada por la temperatura  $T$ .

Si el medio o espacio circundante exterior a la superficie radiante se encuentra al cero absoluto ( $T_a = 0 [K]$ ) la potencia disipada es máxima. También es necesario considerar que, si al cuerpo emisor no se le incorpora más energía, su energía interna se disipará hacia el espacio exterior y, por lo tanto, se enfriará hasta alcanzar el cero absoluto.

Apliquemos estos conceptos al análisis de lo que ocurre con la resistencia de 20 [W] del ejemplo descrito en 5.9.1:

Potencia a disipar	:	$P = 20 [W]$
Largo de la resistencia	:	$L = 60 [mm]$
Diámetro de la resistencia	:	$\phi = 14,6 [mm]$
Temperatura ambiente	:	$T_a = 30[^\circ C]$
Superficie de disipación	:	$S = \pi(\phi^2 + \phi L) = 3.422 [mm^2]$

La aplicación de la ley de Stefan-Boltzman nos indica que la temperatura de la superficie de disipación de la resistencia alcanza a 306 [°C]:

$$T = \sqrt[4]{\frac{20[W]}{3.422 \cdot 10^{-6}[m^2] \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \left[ \frac{W}{m^2 K^4} \right]} + (303[K])^4} = 578 [K] = 306 [^\circ C]$$

Si repetimos este cálculo para una resistencia de calefacción recubierta en cuarzo, de 1.000 [W], 300 [mm] de largo y 12 [mm] de diámetro, que no disipa por sus extremos, la temperatura de la superficie de cuarzo alcanza a 846 [°C].



En las prácticas industriales normales, dado que siempre existe aire en el entorno del cuerpo caliente, es necesario considerar que ambos fenómenos ocurren simultáneamente, es decir, se hace necesario evaluar tanto la potencia  $P_{Pr}$  disipada por radiación, como la potencia  $P_{Pc}$  disipada por conducción térmica. En este caso, la suma de ambas disipaciones es igual a la potencia total disipada:

$$P_P = P_{Pr} + P_{Pc} = \frac{T_e^4 - T_a^4}{S \cdot \sigma} + \frac{T_e - T_a}{R_{Ta}}$$

La resolución de la ecuación de cuarto grado planteada permite calcular la temperatura  $T_e$ .

# Capítulo 6

## Conductores de transmisión de energía

*En este capítulo se presentan, en primer lugar, aspectos teóricos asociados a conductores y líneas de transmisión, para luego dar paso a aplicaciones prácticas para el cálculo de conductores*

### 6.1 Conceptos generales

#### 6.1.1 El vector Poynting

La teoría electromagnética nos enseña que la propagación de la energía, materializada bajo la forma de ondas electromagnéticas, fluye espontáneamente por cualquier medio, incluido el espacio vacío, de permitividad eléctrica  $\epsilon$ , permeabilidad magnética  $\mu$  y conductividad eléctrica  $\sigma$ .

La densidad instantánea de la energía que fluye, la magnitud y sentido de propagación de la potencia electromagnética por unidad de superficie, queda completamente explicada por la magnitud y dirección del vector Poynting. En efecto, en 1884, el físico inglés John Henry Poynting, basándose en las ecuaciones de Maxwell, demostró que la potencia por unidad de superficie  $\vec{P}$ , asociada a la propagación de ondas electromagnéticas, se puede calcular a partir del campo eléctrico  $\vec{E}$  y del campo magnético  $\vec{H}$ , característicos de cada onda, según la siguiente expresión vectorial:

$$\vec{P} \left[ \frac{W}{m^2} \right] = \vec{E} \times \vec{H}$$

El frente de ondas asociado, es decir el plano perpendicular a la dirección de propagación de la onda en cada punto del espacio, queda definido por los vectores  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  y viceversa. Vemos así que, según cuál sea la configuración geométrico-espacial de los vectores  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$ , la dirección y sentido del vector Poynting siempre será perpendicular al plano definido por estos vectores.

En la práctica, dado que las ondas se propagan espontánea y libremente por el medio electromagnético ( $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$ ), si se desea transportar energía desde un punto emisor hasta un punto receptor, de tal manera de minimizar la dispersión (pérdidas), es decir, de manera que el máximo de la energía generada por el emisor llegue a su destino en el punto de consumo, es necesario configurar geométrica y físicamente los vectores  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  de tal manera que el sentido del vector Poynting apunte en la dirección deseada. La ingeniería eléctrica moderna ha desarrollado, al menos, los siguientes tipos de equipos para el transporte controlado de energía electromagnética:

- Antenas transmisoras y receptoras de diversas configuraciones.
- Guías de onda y espejos de diversas configuraciones (planos, parabólicos, cónicos, tubulares, fibra óptica).
- Líneas de transmisión metálicas suspendidas e inmersas en materiales aisladores.

### 6.1.2 Conductores metálicos

Un conductor ideal es, por definición, un material en el cual las cargas eléctricas (positivas o negativas) se pueden mover libremente por su interior, sin colisionar con la red cristalina y, por lo tanto, sin pérdidas de energía. Por efecto de la repulsión mutua, las cargas eléctricas de un mismo signo se moverán por la red cristalina del material hasta que cada una de ellas ocupe las posiciones más alejadas posibles de las otras. En estas circunstancias, la superficie exterior del cuerpo adquiere cierta densidad superficial de carga eléctrica  $\sigma$ , que la transforma en una superficie equipotencial. En resumen, un conductor ideal es, por definición, un cuerpo en el cual las cargas eléctricas se pueden mover libremente sin pérdidas de energía, cuya superficie exterior es equipotencial.

Las líneas de transmisión se construyen con cables metálicos que se caracterizan por tener una alta conductividad eléctrica y contener gran cantidad de electrones libres de conducción. Normalmente están inmersos, rodeados o suspendidos por materiales aisladores de muy baja conductividad eléctrica, de permitividad eléctrica  $\epsilon$ .

En mayor o menor medida prácticamente todos los metales (cobre, plata, oro, aluminio, hierro, etc.) presentan características asimilables al concepto de conductor ideal. Esta característica, sin embargo, se refiere solo a cargas negativas, es decir, a los electrones libres de conducción que contienen. En efecto, en el caso del cobre, por ejemplo, a temperatura normal, las capas exteriores de los átomos de su red cristalina contienen dos (2) electrones cuyo nivel energético cuántico les permite moverse libremente al interior de la masa de cobre, intercambiando su energía con otros electrones de las mismas características, lo que no necesariamente los mantiene fijos o asignados al núcleo de un átomo en particular. Se mueven libremente por el interior de la red cristalina, repeliéndose mutuamente, hasta instalarse en la superficie del cuerpo metálico. Sin embargo, dado que su nivel energético total no es lo suficientemente alto, su energía cinética no les permite zafarse de la masa metálica al cual pertenecen: permanecen gravitacional y electrostáticamente cautivos en la superficie de la red cristalina. El nivel energético de estos electrones libres de conducción, pero cautivos, se conoce como Banda energética de Fermi.

### 6.1.3 Campo eléctrico de conductores longitudinales

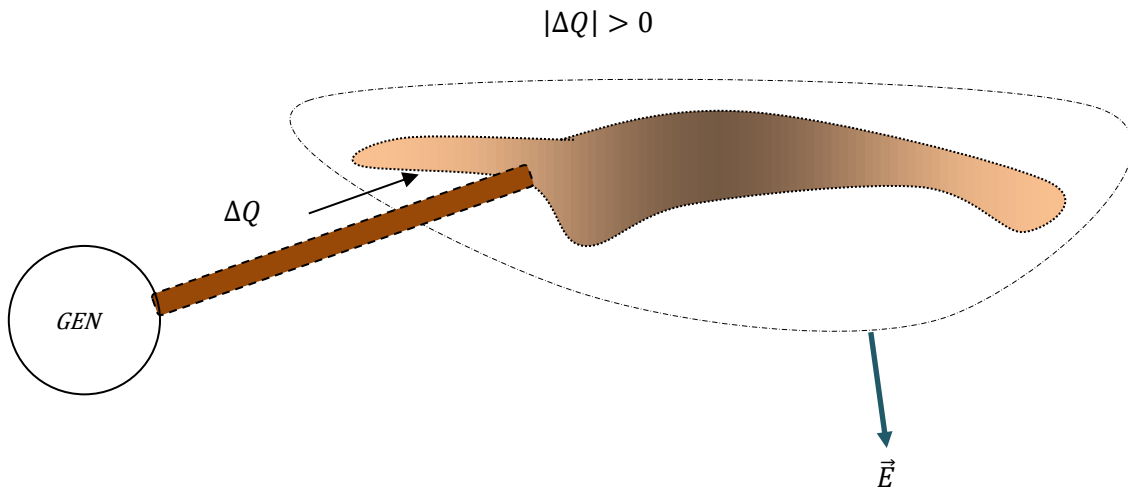
Dado que al interior de la red cristalina de los metales conductores existe igual cantidad de cargas eléctricas positivas y negativas, la suma algebraica de todas las cargas es nula y, por lo tanto, el campo eléctrico exterior también es nulo. En efecto, la aplicación de la ley de Gauss nos demuestra que, para:

$$\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon} \quad ; \quad \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad ; \quad \sigma = \frac{\partial Q}{\partial S}$$

$$Q = 0 \rightarrow \vec{E} = 0$$

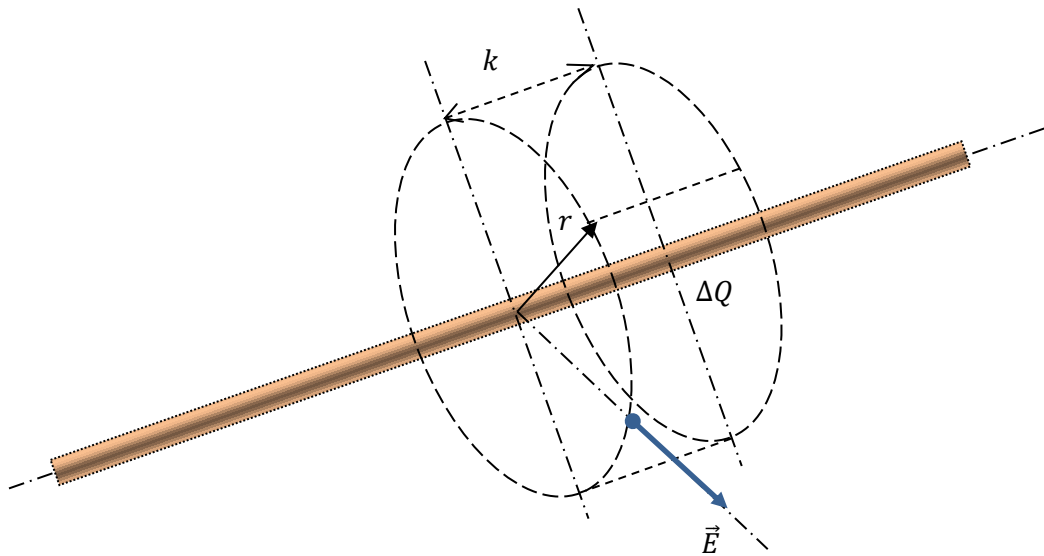
Sin embargo, si al conductor lo colocamos en contacto con otro conductor que contenga electrones libres de conducción de mayor nivel energético, éstos migrarán hacia él, instalándose en su superficie.

En estas circunstancias, el balance de cargas positivas y negativas en el conductor será diferente de cero y en el entorno se establecerá un campo eléctrico  $\vec{E}$  proporcional al incremento de cargas  $\Delta Q$  acumuladas en el conductor:



*Ilustración 6-1: conductor con cargas acumuladas*

Consideremos un conductor metálico de longitud  $k$ , de sección circular de diámetro  $\phi$ , que contiene una densidad de cargas eléctricas  $\sigma_k$  por unidad de longitud.



*Ilustración 6-2: consideraciones para determinar campo eléctrico de un conductor cilíndrico*

La carga eléctrica contenida en el tramo  $k$  está dada por:

$$\Delta Q = q_k \cdot k \quad ; \quad q_k = \sigma_k \pi \phi$$

La aplicación de la respectiva forma integral de la ecuación de Maxwell (ley de Gauss), nos permite calcular el campo eléctrico  $\vec{E}$  a la distancia  $\vec{r}$  del eje:

$$\Delta Q = \varepsilon \iint_S \vec{E} \cdot \partial \vec{S} \quad ; \quad \partial \vec{S} = k \cdot r \partial \phi \hat{r}$$

Por razones de simetría cilíndrica:

$$\Delta Q = \varepsilon E \cdot 2\pi r \cdot k = q_k \cdot k$$

y, por lo tanto:

$$\vec{E} = \frac{q_k}{2\pi \cdot \varepsilon \cdot r} \hat{r} = \frac{\sigma_k \cdot \phi}{2 \cdot \varepsilon \cdot r} \hat{r}$$

El campo eléctrico  $\vec{E}$  en un punto exterior es un vector de dirección radial, cuya magnitud es proporcional a la carga eléctrica por unidad de longitud contenida en el conductor e inversa de la distancia al eje. Si la carga eléctrica al interior de la masa cristalina es nula, el campo eléctrico interior también es nulo.

En la práctica profesional no es fácil medir directamente la carga electrostática. En cambio, con un simple voltímetro, resulta mucho más fácil medir la diferencia de potencial electrostático entre conductores. Con este objeto se ha definido el concepto de capacidad electrostática o capacitancia ( $C_E$ ) como el cociente entre la carga  $Q$  y la diferencia de potencial  $U_{21}$  aplicada entre dos conductores. Este concepto sólo depende de la configuración geométrica de los conductores y de las propiedades dieléctricas del medio aislador en el cual están inmersos.

Por definición:

$$C_E = \frac{Q}{U_{21}}$$

De esta manera, si se conoce la capacitancia  $C_E$  de la configuración y la tensión  $U_{21}$  aplicada, se está en condiciones de evaluar la carga electrostática acumulada en los conductores:

$$Q = C_E \cdot U_{21}$$

La diferencia de potencial  $U_{21}$  corresponde al trabajo por unidad de carga necesario para mover las cargas desde la superficie de un conductor hasta la superficie del otro conductor en el campo electrostático  $\vec{E}$ :

$$U_{21} \left[ \frac{J}{C} \right] = \int_{C1}^{C2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Por las características conservativas del campo electrostático, el trabajo necesario para mover una carga desde el conductor N° 2 hasta al N° 1 es independiente del camino o ruta de integración, dependiendo solo del punto inicial y el final.

#### 6.1.4 Campo magnético de conductores longitudinales

Si al conductor principal o equipo eléctrico se le aplica un tercer conductor cuyos electrones libres de conducción tengan menor nivel energético, entonces las cargas contenidas en los conductores de mayor nivel energético migrarán hacia el de menor nivel energético, según el circuito de la Ilustración 6-3.

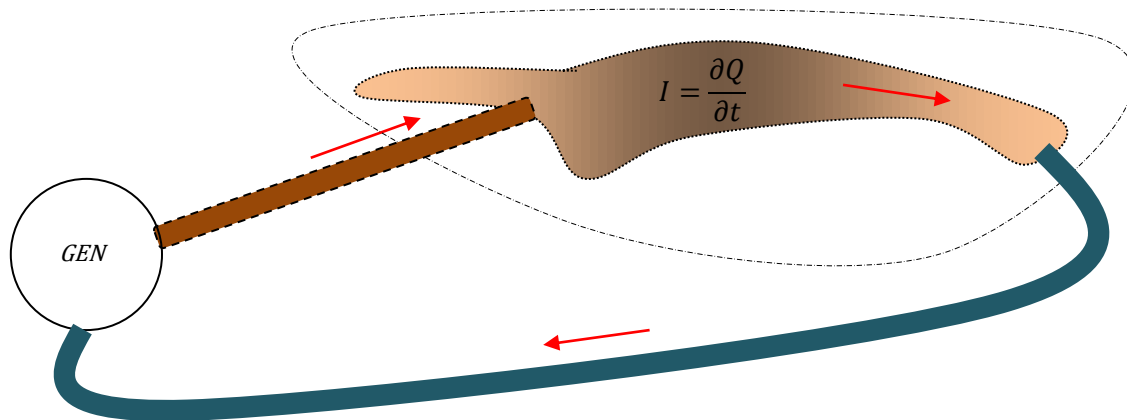


Ilustración 6-3: conductor con circulación de corriente

Si la producción de cargas del generador  $GEN$  del esquema es constante, se establecerá un flujo de cargas eléctricas permanente a través del cuerpo del conductor. Por definición, la intensidad  $I$  de la corriente, es:

$$I = \frac{\partial Q}{\partial t}$$

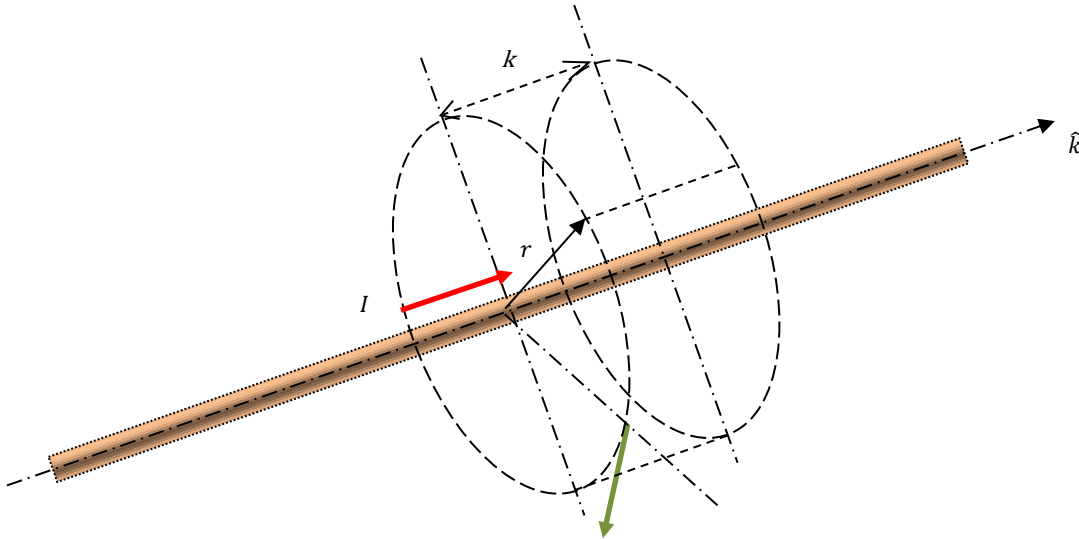


Ilustración 6-4: consideraciones para determinar campo magnético de un conductor cilíndrico

La ley de Àmpere, para  $\vec{B} = \mu\vec{H}$  e  $I = \iint \vec{j} \cdot \partial\vec{S}$  indica

$$\oint_{\Pi} \vec{B} \cdot \partial\vec{l} = \mu I \quad ; \quad \nabla \times \vec{B} = \mu\vec{j}$$

En este caso  $\vec{j} = |j|\hat{k}$  es el vector densidad de corriente que se propaga en la dirección del eje de la línea y  $\Pi$  es el perímetro de la circunferencia de radio  $r$ . Por razones de simetría cilíndrica:

$$I = \frac{1}{\mu} |\vec{B}| 2\pi r$$

y, por lo tanto:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B} = \frac{I}{2\pi} \frac{\hat{k} \times \hat{r}}{r}$$

En un conductor longitudinal de sección circular, la intensidad del campo magnético  $\vec{H}$  en un punto exterior es un vector tangencial perpendicular a la dirección en que circula la corriente  $I$ , cuya magnitud es proporcional a la intensidad de la corriente e inversa a la distancia  $r$  al eje.



### 6.1.5 Circuito transportador de energía eléctrica

Un circuito eléctrico es un conjunto de equipos y conductores destinado a guiar, a transportar energía electromagnética desde un punto de generación hasta un punto de consumo, de manera de minimizar la dispersión (o pérdidas). Está compuesto por los siguientes tres (3) elementos principales:

- Equipo transformador/generador de energía electromagnética;
- Línea de transmisión y
- Equipo eléctrico consumidor/disipador de energía.

En la actualidad se utilizan los siguientes tipos de equipos para el transporte de grandes volúmenes de energía:

En baja frecuencia (frecuencia industrial):

- Líneas bipolares para corriente alterna o continua;
- Cables coaxiales para corriente alterna o continua;
- Líneas monofásicas con retorno por tierra, para corriente alterna o continua y
- Líneas trifásicas (solo en corriente alterna).

En alta frecuencia:

- Antenas radiantes: telecomunicaciones, fibra óptica, cañón de rayos.

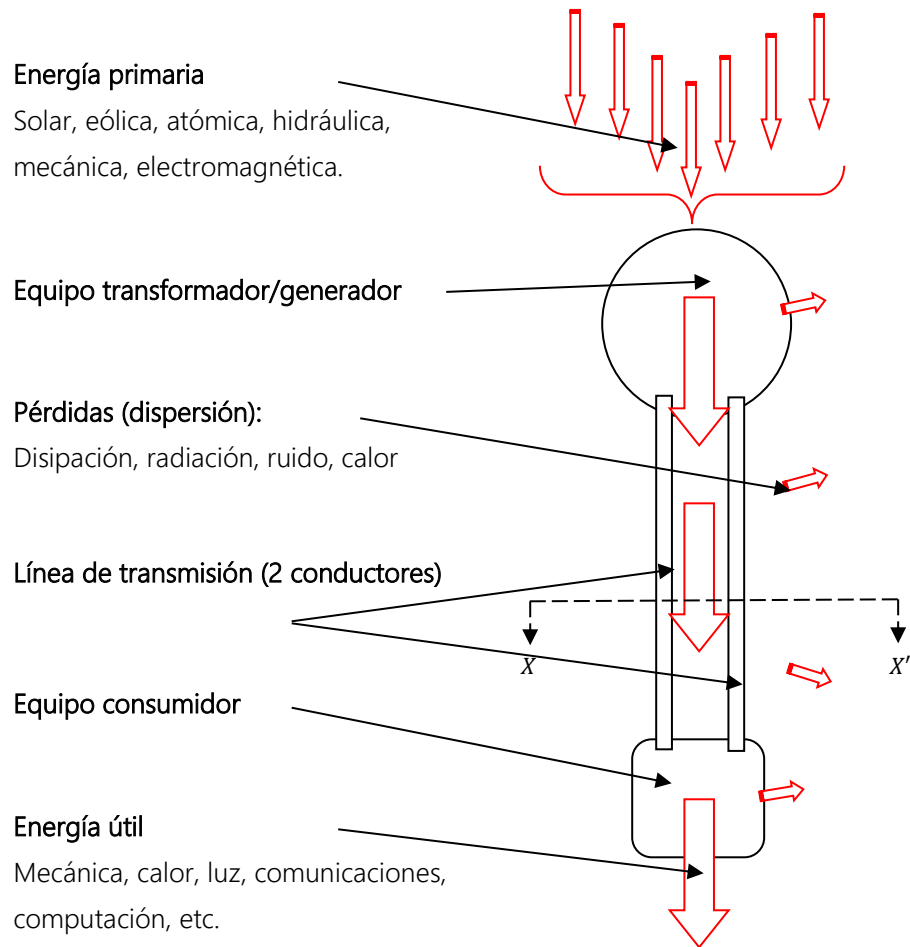
La potencia transmitida por unidad de superficie asociada a los sistemas de transmisión queda definida por el vector Poynting  $\vec{P}$ , el cual, a su vez, queda definido por el campo eléctrico  $\vec{E}$  y la intensidad del campo magnético  $\vec{H}$  presentes en el espacio existente entre la fuente generadora (emisora) y el equipo consumidor (receptor).

En todas las regiones del espacio en donde el campo eléctrico o la intensidad de campo magnético sean nulos, el vector Poynting también será nulo.

$$\vec{E} = 0 \rightarrow \vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = 0$$

$$\vec{H} = 0 \rightarrow \vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} = 0$$

## Conductores de transmisión de energía



*Ilustración 6-5: transporte de energía a frecuencia industrial*

Si aplicamos estos conceptos a una línea de transmisión metálica de conductividad eléctrica muy alta, sumergida o envuelta en un medio aislador de conductividad eléctrica muy baja, dado que como al interior del conductor metálico el campo eléctrico  $\vec{E}$  es nulo, el vector Poynting  $\vec{P}$  también es nulo. En cambio, en todos los puntos del espacio exterior al conductor metálico, donde el campo eléctrico y el magnético tienen valor, el vector Poynting  $\vec{P}$  existe y tiene valor real.

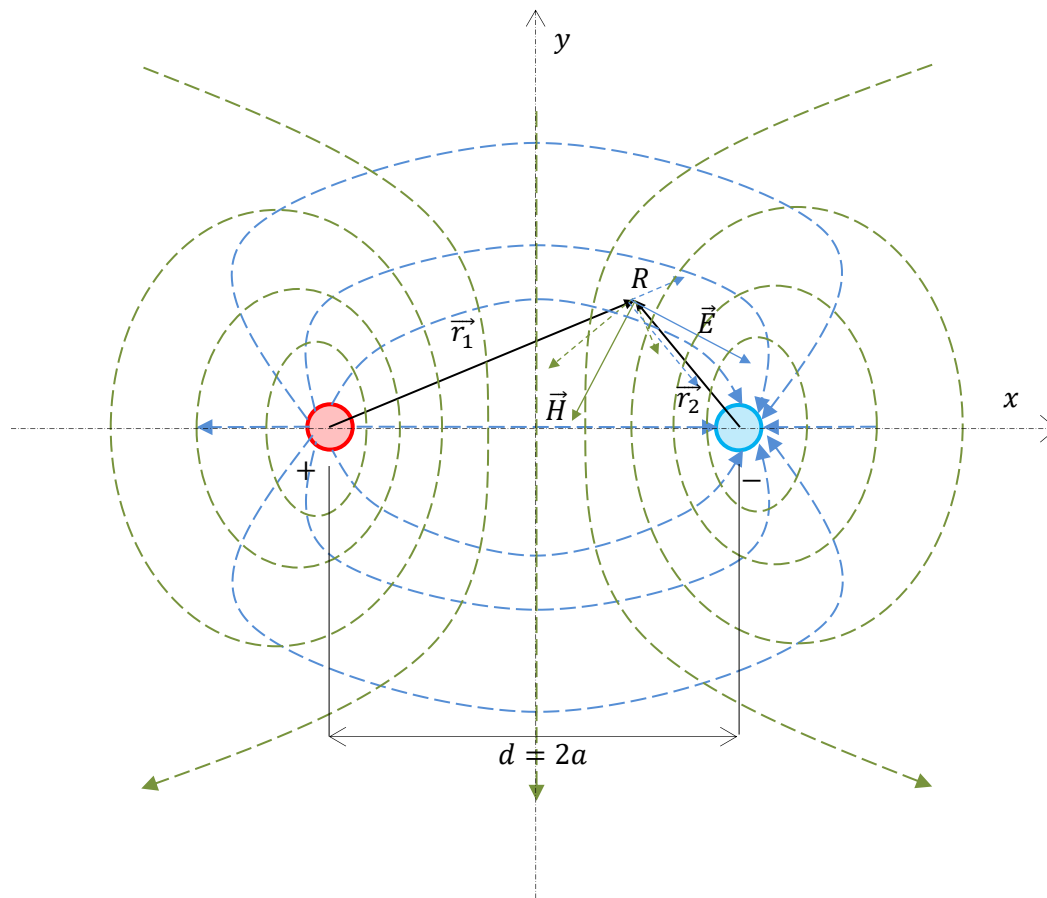
Según estos planteamientos resulta paradójal comprobar que los materiales que normalmente conocemos como conductores no son los que transportan el fluido que conocemos como energía. En cambio, los materiales que normalmente conocemos como aisladores son, en realidad, el medio por el cual fluye la energía electromagnética. Por esta

razón, en el ámbito de las telecomunicaciones, los cables y tubos de antena se conocen también como guías de onda. En resumen:

*La energía electromagnética se propaga por el medio aislador de permitividad dieléctrica  $\epsilon$  y permeabilidad magnética  $\mu$  en el cual están inmersos los conductores metálicos.*

### 6.1.5.1 Línea bipolar

Consideremos una línea de transmisión longitudinal compuesta por dos conductores metálicos de sección circular de diámetro  $\phi$ , separados en toda su longitud a una distancia  $d = 2a$ . En este caso particular, el campo eléctrico  $\vec{E}$  y la intensidad de campo magnético  $\vec{H}$  en el punto  $R(r, \varphi)$  de la Ilustración 6-6, corresponden a la suma vectorial de los respectivos campos generados por cada uno de los dos conductores.



*Ilustración 6-6: campos eléctricos y magnéticos de una línea bipolar*

En la línea 2 la carga eléctrica  $q_k$  por unidad de longitud y el sentido de circulación de la corriente  $I$  son de signo contrario a los de la línea 1. Por lo tanto, la suma de los respectivos campos eléctricos y magnéticos corresponde a las siguientes sumas vectoriales:

$$\vec{E} = \frac{q_k}{2\pi\epsilon} \left( \frac{\hat{r}_1}{r_1} - \frac{\hat{r}_2}{r_2} \right) ; \quad \vec{H} = \frac{I}{2\pi} \left( \frac{\hat{k} \times \hat{r}_1}{r_1} - \frac{\hat{k} \times \hat{r}_2}{r_2} \right)$$

La potencia por unidad de superficie que se transmite, el vector Poynting, corresponde al producto vectorial cruz de ambos vectores:

$$\vec{P} \left[ \frac{W}{m^2} \right] = \vec{E} \times \vec{H} = \left( \frac{q_k I}{2\pi\epsilon} \right) \left( \frac{\hat{r}_1}{r_1} - \frac{\hat{r}_2}{r_2} \right) \times \left( \frac{\hat{k} \times \hat{r}_1}{r_1} - \frac{\hat{k} \times \hat{r}_2}{r_2} \right)$$

El desarrollo de este producto vectorial conduce al siguiente resultado:

$$\vec{P} \left[ \frac{W}{m^2} \right] = \left( \left( \frac{q_k I}{4\pi^2 \epsilon} \right) \left( \frac{1}{r_1^2} - \frac{2 \cos(\gamma)}{r_1 r_2} + \frac{1}{r_2^2} \right) \right) \hat{k}$$

En esta expresión  $\gamma$  es el ángulo entre el vector  $\vec{r}_1$  y el vector  $\vec{r}_2$ .

La potencia  $\vec{P}$  por unidad de superficie, expresada en coordenadas polares, según el vector posición  $\vec{r}$  y el ángulo al centro  $\varphi$  es, para:

$$\vec{r}_1 = \vec{r} + \vec{a} \quad ; \quad \vec{r}_2 = \vec{r} - \vec{a}$$

$$\vec{P} \left[ \frac{W}{m^2} \right] = \left( \left( \frac{q_k I}{4\pi^2 \epsilon} \right) \left( \frac{4a^2}{r^4 - 2(ra)^2 \cos(2\varphi) + a^4} \right) \right) \hat{k}$$

Vemos, así, que la dirección en que se propaga la energía en el punto  $R$  coincide con el sentido longitudinal de la línea, representada por el vector unitario  $\hat{k}$ .

La capacitancia  $c$  por unidad de longitud de esta configuración se calculará según su definición:

$$c = \frac{q_k}{U_{21}}$$

en que

$$U_{21} = \int_{x_1}^{x_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

El campo eléctrico en un punto  $x$  situado sobre el eje  $x$  entre los conductores N° 1 y N° 2 está dado por la suma del campo  $\vec{E}_1$  creado por el conductor N° 1 y el campo  $\vec{E}_2$  creado por el conductor N° 2:

$$\vec{E}_1 = \left(\frac{q_k}{2\pi\epsilon}\right) \left(\frac{\hat{x}}{x+a}\right) \quad ; \quad \vec{E}_2 = -\left(\frac{q_k}{2\pi\epsilon}\right) \left(\frac{\hat{x}}{x-a}\right)$$

Por lo tanto:

$$\vec{E}(x) = \frac{q_k}{2\pi\epsilon} \left(\frac{\hat{x}}{x+a} - \frac{\hat{x}}{x-a}\right)$$

Reemplazando:

$$U_{21} = \left(\frac{q_k}{2\pi\epsilon}\right) \int_{-(a-\frac{\phi}{2})}^{+(a-\frac{\phi}{2})} \left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x-a}\right) dx$$

En que:

$$x_1 = -\left(a - \frac{\phi}{2}\right) \quad ; \quad x_2 = +\left(a - \frac{\phi}{2}\right)$$

La resolución de esta integral entre los límites señalados conduce al siguiente resultado para la tensión en función de la carga:

$$U_{21} = \left(\frac{q_k}{\epsilon\pi}\right) \ln\left(\frac{4a}{\phi} - 1\right)$$

Por lo tanto, en una línea bipolar la capacidad electrostática  $c$  y la carga eléctrica  $q_k$  por unidad de longitud, expresadas en función de la tensión aplicada, son:

$$c = \frac{\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{4a}{\phi} - 1\right)} \quad ; \quad q_k = \frac{\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{4a}{\phi} - 1\right)} U_{21}$$

Reemplazando, obtenemos la siguiente expresión en coordenadas polares para la potencia por unidad de superficie, expresada en función de la tensión aplicada  $U_{21}$  y la corriente  $I$  en las líneas:

$$\vec{P} \left[ \frac{W}{m^2} \right] = (U_{21} I) \left( \frac{a^2}{\pi \ln \left( \frac{4a}{\phi} - 1 \right)} \right) \left( \frac{1}{r^4 - 2(ra)^2 \cos(2\varphi) + a^4} \right) \hat{k}$$

Como vemos, la energía fluye en la dirección de la línea. La potencia por unidad de superficie es directamente proporcional al producto de la tensión  $U_{21}$  multiplicada por la intensidad de la corriente  $I$  e inversa de la distancia a los conductores, según la función cuadrática polar descrita. La potencia total transmitida corresponde a la integral de esta función en toda la superficie exterior a los conductores:

$$P [W] = \iint_S \vec{P} \cdot \partial \vec{S} \quad ; \quad \partial \vec{S} = (r \cdot \partial r \cdot \partial \varphi) \hat{k}$$

$$P[W] = (U_{21} I) \left( \frac{a^2}{\pi \ln \left( \frac{4a}{\phi} - 1 \right)} \right) \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left( \frac{r \cdot \partial r \cdot \partial \varphi}{a^4 - 2(ar)^2 \cos(2\varphi) + r^4} \right)$$

Analicemos la distribución del campo eléctrico  $\vec{E}$ , la intensidad de campo magnético  $\vec{H}$  y la potencia transmitida por unidad de superficie  $\vec{P}$  a lo largo de los ejes  $x$  e  $y$  del plano perpendicular al vector unitario  $\hat{k}$ . Por razones de simetría, basta con considerar los siguientes tramos o zonas:

A lo ancho del eje  $x$ :

Para  $\varphi = 0$  y  $\vec{r} = \vec{x}$

$$\vec{E}_{(x)} = U_{21} \left( \frac{a}{\ln \left( \frac{4a}{\phi} - 1 \right)} \right) \left( \frac{1}{a^2 - x^2} \right) \hat{x} \quad ; \quad \vec{H}_{(x)} = -I \left( \frac{a}{\pi} \right) \left( \frac{1}{a^2 - x^2} \right) \hat{y}$$

$$\vec{P} \left[ \frac{W}{m^2} \right] = (U_{21} I) \left( \frac{a^2}{\pi \ln \left( \frac{4a}{\phi} - 1 \right)} \right) \left( \frac{1}{(a^2 - x^2)^2} \right) \hat{k}$$

Zona entre los conductores :  $0 \leq x < \left( a - \frac{\phi}{2} \right)$

Al interior de los conductores :  $\left( a - \frac{\phi}{2} \right) < x < \left( a + \frac{\phi}{2} \right)$

Zona exterior a los conductores :  $\left( a + \frac{\phi}{2} \right) < x < +\infty$

A lo alto del eje  $y$ :

Para  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  y  $\vec{r} = \vec{y}$

$$\vec{E}_{(y)} = U_{21} \left( \frac{1}{\ln\left(\frac{4a}{\phi} - 1\right)} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{a^2 + y^2}} \right) \hat{x} \quad ; \quad \vec{H}_{(y)} = -I \left( \frac{1}{\pi} \right) \left( \frac{1}{\sqrt{a^2 + y^2}} \right) \hat{y}$$

$$\vec{P} \left[ \frac{W}{m^2} \right] = (U_{21} I) \left( \frac{a^2}{\pi \ln\left(\frac{4a}{\phi} - 1\right)} \right) \left( \frac{1}{y^2 + a^2} \right) \hat{k}$$

Zona desde el punto central equidistante hasta el infinito:  $0 \leq y < \pm\infty$

Las gráficas que se muestran en la Ilustración 6-7 y la Ilustración 6-8 corresponden a la aplicación de estas funciones a una línea bipolar de las siguientes características:

$$\begin{aligned} \phi &= 10 \text{ [mm]} & U &= 10 \text{ [kV]} \\ a &= 15 \text{ [mm]} & I &= 400 \text{ [A]} \end{aligned}$$

En el centro equidistante entre los dos conductores el campo eléctrico presenta un mínimo de  $0,41 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$  y en la superficie de los conductores presenta un máximo de  $0,75 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$ <sup>26</sup>. En el centro equidistante entre los dos conductores la intensidad del campo magnético presenta un mínimo de  $8,49 \left[ \frac{A}{mm} \right]$  y en la superficie de los conductores presenta un máximo de  $15,3 \left[ \frac{A}{mm} \right]$ .

Igualmente, como se muestra en Ilustración 6-9, en el centro equidistante entre los dos conductores, la distribución de la potencia por unidad de superficie presenta un mínimo de  $3,5 \left[ \frac{kW}{mm^2} \right]$ , mientras que en la superficie de los conductores presenta un máximo de  $11,4 \left[ \frac{kW}{mm^2} \right]$ .

---

<sup>26</sup> Dado que el campo eléctrico indicado alcanza máximos de  $0,75 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$ , esta configuración se puede sustentar en aire, cuya rigidez dieléctrica es del orden de  $1 \text{ a } 3 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$ , sin que se produzca efecto corona, ni se rompa o perfore.

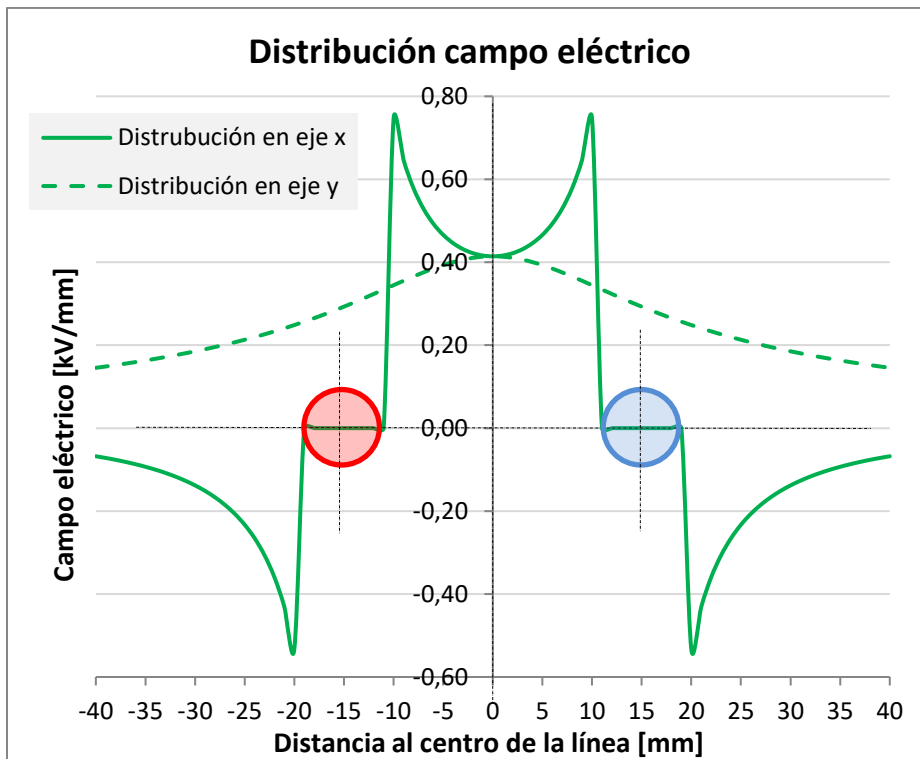


Ilustración 6-7: distribución del campo eléctrico para una línea bipolar

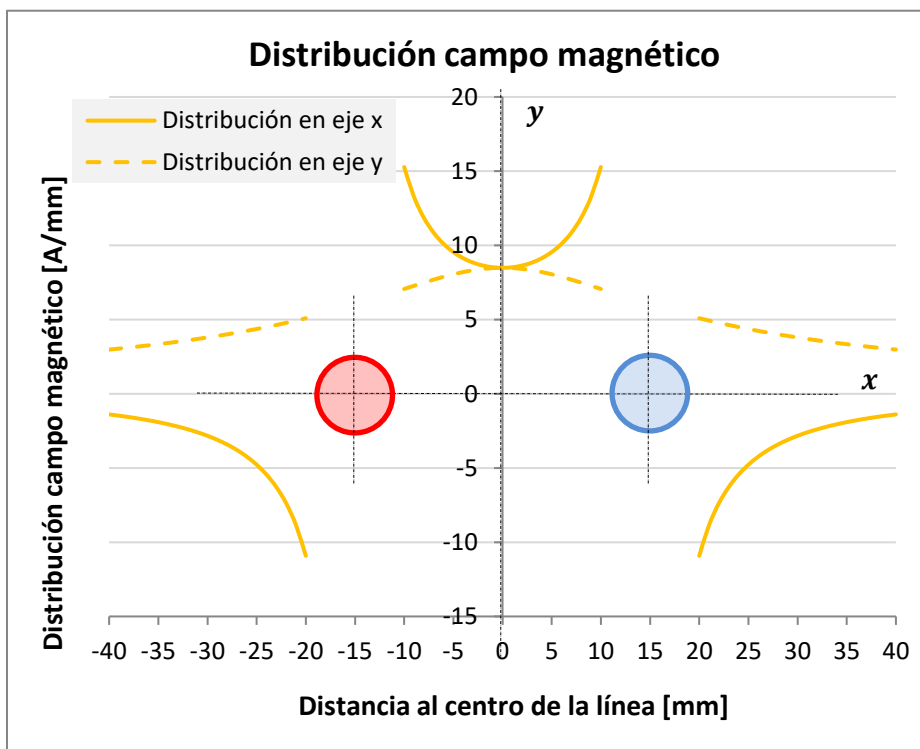


Ilustración 6-8: distribución de la intensidad de campo magnético para una línea bipolar



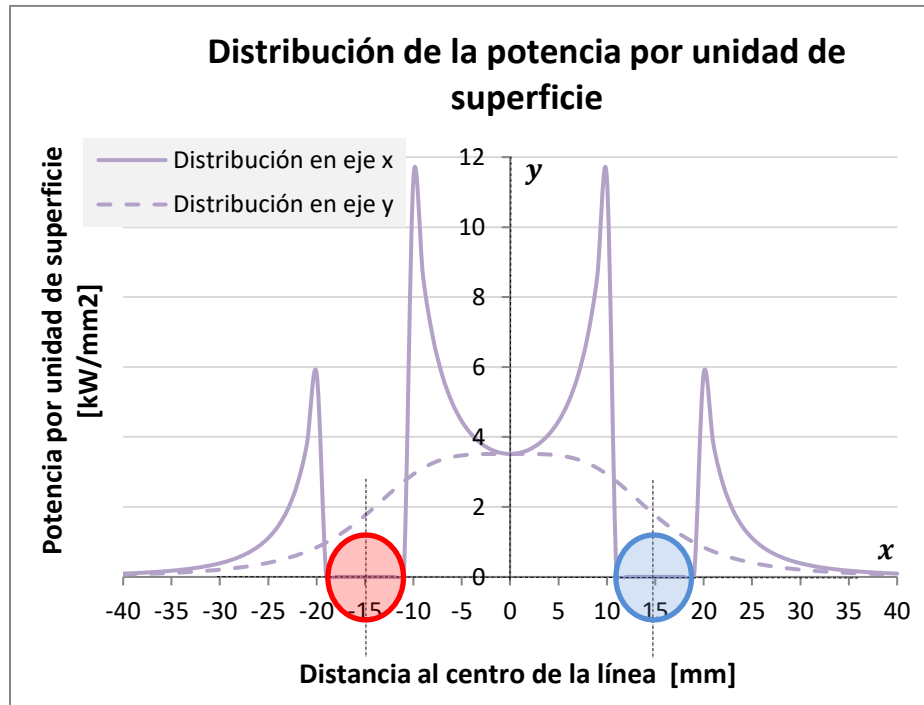


Ilustración 6-9: distribución de potencia por unidad de superficie para una línea bipolar

En la hoja "Campos (2 cond. par.)" del archivo asociado al Capítulo 6 en la página web del libro, se entrega una herramienta que permite graficar el campo eléctrico y campo magnético resultante para distintas características de conductor y de tensión y corriente. Asimismo, en la hoja "Potencia (2 cond. par.)" del archivo asociado al Capítulo 6 en la página web del libro, se entrega una herramienta que permite graficar la distribución de potencia para distintas características de conductor y de tensión y corriente.

### 6.1.5.2 Línea coaxial

Consideremos ahora el caso de una línea coaxial compuesta por un conductor central de diámetro  $\phi_1$  y una coraza conductora o armadura exterior de diámetro  $\phi_2$ , separados por un material aislador de permitividad dieléctrica  $\epsilon$ , entre los cuales se aplica una tensión  $U_{21}$ . Por efecto de la tensión aplicada los conductores adquieren una carga  $q_k$  por unidad de longitud de polaridad contraria.

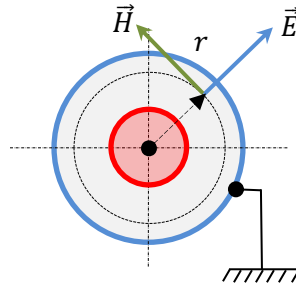


Ilustración 6-10: línea coaxial del ejemplo

Al interior de la línea coaxial, en el espacio comprendido entre la superficie exterior del conductor central y a superficie interior de la coraza, el campo eléctrico está dado por:

$$\vec{E} = q_k \frac{1}{2\pi \cdot \varepsilon \cdot r} \hat{r}$$

Para expresar el campo eléctrico en función de la tensión  $U_{21}$  aplicada es necesario determinar la capacitancia por unidad de longitud  $c$ :

$$U_{21} = \int_{\frac{\phi_1}{2}}^{\frac{\phi_2}{2}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{q_k}{2\pi\varepsilon} \int_{\frac{\phi_1}{2}}^{\frac{\phi_2}{2}} \frac{dr}{r}$$

Integrando entre los límites señalados:

$$U_{21} = \frac{q_k}{2\pi\varepsilon} \ln\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)$$

Por lo tanto:

$$c = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)} ; \quad q_k = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)} U_{21}$$

Reemplazando:

$$\vec{E} = \frac{U_{21}}{\ln\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)} \frac{\hat{r}}{r}$$

Vemos así, que el campo eléctrico al interior del cable es máximo en la superficie del conductor central y disminuye en forma inversa con la distancia hasta alcanzar la superficie

interior del conductor exterior. En el espacio exterior al cable coaxial, el campo eléctrico es nulo:

$$\vec{E} = (+q_k - q_k) \frac{1}{2\pi \cdot \epsilon \cdot r} \hat{r} = 0$$

Esta particularidad permite proteger a las personas y objetos de los campos eléctricos intensos, razón por la cual este tipo de cables se utiliza preferentemente en sistemas de potencia subterráneos de media y alta tensión. Con este objeto, la armadura se conecta sólidamente a tierra. La potencia por unidad de superficie, el vector Poynting, está dado por:

$$\vec{E} = \frac{U_{21}}{\ln\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)} \frac{\hat{r}}{r} \quad ; \quad \vec{H} = \frac{I}{2\pi} \frac{\hat{k} \times \hat{r}}{r}$$

$$\vec{P} \left[ \frac{W}{m^2} \right] = \vec{E} \times \vec{H} = (U_{21}I) \left( \frac{1}{2\pi \ln\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)} \right) \left( \frac{1}{r^2} \right) \hat{k}$$

La potencia total es, por lo tanto:

$$P = \iint_S \vec{P} \cdot \partial \vec{S} \quad ; \quad \partial \vec{S} = 2\pi r \partial r \hat{k}$$

$$P[W] = (U_{21}I) \left( \frac{1}{2\pi \ln\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)} \int_{\frac{\phi_1}{2}}^{\frac{\phi_2}{2}} \frac{2\pi r \partial r}{r^2} \right) \equiv (U_{21}I)^{27}$$

Aplicación a una línea coaxial para 8.000 [kW] de las siguientes características:

- Diámetro conductor central :  $\phi_1 = 10$  [mm]
- Diámetro interior coraza :  $\phi_2 = 20$  [mm]
- Tensión aplicada :  $U_{21} = 20$  [kV]
- Corriente en el circuito :  $I = 400$  [A]

---

<sup>27</sup> Este resultado es coherente con lo esperado:  $P = U \cdot I$ .

El campo eléctrico alcanza un máximo de  $5,8 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$  en la superficie del conductor central y un mínimo de  $2,9 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$  en la superficie interior del conductor exterior<sup>28</sup>. La intensidad del campo magnético alcanza a  $12,7 \left[ \frac{A}{m} \right]$  en la superficie del conductor central y  $6,4 \left[ \frac{A}{m} \right]$  en la superficie interior del conductor exterior. La potencia por unidad de superficie alcanza un máximo de  $73,5 \left[ \frac{kW}{mm^2} \right]$  en la superficie del conductor central y un mínimo de  $18,4 \left[ \frac{kW}{mm^2} \right]$  en la superficie interior del conductor exterior. Para la potencia total de  $8.000 \left[ kW \right]$ , la densidad media de potencia es de  $34 \left[ \frac{kW}{mm^2} \right]$ .

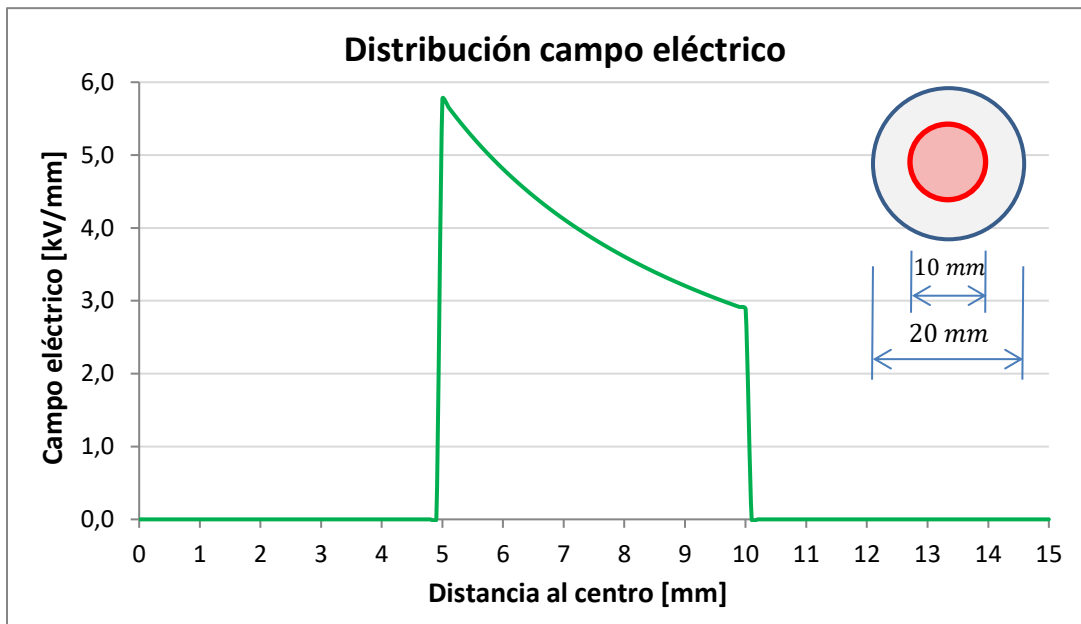


Ilustración 6-11: distribución campo eléctrico de línea coaxial

<sup>28</sup> Dado que el campo eléctrico en la superficie del conductor central alcanza un máximo de  $5,8 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$ , esta configuración no se puede sustentar en aire, cuya rigidez dieléctrica máxima es, a lo más, de  $3 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$ . Por esta razón, en este tipo de cables coaxiales se utiliza PVC, teflón u otros materiales orgánicos plásticos de diferentes densidades, cuya rigidez dieléctrica es del orden de  $8 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$  o mayor, lo que les permite soportar fácilmente campos eléctricos superiores a  $6 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$  sin perforarse ni presentar efecto corona. Comprobamos además que, a diferencia de lo que ocurre con las líneas bipolares (abiertas), este tipo de cables coaxiales (cerrados) permite transmitir mayores niveles de potencia y tensión, con altos niveles de seguridad.

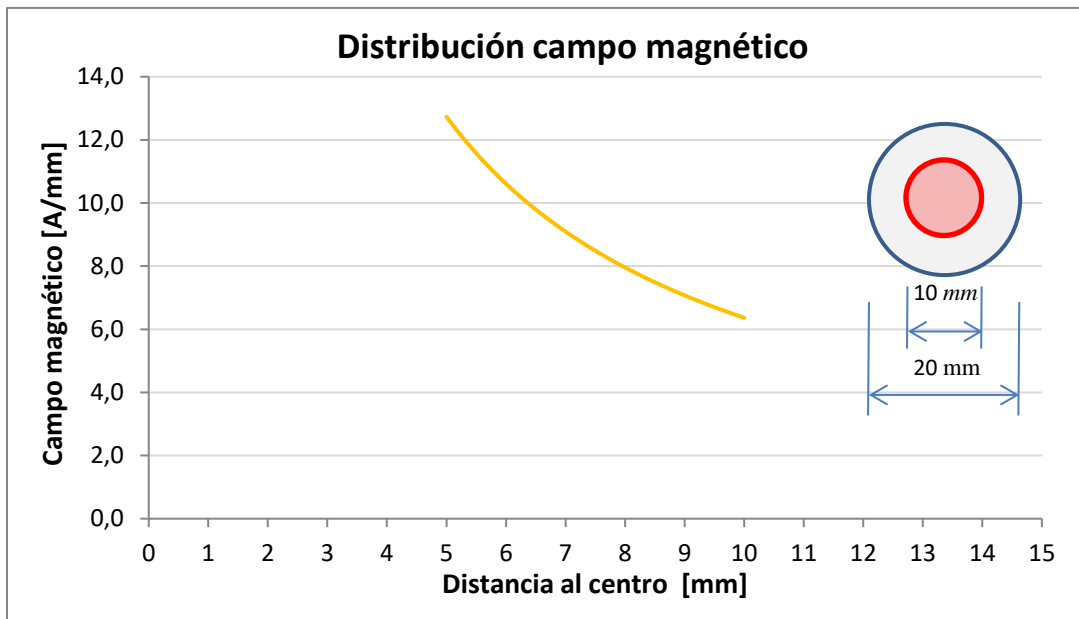


Ilustración 6-12: distribución intensidad de campo magnético de línea coaxial

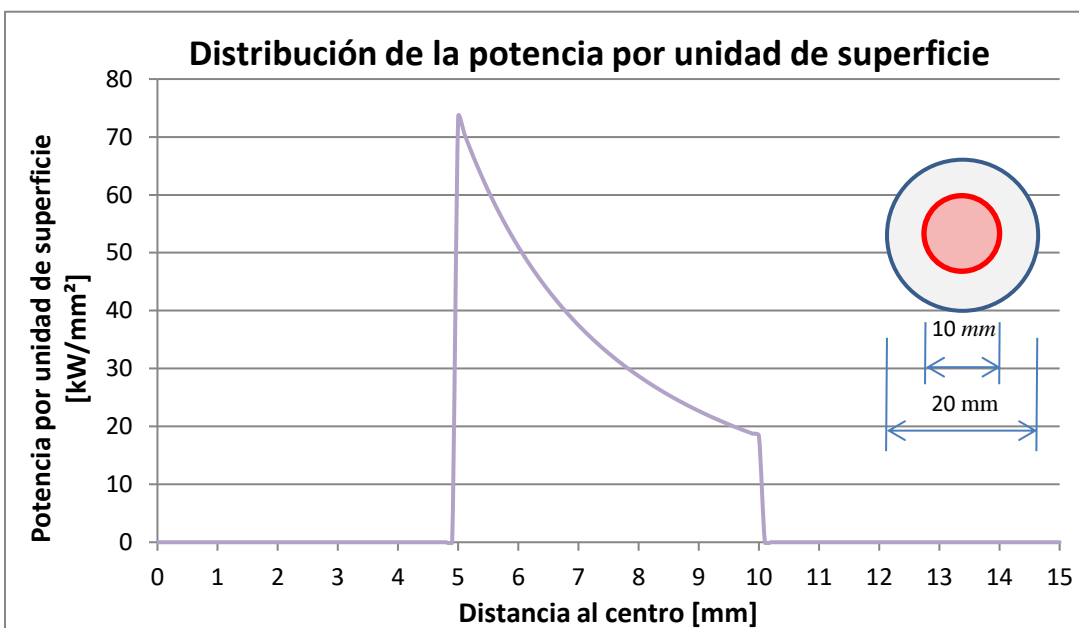


Ilustración 6-13: distribución de potencia por unidad de superficie de línea coaxial

En la hoja "Ecuaciones campo (cond.coax.)" del archivo asociado al Capítulo 6 en la página web del libro, se entrega una herramienta que permite graficar la distribución del campo eléctrico, campo magnético y distribución de potencia para distintos radios de conductor coaxial y de tensión y corriente.

## 6.1.6 Velocidad de propagación y velocidad de migración

### 6.1.6.1 Velocidad de propagación

Entendemos por velocidad de propagación a la velocidad con que se mueve o propaga la energía electromagnética en el medio aislador  $E_M$ .

La teoría electromagnética nos enseña que la velocidad de propagación  $v_p$  de las ondas electromagnéticas (la luz) se puede calcular a partir de la permitividad dieléctrica  $\epsilon$  y la permeabilidad magnética  $\mu$  del medio aislador, según la siguiente expresión<sup>29</sup>:

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

Según la teoría de la relatividad, la velocidad de propagación  $c$  de la luz en el vacío es una constante universal cuyo valor, medido experimentalmente, es:

$$c = 299.792.458 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Por razones de compatibilidad dimensional, el Sistema Internacional SI ha definido el valor de la permeabilidad magnética en el vacío  $\mu_0$  de la siguiente forma:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[ \frac{H}{m} \right]$$

Por lo tanto, la permitividad dieléctrica  $\epsilon_0$ , calculada a partir de la velocidad de la luz en el vacío, está dada por:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{c^2 \mu_0} = 8,85419 \times 10^{-12} \left[ \frac{F}{m} \right]$$

---

<sup>29</sup> La velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas se podría haber obtenido aplicando directamente el valor descrito en las ecuaciones de Maxwell. En efecto, consideremos, por ejemplo, el valor de la inductancia  $l$  y la capacitancia  $c$  por unidad de longitud de una línea coaxial cualquiera (6.2.2 y 6.2.3), vemos que el coeficiente  $\sqrt{lc}$  es igual a  $\sqrt{\mu\epsilon}$ :

$$\sqrt{lc} = \sqrt{\frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right) \cdot \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)}} = \sqrt{\mu\epsilon}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{lc}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = c$$

Dado que la permeabilidad magnéticas  $\mu$  y la permitividad dieléctrica  $\epsilon$ , de los medios aisladores siempre son mayores que las del vacío, la velocidad de propagación  $v_p$  de las ondas electromagnéticas en el medio aislador siempre es inferior a la del vacío. El cociente entre ambas velocidades se conoce como índice de refracción, cuyo valor para cada tipo de material, siempre es mayor que la unidad.

$$n = \frac{c}{v_p} = \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0}}$$

En la Tabla 6-1 se muestran algunos valores de referencia.

Tabla 6-1: Índice de refracción de algunos materiales aislantes

Material	Índice de refracción
Vacío	1,00
Aire	1,0000294
Hielo	1.31
Agua	1,33
Alcohol etílico	1.36
Éter	1,36
Metacrilato	1,49
Benceno	1,50
Vidrio	1,50
Cuarzo	1,54

Vemos, así, que la velocidad de propagación en el aire es prácticamente igual a la del vacío, de tal manera que en las líneas de transmisión conocidas como abiertas, es decir, las que utilizan el aire como medio aislador entre los cables conductores metálicos desnudos, la velocidad de propagación es, prácticamente, igual a la velocidad  $c$ . En fibras ópticas, en cambio, así como en cualquier sistema de transmisión que se encuentre aislado con vidrio, la velocidad de propagación  $v_p$  es aproximadamente igual a  $\frac{2}{3}$  de la velocidad en el vacío:

$$v_p = \frac{c}{n} = \frac{299.792.458}{1,50} \approx 200.000.000 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Dado que la mayoría de los materiales aisladores como la mica y otros de origen orgánico como el aceite, el PVC, el papel, etc., no presentan propiedades magnéticas, su permeabilidad magnética  $\mu$  es prácticamente igual a la del vacío. Por lo tanto, en este tipo de materiales la velocidad de propagación depende exclusivamente de su permitividad dieléctrica  $\epsilon$ :

$$\mu \approx \mu_0 \rightarrow v_p \approx \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$$

En la Tabla 6-2 se muestran algunos valores de para la permitividad dieléctrica de algunos materiales aislantes.

Tabla 6-2: permitividad dieléctrica relativa de algunos materiales aislantes

Material aislador	Permitividad dieléctrica relativa
Aceite	2,8
Caucho	20 a 50
PVC	30 a 40
Baquelita	50 a 80
Mica	5,4
Polietileno	2,53

En líneas de transmisión coaxiales que utilizan como material aislador el PVC o algún otro compuesto orgánico, la velocidad de propagación puede llegar a ser un sexto de la del vacío:

$$v_p \approx \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} = \frac{299.792.458}{\sqrt{36}} \approx 50.000.000 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

### 6.1.6.2 Velocidad de migración

Entendemos por velocidad de migración a la velocidad con que se mueven las partículas elementales cargadas eléctricamente que existen al interior de los materiales conductores. En conductores metálicos las partículas elementales corresponden a los electrones libres de conducción. En el caso de los acumuladores (baterías) y cubas



electrolíticas, el movimiento se refiere a los iones positivos y negativos que circulan por el electrolito hasta las placas o electrodos.

La velocidad de migración  $v_m$  se puede expresar como el cociente entre la densidad de corriente  $J$  (el flujo de cargas por unidad de tiempo y por unidad de sección) y la cantidad de cargas eléctricas  $q_V$  por unidad de volumen contenida en la masa conductora, de volumen  $V$ , sección  $S$  y largo  $k$ . Para

$$J = \frac{I}{S} \quad ; \quad I = \frac{Q}{t} \quad ; \quad q_V = \frac{Q}{V} \quad ; \quad V = S \cdot k$$

la velocidad de migración es:

$$v_m = \frac{J}{q_V}$$

Consideremos la línea de cobre bipolar del ejemplo anterior, caracterizada por los siguientes parámetros:

- Diámetro de los conductores de cobre: :  $\phi = 10 \text{ [mm]}$
- Intensidad de la corriente: :  $I = 400 \text{ [A]}$
- Densidad del cobre: :  $d_{Cu} = 8.906 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
- Masa atómica del cobre: :  $M_{Cu} = 63,64 \text{ [g/mol]}$
- Valencia (electrones de conducción): :  $v = 2$

Las cargas eléctricas libres  $q_V$  por unidad de volumen contenida en el volumen  $V$  de sección  $S$  y largo  $l$  del conductor metálico está dada por:

$$q_V = \frac{e \cdot N_A \cdot v \cdot d}{M}$$

En que:

- $e = 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ [C]}$ : : carga del electrón y
- $N_A = 6,02263 \cdot 10^{23} \text{ [mol}^{-1}\text{]}$ : : número de Avogadro.

Las cargas eléctricas libres  $q_v$  por unidad de volumen característica del cobre es, por lo tanto, igual a:

$$q_{v_{Cu}} = \frac{1,60219 \cdot 10^{-19} [C] \cdot 6,02263 \cdot 10^{23} [mol^{-1}] \cdot 2 \cdot 0,008906 \left[ \frac{g}{mm^3} \right]}{63,64 \left[ \frac{g}{mol} \right]} = 27,01 \left[ \frac{C}{mm^3} \right]$$

Por lo tanto:

$$v_m = \frac{5,09 \left[ \frac{A}{mm^2} \right]}{27,01 \left[ \frac{C}{mm^3} \right]} = 0,189 \left[ \frac{mm}{s} \right]$$

Como vemos, contrariamente a lo que se podría suponer, la velocidad de migración  $v_m$  de los electrones libres de conducción es extremadamente lenta comparada con la velocidad de propagación  $v_p$  de la onda electromagnética asociada.

## 6.2 Parámetros unitarios distribuidos

Los parámetros eléctricos principales que caracterizan una línea de transmisión son, básicamente, los siguientes:

- La resistencia eléctrica  $R$  de los conductores metálicos.
- La inductancia  $L$  del circuito eléctrico enlazado por el circuito conductor.
- La capacidad electrostática o capacitancia  $C$  entre los conductores metálicos.
- La conductancia  $G$  del material aislador existente entre los conductores.

Por las características regulares de las líneas de transmisión longitudinales, estos parámetros están uniformemente distribuidos a lo largo de cada tramo, de tal manera que resulta muy útil referirse a ellos en términos del respectivo valor unitario.

### 6.2.1 Resistencia unitaria $r$ por unidad de longitud

Por definición, la resistencia eléctrica de un conductor corresponde a la caída de tensión  $\Delta U$  por unidad de intensidad de la corriente  $I$  que circula por él. Su unidad de medida es el ohmio [ $\Omega$ ]:

$$R[\Omega] = \frac{\Delta U[V]}{I[A]}$$

Por efecto del campo eléctrico aplicado, las cargas eléctricas libres de conducción contenidas en los metales se aceleran hasta colisionar con los átomos de la red cristalina, transfiriéndoles parte de su energía y haciéndolos vibrar: el conductor se calienta. Por lo tanto, además de la energía  $E_c$  demandada por el consumo en el extremo receptor, el generador debe suministrar también la energía  $E_p$  disipada en el trayecto de longitud  $k$ :

$$E_k = E_c + E_p$$

La caída de tensión  $\Delta U$  es, por definición, el trabajo mecánico (el calor) o energía  $E_p$  transferida a la red cristalina por unidad de carga eléctrica  $\Delta Q$ . La intensidad de la corriente  $I$  es, por definición, el flujo de cargas  $\Delta Q$  por unidad de tiempo  $\Delta t$ . Reemplazando en la expresión para la resistencia eléctrica, vemos que la fracción de la energía eléctrica  $E_p$  que se transforma en calor (las pérdidas) está dada por la conocidísima ecuación de Joule. En efecto, para:

$$\Delta U = \frac{E_p}{\Delta Q} \quad ; \quad I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad ; \quad R = \frac{\Delta U}{I}$$

$$E_p = I^2 R \cdot \Delta t$$

En un conductor regular de sección constante  $S$  y longitud  $k$ , la resistencia eléctrica se puede calcular mediante la siguiente relación:

$$R = \frac{\rho \cdot k}{S}$$

En esta expresión el parámetro  $\rho$  es la resistividad eléctrica del material o resistencia específica y corresponde a la resistencia eléctrica de un cubo de  $1 [m^2]$  de sección y  $1 [m]$  de longitud. Su unidad de medida es el ohmio-metro  $[\Omega m]$ .

La resistencia unitaria  $r$  por unidad de longitud corresponde al cociente entre la resistencia  $R$  de la línea y su longitud  $k$ . Su unidad de medida es el ohmio por metro  $\left[\frac{\Omega}{m}\right]$ .

$$r \left[\frac{\Omega}{m}\right] = \frac{R}{k} = \frac{\rho}{S}$$

En el caso de una línea de transmisión bipolar, obviamente, es necesario considerar la suma de las resistencias de cada uno de los dos conductores. Igualmente, en el caso de una línea coaxial, es necesario sumar y considerar, separadamente, la resistencia del cable central y la del cable periférico.

En condiciones de temperatura normal, en general se acepta que la resistividad de los metales conductores permanece aproximadamente constante, sin embargo, como sabemos, aumenta con la temperatura. Como se muestra en la Ilustración 6-14, la resistividad de los metales aumenta con la temperatura en forma aproximadamente lineal, tendiendo a cero a temperaturas cercanas al cero absoluto ( $-273[^\circ\text{C}]$ )<sup>30</sup>. Por lo tanto, es posible aplicar la siguiente relación lineal, aproximada al primer grado, para determinar la resistividad eléctrica a cualquier temperatura:

$$\rho(T) \approx \frac{273 + T[^\circ\text{C}]}{273 + T_0[^\circ\text{C}]} \rho_0$$

---

<sup>30</sup> A temperaturas muy bajas, alrededor de  $4[^\circ\text{K}]$  ( $-269[^\circ\text{C}]$ ), o algo superiores, algunos metales presentan un peculiar cambio de estado: se transforman en superconductores. La resistencia eléctrica desaparece por completo, lo que significa que los electrones son capaces de moverse por la red cristalina sin chocar y, por lo tanto, sin transferir ni perder energía. En estas condiciones se desarrollan intensidades de corriente altísimas sin que el metal se caliente en absoluto. Las cargas se mueven por la red cristalina a gran velocidad, desarrollando campos magnéticos permanentes de gran intensidad. Según los postulados de la mecánica cuántica, este fenómeno se explica considerando que, a esas temperaturas, los niveles energéticos cuánticos de los átomos de la red cristalina son incompatibles con los niveles energéticos cuánticos de los electrones de conducción y, por lo tanto, resulta imposible la transferencia de energía entre ellos. Los electrones se moverán sin chocar por los intersticios de la red cristalina, es como si la red cristalina fuera completamente transparente al flujo de los electrones.

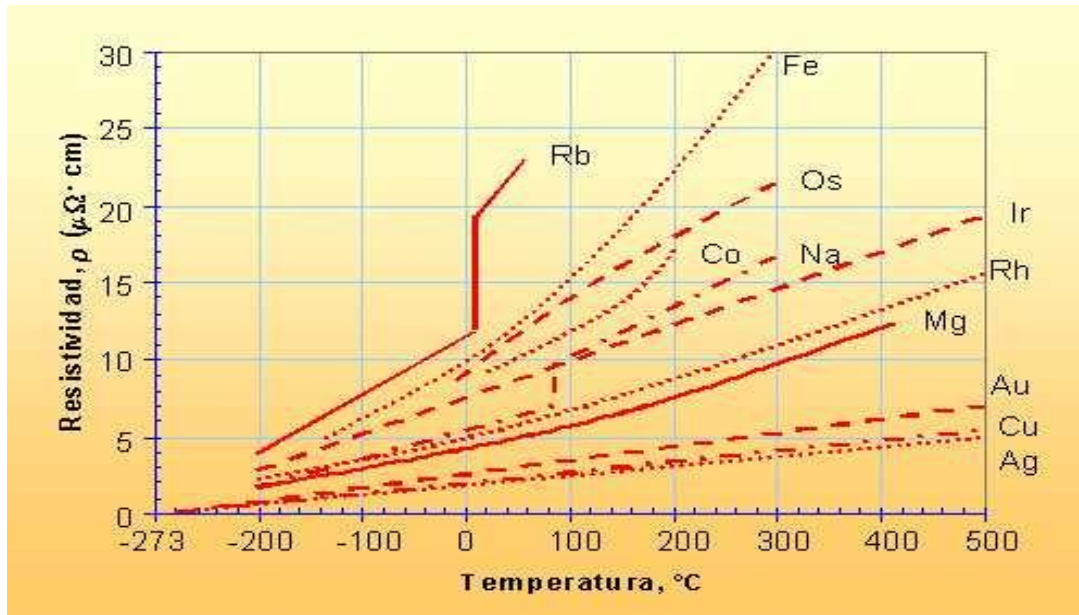


Ilustración 6-14: resistividad en función de la temperatura para algunos elementos

En la Tabla 6-3 se muestran valores aproximados de la resistividad de algunos metales conductores de uso común, referida a 20 [°C].

Tabla 6-3: resistividad eléctrica de algunos materiales

Metal	Símbolo	Resistividad a 20 [°C] [ $m\Omega \cdot mm$ ]
Plata	Ag	0,0157
Cobre	Cu	0,0166
Oro	Au	0,0218
Aluminio	Al	0,0262
Wolframio	W	0,0554
Hierro	Fe	0,0961
Acero	Fe, C	0,7127
Platino	Pt	0,1089
Plomo	Pb	0,2178

### 6.2.2 Inductancia unitaria $l$ por unidad de longitud

Por definición, la inductancia  $L$  corresponde al flujo magnético  $\Phi$  por unidad de la corriente  $I$  que enlaza un circuito. Su unidad de medida es el henrio [ $H$ ]:

$$L[H] = \frac{\Phi[Wb]}{I[A]}$$

El flujo magnético se puede calcular mediante la integral de vector campo magnético  $\vec{B}$  en toda la superficie o área a través de la cual fluyen las líneas magnéticas enlazadas por la corriente  $I$  del circuito. Para  $\vec{B} = \mu\vec{H}$ :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Al establecerse una corriente  $I$  se crea un campo magnético, enlazado por el circuito, el cual representa una acumulación de energía  $E_M$  que debe ser suministrada por el equipo generador. El circuito se carga con energía magnética  $E_M$ , cuyo valor está dado por:

$$E_M = \frac{1}{2} I^2 L$$

El valor de la inductancia  $L$  del circuito es función de la configuración geométrica de los conductores del circuito. En el caso de una línea bipolar (sección 6.1.5.1), dado que, necesariamente, todo el flujo magnético debe pasar por el plano definido por el eje  $x$  entre los conductores y el largo  $k$  de la línea, el flujo magnético total  $\Phi$  se puede calcular integrando el vector  $\vec{H}$ , representativo de la intensidad de campo magnético en este plano. Para:

$$\vec{H}_{(x)} = -I \left( \frac{a}{\pi} \right) \left( \frac{1}{a^2 - x^2} \right) \hat{y} \quad ; \quad \Phi = \mu \int_{-(a-\frac{\phi}{2})}^{+(a-\frac{\phi}{2})} \int_0^k -I \left( \frac{a}{\pi} \right) \left( \frac{1}{a^2 - x^2} \right) dx dk$$

La resolución de esta integral entre los límites señalados conduce a los siguientes valores para la inductancia total  $L$  y la inductancia por unidad de longitud  $k$ :

$$L_{bipolar}[H] = \frac{\mu}{\pi} \ln \left( \frac{4a}{\phi} - 1 \right) k$$

$$l_{bipolar} \left[ \frac{H}{m} \right] = \frac{\mu}{\pi} \ln \left( \frac{4a}{\phi} - 1 \right)$$

Igualmente, en el caso de una línea coaxial (sección 6.1.5.2), dado que, necesariamente, todo el flujo magnético debe pasar por el plano definido por el radio  $r$  entre

el conductor interior y el exterior y el largo  $l$  de la línea, el flujo magnético total  $\Phi$  se puede calcular integrando el vector  $\vec{H}$ , representativo del campo magnético en este plano. Para:

$$\vec{H}_{(r)} = I \left( \frac{1}{2\pi} \right) \left( \frac{1}{r} \right) \hat{y} \quad ; \quad \Phi = \mu \int_{\frac{\phi_1}{2}}^{\frac{\phi_2}{2}} \int_0^k \left( \frac{I}{2\pi} \right) \left( \frac{\partial r}{r} \right) \partial k$$

La resolución de esta integral entre los límites señalados conduce a los siguientes valores para la inductancia total  $L$  y la inductancia por unidad de longitud  $k$ :

$$L_{coaxial}[H] = \frac{\mu}{2\pi} \ln \left( \frac{\phi_2}{\phi_1} \right) k$$

$$l_{coaxial} \left[ \frac{H}{m} \right] = \frac{\mu}{2\pi} \ln \left( \frac{\phi_2}{\phi_1} \right)$$

### 6.2.3 Capacitancia unitaria $c$ por unidad de longitud

Por definición, la capacitancia o capacidad electrostática  $C$  corresponde a la carga eléctrica  $Q$  por unidad de tensión que adquieren los conductores metálicos cuando se les aplica una tensión  $\Delta U$ . Su unidad de medida es el faradio [ $F$ ]:

$$C[F] = \frac{Q[C]}{\Delta U[V]}$$

Al aplicar una tensión  $U_{21}$  entre los dos conductores se crea un campo electrostático entre ellos, el cual representa una acumulación de energía que debe ser suministrada por el equipo generador. El circuito se carga con energía electrostática  $E_E$ , cuyo valor está dado por:

$$E_E = \frac{1}{2} U_{21}^2 C$$

El valor de la capacitancia  $C$  es función de la configuración geométrica de los conductores del circuito. En el caso de una línea bipolar (sección 6.1.5.1), la capacitancia total  $C$  y la capacitancia  $c$  por unidad de longitud están dados por:

$$C_{bipolar}[F] = \frac{\pi \epsilon}{\ln \left( \frac{4a}{\phi} - 1 \right)} k$$

$$c_{bipolar} \left[ \frac{F}{m} \right] = \frac{\pi \epsilon}{\ln \left( \frac{4a}{\phi} - 1 \right)}$$

En el caso de una línea coaxial (sección 6.1.5.2), la capacitancia total  $C$  y la capacitancia por unidad de longitud  $c$  están dados por:

$$C_{coaxial}[F] = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left( \frac{\phi_2}{\phi_1} \right)} k$$

$$c_{coaxial} \left[ \frac{F}{m} \right] = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left( \frac{\phi_2}{\phi_1} \right)}$$

#### 6.2.4 Conductancia unitaria $g$ por unidad de longitud

Por definición, la conductancia  $G$  es la corriente  $I$  que circula a través de un medio por unidad de tensión  $\Delta U$  aplicada, correspondiendo al valor recíproco de la respectiva resistencia eléctrica. Su unidad de medida en el Sistema SI es el siemens  $[S]$ .

$$G[S] = \frac{I}{\Delta U}$$

En un conductor regular de sección  $S$  y longitud  $l$ , la conductancia eléctrica se puede calcular mediante la siguiente relación:

$$G = \frac{\sigma S}{l}$$

En esta expresión el parámetro  $\sigma$  es la conductividad eléctrica del material y su unidad de medida es el siemens por metro  $\left[ \frac{S}{m} \right]$ , correspondiendo a la conductancia eléctrica de un cubo de  $1 [m^2]$  de sección y  $1 [m]$  de longitud. Su valor es el inverso de la resistividad del material:

$$\sigma \left[ \frac{S}{m} \right] = \frac{1}{\rho} \quad ; \quad \rho [\Omega m] = \frac{1}{\sigma}$$

En equipos eléctricos se usa una gran variedad de materiales aisladores, la mayoría de los cuales son de origen orgánico. Como se muestra en la Ilustración 6-15, a diferencia de lo que ocurre con los materiales metálicos conductores, la resistividad de los materiales



aisladores disminuye con la temperatura. Los valores de este parámetro, desde luego bastante altos, pueden alcanzar valores superiores a  $10^{15} [\Omega m]$ .

La conductancia  $G$  característica de las líneas de transmisión se refiere a los pequeñísimos niveles de corrientes que se fugan de un conductor al otro a través del material aislador, conocidas como corrientes de fuga  $I_F$ . La baja conductancia de los materiales aisladores se explica por la presencia de pequeñas cantidades de impurezas que aportan algunos electrones o iones, positivos y negativos, generados por el campo eléctrico aplicado. Las pérdidas de energía asociadas, si bien son muy pequeñas, nos dan una idea de la calidad y estado en que se encuentran los materiales aisladores. Las corrientes de fuga corresponden a pequeñísimas cargas conectadas en paralelo, razón por la cual resulta muy práctico evaluarlas por la potencia de fuga  $P_F$  y por su conductancia  $G$ :

$$G[S] = \frac{I_F}{U_{21}} \quad ; \quad P_F[W] = U_{21}^2 G$$

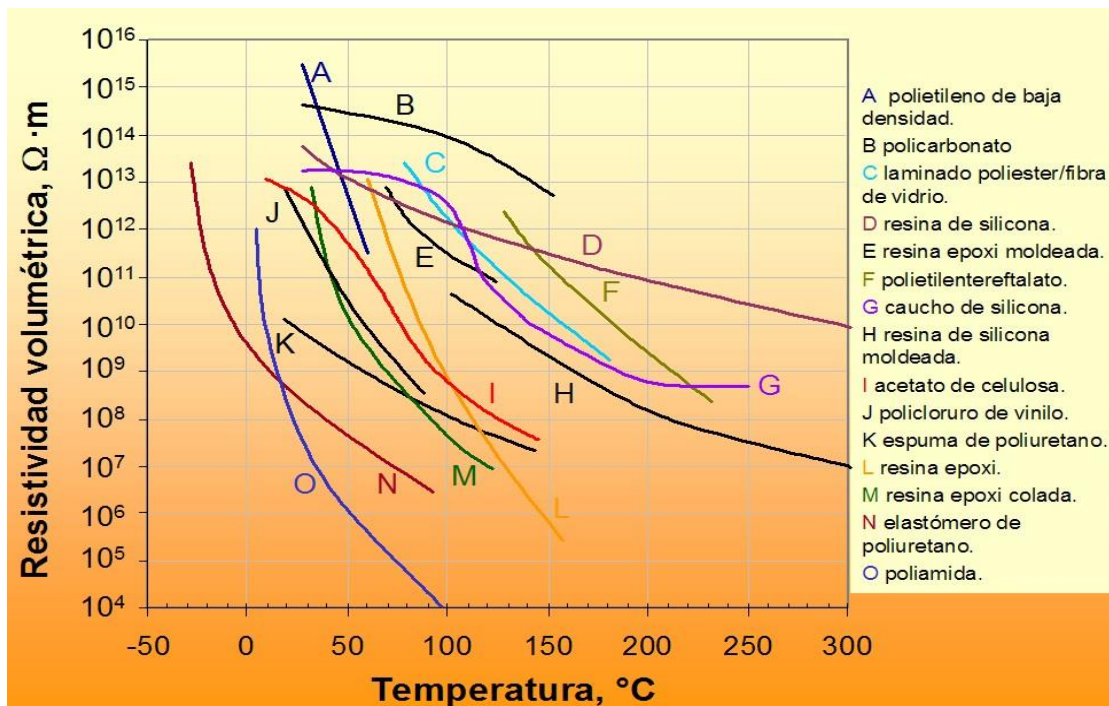


Ilustración 6-15: conductancia en función de la temperatura para algunos elementos

Al igual que la capacitancia  $C$ , la evaluación de la conductancia está determinada por la geometría del campo eléctrico  $\vec{E}$  creado por la aplicación de la tensión  $U_{21}$  entre los

conductores metálicos. Dado que corresponde a la misma configuración geométrica, obedece a las mismas ecuaciones. Por lo tanto, para su evaluación, basta con reemplazar en las ecuaciones la carga eléctrica  $Q$  por la corriente de fuga  $I_f$ . En el caso de una línea bipolar (sección 6.1.5.1), la conductancia total  $G$  y la conductancia por unidad de longitud  $g$  están dados por:

$$G_{bipolar}[S] = \frac{\pi\sigma}{\ln\left(\frac{4a}{\phi} - 1\right)} k$$

$$g_{bipolar} \left[ \frac{S}{m} \right] = \frac{\pi\sigma}{\ln\left(\frac{4a}{\phi} - 1\right)}$$

Igualmente, en el caso de una línea coaxial (sección 6.1.5.2), la conductancia total  $G$  y la conductancia unitaria por unidad de longitud  $g$  están dados por:

$$G_{coaxial}[S] = \frac{2\pi\sigma}{\ln\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)} k$$

$$g_{coaxial}[S] = \frac{2\pi\sigma}{\ln\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)}$$

En la Tabla 6-4 se muestra el resultado de aplicar estas relaciones al cálculo de los parámetros unitarios de las líneas de los ejemplos.

Tabla 6-4: parámetros unitarios para las líneas de los ejemplos

Características del material	Símbolo	Unidad SI	Tipo de línea	
			Bipolar	Coaxial

## Conductores de transmisión de energía

Permitividad dieléctrica relativa	$\epsilon_r$	0/1	1,0	9,0
Permeabilidad magnética relativa	$\mu_r$	0/1	1,0	1,0
Resistividad del material conductor	$\rho$	$m\Omega \cdot mm$	0,0166	0,0166
Conductividad del material aislador	$\sigma$	$\frac{pS}{m}$	0,005	50
Características de la línea	Símbolo	Unidad SI	Tipo de línea	
			Bipolar	Coaxial
Diámetro primer conductor	$\phi_1$	$mm$	10	10
Diámetro segundo conductor	$\phi_2$	$mm$	10	20
Distancia entre conductores	$a$	$mm$	15	--
Parámetros unitarios	Símbolo	Unidad SI	Tipo de línea	
			Bipolar	Coaxial
Resistencia unitaria del conductor	$r$	$\frac{m\Omega}{m}$	423	211
Inductancia unitaria	$l$	$\frac{mH}{m}$	0,2485	0,1386
Capacitancia unitaria	$c$	$\frac{pF}{m}$	17,28	722
Conductancia unitaria	$g$	$\frac{pS}{m}$	0,0098	453

### 6.2.5 Impedancia y admitancia unitarios por unidad de longitud

Los conceptos de impedancia y admitancia solo tienen sentido en la medida que los sistemas de potencia estén alimentados en con una tensión sinusoidal pura y de tal manera que las corrientes resultantes también sean sinusoidales, condición que solo se da cuando los parámetros unitarios  $r$ ,  $l$ ,  $c$  y  $g$  son constantes, es decir, que permanecen invariables a cualquier nivel de tensión, temperatura, frecuencia, presión, etc. Como sabemos, si bien esta condición ideal no existe, para todos los fines prácticos, dado que estos parámetros son relativamente estables y constantes, su aplicación resulta suficientemente exacta y, desde luego, muy útil. Hecha esta observación, cuando se le aplica una tensión sinusoidal  $u(t)$  de frecuencia  $f$  al circuito, es posible plantear las respectivas ecuaciones diferenciales para el circuito serie  $R$ ,  $L$  y el circuito paralelo  $C$ ,  $G$ .

Consideremos que la línea de transmisión está caracterizada por su resistencia  $R$ , su inductancia  $L$ , su capacitancia  $C$  y su conductancia  $G$ , que alimenta un consumo

caracterizado por una resistencia  $R_c$  y una inductancia  $L_c$ . Las respectivas impedancia y susceptancia total y unitaria complejas por unidad de longitud son:

Circuito serie  $R, L$ :<sup>31</sup>

$$X = \omega L \quad ; \quad \dot{Z} = R + jX$$

$$x = \omega l \quad ; \quad \dot{z} = r + jx$$

Circuito paralelo  $C, G$ :<sup>31</sup>

$$B = \omega C \quad ; \quad \dot{Y} = G - jB$$

$$b = \omega c \quad ; \quad \dot{y} = g - jb$$

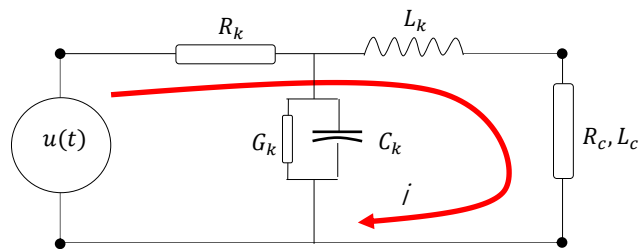


Ilustración 6-16: circuito equivalente para impedancia y admitancia unitaria de circuitos

### 6.2.6 Factor de disipación

El factor de disipación  $f_d$ , conocido también como tangente delta  $\tan(\delta)$ , es un parámetro adimensional característico de los materiales aisladores. Se define como el

---

<sup>31</sup> Dado que se trata de parámetros incrementales uniformemente distribuidos, el circuito paralelo puede considerarse delante al centro o detrás del circuito serie. Para algunos de los análisis que se exponen a continuación nos resulta más práctico utilizar la notación compleja polar exponencial de Euler:

Para la impedancia serie:

$$z = \sqrt{r^2 + x^2} \quad ; \quad \tan(\alpha) = \frac{x}{r}$$

$$\dot{z} = z\{\cos(\alpha) + j \sin(\alpha)\} = ze^{j\alpha}$$

Para la admitancia paralelo:

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} \quad ; \quad \tan(\beta) = \frac{b}{g}$$

$$\dot{y} = y\{\cos(\beta) + j \sin(\beta)\} = ye^{j\beta}$$

cociente entre la corriente de fuga activa  $I_{FG}$  que se filtra por el material aislador y la corriente de fuga capacitiva  $I_{FC}$ :

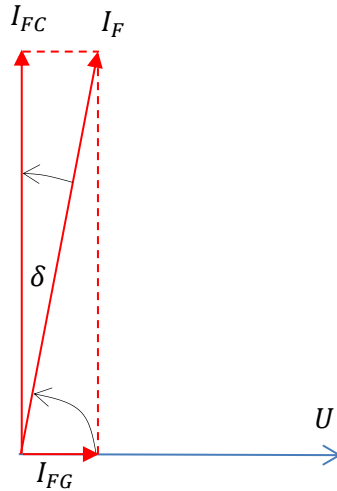


Ilustración 6-17: diagrama vectorial factor de disipación

$$f_d = \frac{|I_{FG}|}{|I_{FC}|} = \tan(\delta)$$

$$I_{FG} = \dot{U} \cdot G \quad ; \quad I_{FC} = -\dot{U} \cdot jB$$

$$f_d = \frac{g}{2\pi f \cdot c}$$

Al aplicar tensión alterna de frecuencia  $f$ , si el consumo está desconectado, solo circulará la corriente de fuga compleja  $I_F$ , compuesta por la suma de las corrientes activa  $I_{FG}$  y capacitiva  $I_{FC}$ , las cuales, a su vez, dependen de la respectiva conductancia  $G$  y susceptancia capacitiva  $B$ .

La capacitancia unitaria  $c$  y la conductancia unitaria  $g$  corresponden a la misma configuración geométrica de conductores y, por lo tanto, siempre se cumple la siguiente proporción entre los parámetros característicos del cuerpo aislador: (6.2.3 y 6.2.4):

$$\frac{g}{c} = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

El factor de disipación  $f_d$  queda determinado por:

$$f_d = \tan(\delta) = \frac{\sigma}{2\pi f \cdot \epsilon}$$

Como vemos, este factor solo depende de las características propias del material aislador y de la frecuencia de la tensión aplicada, es decir, no depende de la configuración geométrica o dimensiones del equipo eléctrico.

Por regla general, en los materiales aisladores la corriente de fuga activa  $I_{FG}$  es muy baja comparada con la corriente de fuga capacitiva  $I_{FC}$  y, por lo tanto, el ángulo  $\delta$  es prácticamente igual a cero. Por esta razón, en general se considera que la corriente de fuga está adelantada en  $\frac{\pi}{2}$  [rad] (90 [°sex]) con respecto a la tensión aplicada, que la corriente activa  $I_{FG}$  es nula y que no hay pérdidas por efecto Joule en la masa del material aislador. Sin embargo, la corriente de fuga activa  $I_{FG}$  si existe, lo que provoca algunas pérdidas de potencia activa y cierto nivel permanente de calentamiento en la masa de los materiales aisladores.

La mayor parte de los materiales aisladores están compuestos por hidrocarburos o materiales orgánicos naturales o artificiales, los que, por efecto del calor permanente, tienden a carbonizarse. Igualmente, por efecto de eventuales sobretensiones se producen microdescargas que generan burbujas de gases (hidrógeno y otros) que provocan microgrietas y cavidades en la masa del aislador. La combinación de ambos fenómenos se traduce en un aumento medible del factor de disipación. En efecto, por un parte, aumenta la conductividad  $\sigma$  y, por la otra parte, disminuye la permitividad dieléctrica  $\epsilon$  del material.

Esta particularidad se nos presenta como una medida del envejecimiento o deterioro del material aislador. La medición sistemática de este factor es una poderosa herramienta de diagnóstico, la que, combinada con estadísticas históricas apropiadas, permite prevenir y evitar fallas en equipos de media y alta tensión que podrían ser muy graves.

El valor numérico del factor de disipación de la línea coaxial del ejemplo (sección 6.1.5.2) es, para:

$$\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \left[ \frac{F}{m} \right] ; \epsilon_r = 9,0 ; \sigma = 5 \cdot 10^{-11} \left[ \frac{S}{m} \right] ; f = 50 [Hz]$$

$$f_d = \tan(\delta) = \frac{\sigma}{2\pi f \cdot \varepsilon} = \frac{5,0 \cdot 10^{-11} \left[ \frac{S}{m} \right]}{2\pi 50 [s^{-1}] \cdot (8,8542 \times 10^{-12} \cdot 9,0) \left[ \frac{F}{m} \right]} = 0,002 [0/1]$$

$$f_d = 0,2[\%]$$

Según datos extraídos de manuales y especificaciones de fábrica, en un transformador nuevo de 110 [kV] el factor de disipación entre los enrollados y tierra es del orden de 0,25 [%] a 0,5 [%]. Después de 15 años de uso, el factor es del orden de 0,75 [%] a 1,5 [%]. Como vemos, ha aumentado 3 veces.

### 6.3 Circuito equivalente de corriente alterna

#### 6.3.1 Primeros sistemas de transmisión de energía eléctrica

En su origen, las primeras transmisiones de energía eléctrica de cierta potencia se establecieron en corriente continua. Hacia el año 1882 el empresario e inventor Thomas Alba Edison empezó a construir y vender en EEUU de América muchísimas líneas para sistemas de alumbrado domiciliario, todas las cuales estaban alimentadas en 110[V] de corriente continua, procedente de generadores rudimentarios. Con esta tecnología, basada en conductores de cobre colgados de aisladores y postes de madera, aislados con caucho natural o con algodón impregnado en brea, por cierto, muy gruesos y caros, Edison logró electrificar en Manhattan alrededor de 330 manzanas, hasta distancias del orden de 1.500[m].

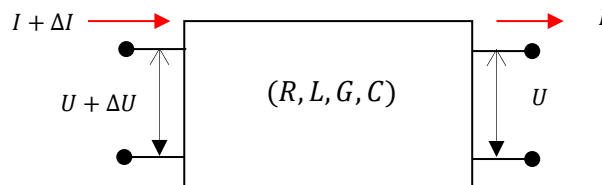
Sn embargo, hacia el año 1886, George Westinghouse, asociado y asesorado por Nikola Tesla, lograron demostrar las ventajas técnicas y factibilidad económica de los sistemas de corriente alterna en alta tensión. En efecto, mediante la aplicación de transformadores y motores de inducción, construyeron los primeros sistemas de generación y transmisión trifásicos en alta tensión, los cuales, además de ser mucho más económicos y eficientes que los de corriente continua, permitieron transportar, con un mínimo de pérdidas, importantes bloques de energía a grandes distancias. Los sistemas de potencia, en corriente alterna de

frecuencia industrial trifásica (50 ó 60 Hz), terminaron por imponerse tanto en Europa como en Estados Unidos de América.

Actualmente, gracias a los avances alcanzados en el diseño y construcción de equipos electrónicos de potencia, se ha vuelto a considerar la posibilidad de utilizar líneas de transmisión en corriente continua, debido, por una parte, a que presentan un menor nivel relativo de pérdidas y, por la otra parte, permiten la interconexión entre grandes sistemas de potencia de corriente alterna, evitando los complicados problemas que presenta el fenómeno conocido como oscilación interárea entre sistemas sincronizados. Además, permiten la interconexión de sistemas de corriente alterna de diferentes frecuencias: 50 [Hz] a 60 [Hz] y viceversa.

### 6.3.2 Tetra polo incremental

En general los equipos eléctricos se pueden representar mediante un tetra polo:



*Ilustración 6-18: representación de un tetrapolo*

El circuito equivalente considera que el equipo eléctrico representado solo está compuesto por una combinación de resistencias, conductancias, inductancias y capacitancias ( $R, L, G, C$ ) de respuesta lineal, estables y constantes, conectadas según diversas combinaciones de circuitos serie y paralelo. Considera, además, que aguas abajo del circuito, existe una carga, la cual también se puede representar por una combinación ( $R, L, G, C$ ) de parámetros lineales y estables. A este tipo de circuitos se les puede aplicar cualquier tensión, de cualquier frecuencia y forma de onda. La corriente resultante dependerá de las respectivas ecuaciones características del circuito.

En una línea de transmisión es necesario considerar que los parámetros están uniformemente repartidos a lo largo de la línea y que en cada tramo elemental de longitud



$\Delta l$  hay un circuito serie ( $L, R$ ) y un circuito paralelo ( $G, C$ ) como el que se muestra en la Ilustración 6-19:

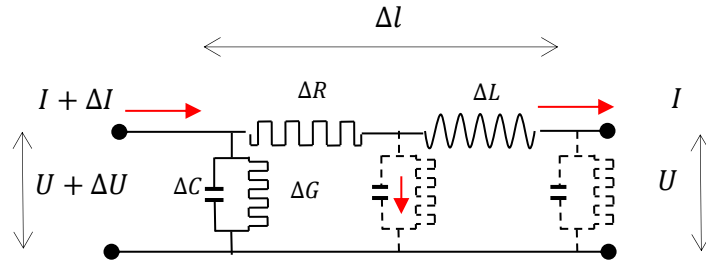


Ilustración 6-19: representación de línea de transmisión en un tetrapolo

Los parámetros indicados se pueden expresar en función de los respectivos parámetros unitarios por unidad de longitud:

$$\Delta R = r\Delta k \quad ; \quad \Delta L = l\Delta k \quad ; \quad \Delta G = g\Delta k \quad ; \quad \Delta C = c\Delta k$$

La respectiva impedancia y susceptancia complejas del circuito incremental están dadas por:

$$\Delta \dot{Z}_k = (r + j\omega l)\Delta k \quad ; \quad \Delta \dot{Y}_k = (g + j\omega c)\Delta k$$

O bien en notación exponencial de Euler, para:

$$|\Delta \dot{Z}_k| = \sqrt{r^2 + (\omega l)^2} \cdot \Delta k \quad ; \quad \tan(\alpha) = \frac{\omega l}{r}$$

$$|\Delta \dot{Y}_k| = \sqrt{g^2 + (\omega c)^2} \cdot \Delta k \quad ; \quad \tan(\beta) = \frac{\omega c}{g}$$

La impedancia y susceptancia complejas son:

$$\Delta \dot{Z}_k = \sqrt{r^2 + (\omega l)^2} \cdot \Delta k \cdot e^{j\alpha} \quad ; \quad \Delta \dot{Y}_k = \sqrt{g^2 + (\omega c)^2} \cdot \Delta k \cdot e^{j\beta}$$

### 6.3.3 Aplicación de una tensión sinusoidal

Al aplicar una tensión sinusoidal de frecuencia industrial (50 ó 60 [Hz]) en el extremo receptor quedará aplicada al consumo una tensión  $\dot{U}_{t,0}$  y circulará una corriente  $\dot{I}_{t,0}$ , determinadas por las respectivas impedancias del circuito:

$$\dot{U}_{t,0} = U_{0,0}e^{j\omega t} \quad ; \quad \dot{I}_{t,0} = I_{0,0}e^{j(\omega t - \phi_c)}$$

En esta expresión  $\phi_c$  es el ángulo de desfase en el tiempo de la corriente con respecto a la tensión aplicada al consumo, representado por una resistencia  $R_c$ , una reactancia inductiva  $X_{L_c}$  y una reactancia capacitiva  $X_{C_c}$ :

$$\tan(\phi_c) = \frac{X_{L_c} - X_{C_c}}{R_c}$$

La caída de tensión en el tramo incremental  $\Delta k$  de la línea está dada por:

$$\Delta \dot{U}_{t,k} = \dot{I}_{t,k} \cdot \Delta \dot{Z}_k = \dot{I}_{t,k} \dot{z} \Delta k$$

Análogamente, el incremento de la corriente en el tramo  $\Delta k$  está dado por:

$$\Delta \dot{I}_{t,k} = \dot{U}_{t,k} \cdot \Delta \dot{Y}_k = \dot{U}_{t,k} \dot{y} \Delta k$$

En el límite, cuando  $\Delta k \rightarrow 0$ , las ecuaciones diferenciales características del circuito en cada punto de la línea en función del tiempo son:

$$\left( \frac{\partial \dot{U}_{t,k}}{\partial k} \right) = \frac{\partial}{\partial k} (\dot{I}_{t,k} \dot{z} \partial k) = \dot{I}_{t,k} \dot{z}$$

$$\left( \frac{\partial \dot{I}_{t,k}}{\partial k} \right) = \frac{\partial}{\partial k} (\dot{U}_{t,k} \dot{y} \partial k) = \dot{U}_{t,k} \dot{y}$$

Al aplicar la segunda derivada se obtienen las siguientes expresiones:

$$\left( \frac{\partial^2 \dot{U}_{t,k}}{\partial k^2} \right) = \frac{\partial}{\partial k} (\dot{I}_{t,k} \dot{z}) = \dot{z} \dot{y} \dot{U}_{t,k}$$

$$\left( \frac{\partial^2 \dot{I}_{t,k}}{\partial k^2} \right) = \frac{\partial}{\partial k} (\dot{U}_{t,k} \dot{y}) = \dot{y} \dot{z} \dot{I}_{t,k}$$

Vemos así, que la tensión y corriente complejas en función del tiempo  $t$  a lo largo de la línea de longitud  $k$  quedan representadas por las siguientes ecuaciones diferenciales de segundo grado:

$$\left( \frac{\partial^2 \dot{U}_{t,k}}{\partial k^2} \right) - \dot{z} \dot{y} \dot{U}_{t,k} = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2 I_{t,k}}{\partial k^2}\right) - \dot{z}\dot{y}I_{t,k} = 0$$

La resolución de estas ecuaciones conduce a las siguientes funciones complejas para la tensión y la corriente en función del tiempo  $t$  a la distancia  $k$ , medida desde el extremo receptor:

$$U_{t,k} = U_{t,0} e^{\pm\sqrt{\dot{z}\dot{y}} \cdot k}$$

$$I_{t,k} = I_{t,0} e^{\pm\sqrt{\dot{z}\dot{y}} \cdot k}$$

Si consideramos solo la parte positiva de la raíz compleja y reemplazamos el valor de la tensión y corriente complejas del extremo receptor, la tensión y corriente en función del tiempo  $t$  a lo largo de la línea  $k$  quedan representadas por las siguientes expresiones:

$$U_{t,k} = U_{0,0} e^{j\omega t + \sqrt{\dot{z}\dot{y}} \cdot k}$$

$$I_{t,k} = I_{0,0} e^{j(\omega t - \phi_c) + \sqrt{\dot{z}\dot{y}} \cdot k}$$

### 6.3.4 Interpretación del modelo matemático

#### 6.3.4.1 Velocidad de propagación

Para la aplicación práctica de estas ecuaciones es útil simplificarlas considerando que, en general, las pérdidas activas por efecto Joule son despreciables.

$$r \ll \omega l \quad ; \quad g \ll \omega c$$

$$\sqrt{\dot{z}\dot{y}} = \sqrt{(r + j\omega l)(g + j\omega c)} = j\omega \sqrt{lc \left(\frac{r}{j\omega l} + 1\right) \left(\frac{g}{j\omega c} + 1\right)}$$

$$\therefore \sqrt{\dot{z}\dot{y}} \approx j\omega\sqrt{lc}$$

Hechas estas simplificaciones, se pueden plantear las siguientes ecuaciones aproximadas para la tensión y corriente en función del tiempo  $t$  a la distancia  $k$ , medida desde el extremo receptor:

$$U_{t,k} = U_{0,0} e^{j\omega(t+k\sqrt{lc})} \quad ; \quad I_{t,k} = I_{0,0} e^{j(\omega(t+k\sqrt{lc}) - \phi_c)}$$

El análisis de estas ecuaciones nos permite deducir que el fenómeno transitorio que ocurre a la distancia  $k$  en el tiempo  $t$ , se repite en el punto  $k + \Delta k$  con un retardo  $\Delta t$  igual a  $\Delta k \sqrt{lc}$ . Esto significa que el coeficiente  $\sqrt{lc}$  corresponde al valor recíproco de la velocidad de propagación  $v_p$ .

Si consideramos que la velocidad de propagación  $v_p$  está dado por:

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{lc}}$$

La tensión y corriente en función del tiempo  $t$ , en cualquier punto situado a la distancia  $k$ , también se pueden representar en función de la velocidad de propagación  $v_p$ :

$$U_{t,k} = U_{0,0} e^{j\omega\left(t+\frac{k}{v_p}\right)} \quad ; \quad I_{t,k} = I_{0,0} e^{j\left(\omega\left(t+\frac{k}{v_p}\right)-\phi_c\right)}$$

#### 6.3.4.2 Longitud de onda

La longitud de onda  $\lambda$  es la velocidad de propagación sobre la frecuencia.

$$\lambda = \frac{v_p}{f} = 2\pi \frac{v_p}{\omega}$$

Luego:

$$v_p = \frac{\lambda\omega}{2\pi}$$

Por lo tanto, las funciones también se pueden representar en función de la longitud de onda  $\lambda$ :

$$U_{t,k} = U_{0,0} e^{j\left(\omega t + 2\pi \frac{k}{\lambda}\right)} \quad ; \quad I_{t,k} = I_{0,0} e^{j\left(\left(\omega t + 2\pi \frac{k}{\lambda}\right) - \phi_c\right)}$$

En el caso de líneas abiertas en aire, en la cual la velocidad de propagación es prácticamente igual a la velocidad de la luz, la longitud de onda a la frecuencia industrial de 50 [Hz] es:

$$\lambda = \frac{c}{f} \approx \frac{300.000.000 \left[\frac{m}{s}\right]}{50 [Hz]} \approx 6.000 [km]$$

En líneas de transmisión de señales de alta frecuencia, en cambio, la longitud de onda es mucho menor. Para una frecuencia de 50 [MHz], la longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{c}{f} \approx \frac{300.000.000 \left[ \frac{m}{s} \right]}{50 [MHz]} \approx 6 [m]$$

La determinación de la longitud de onda da origen el concepto de líneas cortas, medianas, largas, etc. Reconocemos así, las siguientes categorías:

#### 6.3.4.2.1 Líneas cortas y muy cortas

Consideramos como línea corta a cualquier línea en la cual el ángulo de desfase sea inferior, o a lo sumo, igual a  $\frac{\pi}{60}$  [rad] (3 [°sex]).

Así, por ejemplo, para las líneas de media tensión de frecuencia industrial abiertas, en las cuales la longitud de onda es de 6.000 [km], la distancia  $k$  cubierta por esta categoría de líneas es del orden de 50 [km]:

$$k = \frac{\pi}{2\pi} \lambda = \frac{6.000[km]}{120} = 50 [km]$$

Esto significa que cualquier línea de 50 [Hz] de menos de 50 [km] se puede considerar como línea corta. El retardo de las señales a esta distancia es:

$$\Delta t = \frac{1}{f} \frac{k}{\lambda} = \left( \frac{1.000}{50[s^{-1}]} \right) \cdot \left( \frac{50[km]}{6.000[km]} \right) = 0,167 [ms]$$

En líneas de baja tensión abiertas, cuya longitud máxima es del orden de 500 [m], dado que esta distancia es muy inferior a la respectiva longitud de onda, el desfase adicional  $\Delta\phi$  es despreciable. Para  $\lambda \gg k$ :

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{k}{\lambda} \approx 0$$

$$\therefore 2\pi \frac{k}{\lambda} + \phi \approx \phi$$

En este ejemplo, para:

$$\frac{k}{\lambda} = \frac{0,500[km]}{6.000[km]} = 0,000083$$

$$\phi_k = (1 + 0,000083)\phi \approx \phi$$

Para todos los efectos prácticos, en líneas muy cortas de este tipo, el desfase  $\Delta\phi$  y el retardo  $\Delta t$  son depreciables. Las señales son prácticamente instantáneas.

#### 6.3.4.2.2 Líneas medianas

Consideramos como línea mediana a cualquier línea en la cual el ángulo de desfase  $\phi$  sea inferior, o a lo sumo, igual a  $\frac{\pi}{6}$  [rad] (30 [°sex]). Así, por ejemplo, en líneas de alta tensión de frecuencia industrial abiertas, en las cuales la longitud de onda es de 6.000 [km], la distancia  $k$  cubierta por esta categoría de líneas es del orden de 500 [km]:

$$k = \frac{\pi}{2\pi} \lambda \approx \frac{6.000[km]}{12} = 500 [km]$$

El retardo máximo de las señales a esta distancia es:

$$\Delta t = \frac{1}{f} \frac{k}{\lambda} = \left( \frac{1.000}{50[Hz]} \right) \cdot \left( \frac{500[km]}{6.000[km]} \right) = 1,67 [ms]$$

#### 6.3.4.2.3 Líneas largas o muy largas

Consideramos como larga o muy larga a cualquier línea en la cual el ángulo de desfase  $\phi$  sea superior a  $\frac{\pi}{6}$  [rad] (30 [°sex]). Así, por ejemplo, para una longitud de onda de 6 [m] de una línea abierta de 50 [MHz], la distancia  $k$  de referencia es:

$$k \geq \frac{\pi}{2\pi} \lambda = \frac{6 [m]}{12} = 0,5 [m]$$

#### 6.3.4.3 Giro longitudinal del desfase

También es posible observar que el ángulo de desfase  $\phi$  va disminuyendo, según una fracción  $\Delta\phi$  a lo largo de la línea, en función de la distancia  $k$ :

$$\Delta\phi = 2 \pi \frac{k}{\lambda}$$

Es como un tornillo sin fin que, en cada giro completo de  $2\pi$  [rad], avanza una distancia igual a la longitud de onda  $\lambda$ .

### 6.3.5 Potencia activa pulsante de doble frecuencia

La energía por unidad de tiempo que fluye por la línea, la potencia  $P_{t,k}$  que traspasa el plano perpendicular al eje de la línea situado a la distancia  $k$ , se puede calcular evaluando la parte real de la tensión por la parte real de la corriente complejas:

$$p_{t,k} = \Re(U_{t,k}) \cdot \Re(I_{t,k}) = U_{0,0} \cos\left(\omega t + 2\pi \frac{k}{\lambda}\right) \cdot I_{0,0} \cos\left(\omega t + 2\pi \frac{k}{\lambda} - \phi\right)$$

El producto trigonométrico, conduce al siguiente resultado:

$$p_{t,k} = \frac{1}{2} U_{0,0} I_{0,0} \left[ \cos(\phi) + \cos\left(2\left(\omega t + 2\pi \frac{k}{\lambda}\right) - \phi\right) \right]$$

Vemos que esta función contiene una componente constante  $p_{med}$ , a la cual se superpone una componente sinusoidal  $\Delta p_{t,k}$  del doble de la frecuencia. La potencia media  $p_{med}$  es:

$$p_{med} = \frac{1}{2} U_{0,0} I_{0,0} \cos(\phi)$$

La componente instantánea  $\Delta P_{t,k}$  pulsa al doble de la frecuencia  $f$  y adquiere valores positivos y negativos cada cuarto de ciclo, es decir, fluye hacia y desde el consumo cada cuarto de ciclo. Su valor medio es nulo.

$$\Delta p_{t,k} = \frac{1}{2} U_{0,0} I_{0,0} \cos\left(2\left(\omega t + 2\pi \frac{k}{\lambda}\right) - \phi\right)$$

En la gráfica se han representado estas funciones para una tensión máxima sinusoidal de 100 [V] y una corriente máxima de 75 [A], desfasada en 30 [sex]. En la hoja "Gráficas sinusoidales" del archivo asociado al Capítulo 6 en la página web del libro, se pueden graficar estas funciones para otros valores de desfase, tensión y corriente máxima.

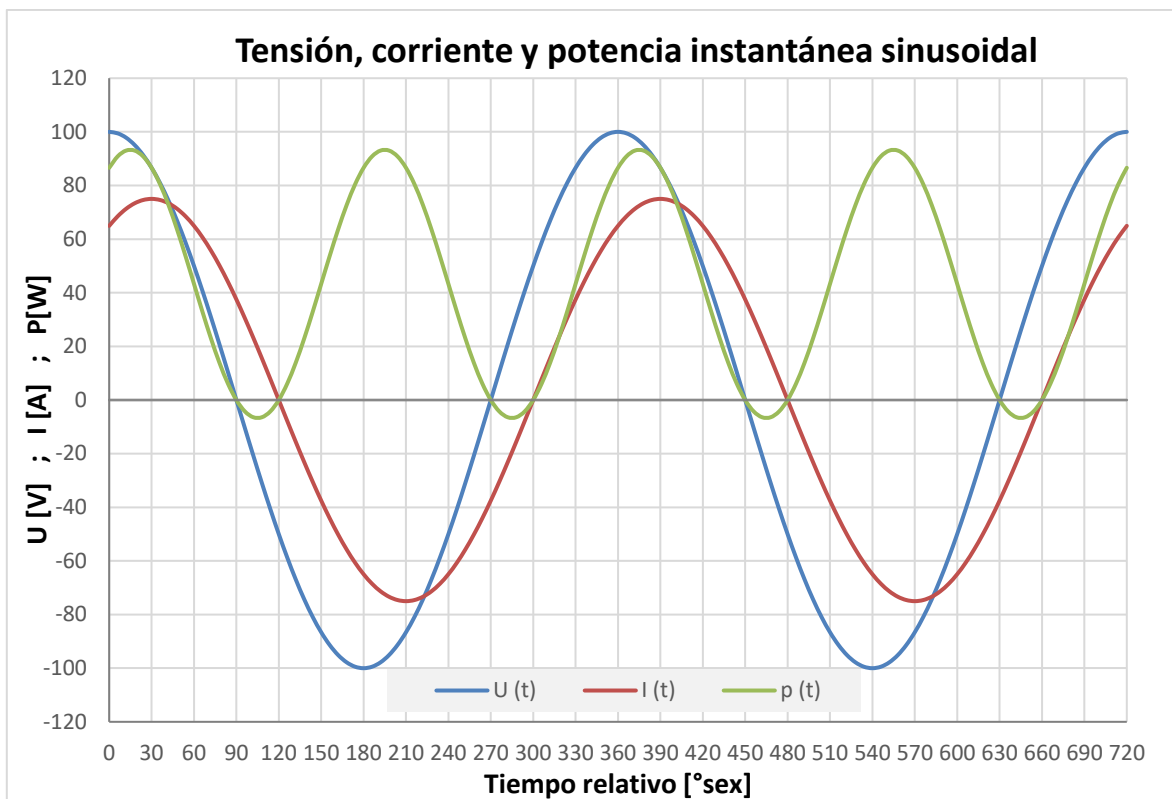


Ilustración 6-20: representación sinusoidal potencia pulsante

Para el análisis y estudio de sistemas eléctricos de potencia resulta muy útil descomponer la función representativa de la potencia instantánea total  $p_{t,k}$  en las siguientes dos componentes armónicas, conocidas como la componente instantánea activa  $P$  (en fase) y la componente instantánea reactiva  $Q$  (en cuadratura). Sus ecuaciones instantáneas son:

$$P = \left(\frac{1}{2}U_{0,0}I_{0,0} \cos(\phi)\right) \left[1 + \cos\left(2\left(\omega t + 2\pi \frac{k}{\lambda}\right)\right)\right]$$

$$Q = \left(\frac{1}{2}U_{0,0}I_{0,0} \sin(\phi)\right) \left[\sin\left(2\left(\omega t + 2\pi \frac{k}{\lambda}\right)\right)\right]$$

La suma instantánea de ambas funciones es idéntica a la función básica total:<sup>32</sup>

<sup>32</sup>  $\cos(x)(1 + \cos(y)) + \sin(x)\sin(y) = \cos(x) + (\cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y))$

Pero:

$$\begin{aligned} \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y) &= \cos(x - y) \\ \therefore \cos(x)(1 + \cos(y)) + \sin(x)\sin(y) &= \cos(x) + \cos(x - y) \end{aligned}$$



$$P + Q = \frac{1}{2} U_{0,0} I_{0,0} \left[ \cos(\phi) \left( 1 + \cos \left( 2 \left( \omega t + 2\pi \frac{k}{\lambda} \right) \right) \right) + \sin(\phi) \sin \left( 2 \left( \omega t + 2\pi \frac{k}{\lambda} \right) \right) \right]$$

$$P + Q = \frac{1}{2} U_{0,0} I_{0,0} \left[ \cos(\phi) + \cos \left( 2 \left( \omega t + 2\pi \frac{k}{\lambda} \right) - \phi \right) \right]$$

$$\therefore P + Q = P_{t,k}$$

Para  $k \ll \lambda$ :

$$p_{t,k} = \frac{1}{2} U_{0,0} I_{0,0} (\cos(\phi) + \cos(2\omega t - \phi))$$

Vemos, así, que ambas componentes instantáneas se comportan como si se fueran flujos de energía independientes los que, al superponerse, forman el flujo total. En la Ilustración 6-21 se muestran estas componentes: en verde la componente activa, en fase con la tensión, siempre mayor que 0; en naranja la componente reactiva, en cuadratura, centrada con respecto al eje del tiempo, de valor medio nulo, y en amarillo la componente instantánea total. En la hoja "Gráficas sinusoidales" del archivo asociado al Capítulo 6 en la página web del libro, se puede graficar esta descomposición para otros valores de desfase, tensión y corriente máxima.

También se acostumbra a representar a la potencia total mediante la respectiva notación compleja, lo que facilita aún más la comprensión y cálculos de potencia activa y reactiva en los sistemas de transmisión.

Para:

$$|S_{t,k}^{\dot{}}| = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$S_{t,k}^{\dot{}} = P + jQ = |S_{t,k}^{\dot{}}| (\cos(\phi) + j \sin(\phi))$$

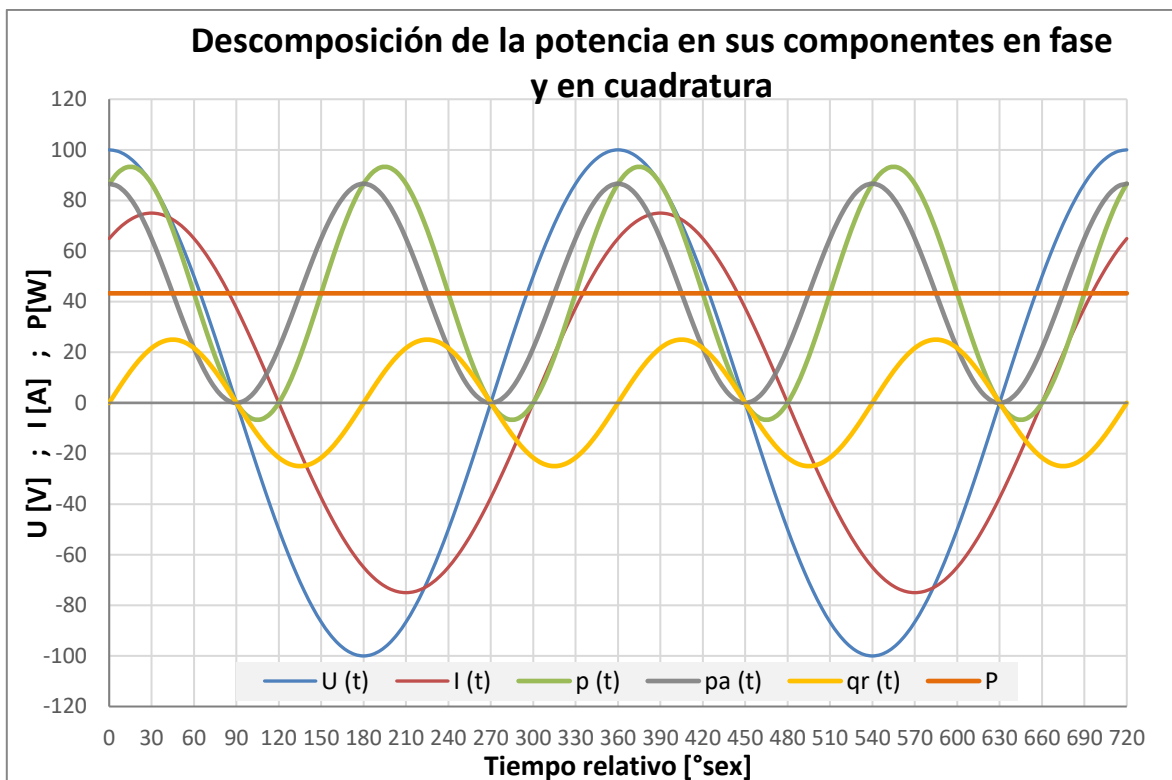


Ilustración 6-21: representación en componente de fase y cuadratura de potencia

El módulo de esta función se conoce como potencia aparente y se obtiene multiplicando la tensión compleja por el conjugado de la corriente compleja.

$$S_{t,k} = P + jQ = U_{t,k} I_{t,k}^* = \left( \frac{1}{2} U_{0,0} I_{0,0} \right) (\cos(\phi) + j \sin(\phi))$$

El hecho de que el valor medio en el tiempo de la componente reactiva sea nulo no significa que no exista. La componente existe y tiene valor real: fluye por las líneas de ida y regreso, dando botes entre el generador y la carga, sin consumirse ni generarse. No obstante, genera pérdidas de Joule asociadas al transporte de esta energía en ambas direcciones.

Durante el primer cuarto de ciclo, el generador debe inyectar la energía reactiva necesaria para cargar las líneas con la energía inductiva y capacitiva necesarias, luego, esta energía fluirá hacia y desde el consumo oscilando entre ambos extremos. A esta energía se superpone la energía activa que se transferirá a la carga, la cual también debe ser suministrada por el generador. Adicionalmente, el generador debe suministrar la energía perdida por efecto Joule. (6.2.1, 6.2.2 y 6.2.3).

En ingeniería eléctrica se prefiere trabajar con la tensión efectiva  $U_{ef}$  y corriente efectiva  $I_{ef}$ , definidas de la siguiente forma:

$$U_{ef} = \frac{U_{m\acute{a}x}}{\sqrt{2}} \quad ; \quad I_{ef} = \frac{I_{m\acute{a}x}}{\sqrt{2}}$$

Al aplicar estas definiciones, las diversas expresiones para la potencia resultan siempre proporcionales al producto de los valores efectivos de ambos parámetros:

$$|S_{t,k}| = \frac{1}{2}(U_{0,0}I_{0,0}) = U_{ef}I_{ef}$$

$$S_{t,k} = P + jQ = U_{ef}I_{ef}(\cos(\phi) + j \sin(\phi))$$

Agregamos que, según el valor del ángulo de desfase  $\phi$  se pueden identificar los siguientes cuatro casos respecto del flujo de energía:

### 1<sup>er</sup> cuadrante

La potencia activa es positiva y, por lo tanto, la energía fluye desde el generador hacia el consumo. La potencia reactiva es inductiva.

### 2<sup>do</sup> cuadrante

La potencia activa es negativa y, por lo tanto, la energía fluye desde la carga hacia el generador.<sup>33</sup> La potencia reactiva es inductiva.

### 3<sup>er</sup> cuadrante

La potencia activa es negativa y, por lo tanto, la energía fluye desde la carga hacia el generador. La potencia reactiva es capacitiva.

---

<sup>33</sup> Esto ocurre cuando en el extremo consumidor existe generación propia, por ejemplo, paneles solares capaces de inyectar energía a la red. En estas circunstancias, dado que la tensión sincronizada en el extremo receptor aumenta, se invierte el flujo de energía.

4<sup>to</sup> cuadrante

La potencia activa es positiva y, por lo tanto, la energía fluye desde el generador hacia el consumo. La potencia reactiva es capacitiva.

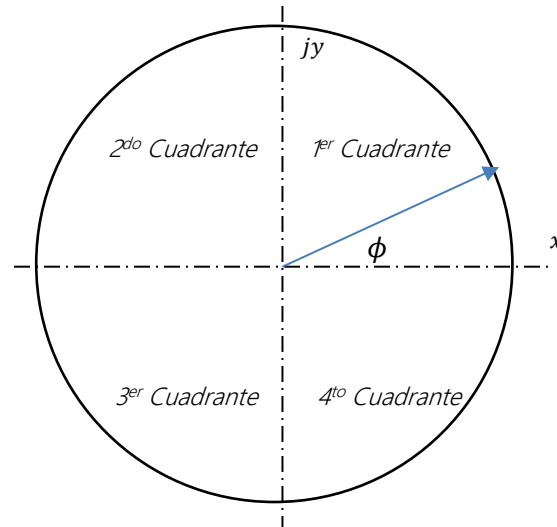


Ilustración 6-22: cuadrantes de potencia según ángulo  $\phi$

6.3.6 Transmisión sinusoidal trifásica

Hasta aquí se ha supuesto que las líneas de transmisión están compuestas por un par de cables alimentados por un generador sinusoidal. Sin embargo, como sabemos, la posibilidad de generar y transmitir energía eléctrica mediante sistemas trifásicos presenta grandes ventajas técnicas y económicas.

Los sistemas de potencia trifásicos están compuestos por tres (3) sistemas de corriente alterna iguales ( $a, b, c$ ) desfasados a 120 [°sex] eléctricos, armados y construidos en una sola máquina, transformador, equipo o línea de transmisión. Las tres tensiones sinusoidales, generadas por una máquina trifásica ideal, responden a las siguientes ecuaciones.

Para  $U_{a,0} = U_{b,0} = U_{c,0} = U_0$ :

Fase  $a$   $u_a(t) = U_0 \cos(\omega t)$

Fase  $b$   $u_b(t) = U_0 \cos\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right)$

Fase  $c$   $u_c(t) = U_0 \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$

Su representación compleja es:

$$\text{Fase } a \quad \dot{U}_a(t) = U_0 e^{j\omega t}$$

$$\text{Fase } b \quad \dot{U}_b(t) = U_0 e^{j(\omega t + \frac{2}{3}\pi)}$$

$$\text{Fase } c \quad \dot{U}_c(t) = U_0 e^{j(\omega t - \frac{2}{3}\pi)}$$

Este conjunto de tres tensiones sinusoidales, de igual valor máximo, de idéntica frecuencia, desfasadas 120 [°sex] eléctricos una de la otra, se denomina y conoce como tensión trifásica simétrica.

### 6.3.6.1 Sistemas equilibrados

Al aplicar estas tensiones a un juego de tres cargas y líneas de transmisión similares, caracterizados por parámetros  $R, L, C, G$ , iguales y del mismo tipo, las corrientes resultantes también son sinusoidales, de igual valor máximo y frecuencia, desfasadas en 120 [°sex] eléctricos.

$$\text{Para } (R_a, L_a, C_a, G_a) = (R_b, L_b, C_b, G_b) = (R_c, L_c, C_c, G_c)$$

$$\text{Fase } a \quad i_a(t) = I_0 \cos(\omega t - \phi)$$

$$\text{Fase } b \quad i_b(t) = I_0 \cos\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi - \phi\right)$$

$$\text{Fase } c \quad i_c(t) = I_0 \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi - \phi\right)$$

Su representación compleja es:

$$\text{Fase } a \quad \dot{I}_a(t) = I_0 e^{j(\omega t - \phi)}$$

$$\text{Fase } b \quad \dot{I}_b(t) = I_0 e^{j(\omega t + \frac{2}{3}\pi - \phi)}$$

$$\text{Fase } c \quad \dot{I}_c(t) = I_0 e^{j(\omega t - \frac{2}{3}\pi - \phi)}$$

En este caso particular ideal, las corrientes resultantes se denominan y conocen como corrientes simétricas equilibradas. Por las características de estas funciones, las sumas instantáneas y fasorial de las tensiones y corrientes son nulas:

$$u_a(t) + u_b(t) + u_c(t) = 0 \quad ; \quad i_a(t) + i_b(t) + i_c(t) = 0$$

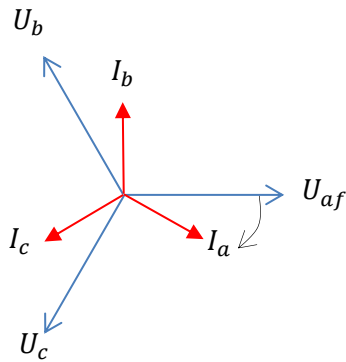


Ilustración 6-23: representación fasorial tensiones y corrientes

En la Ilustración 6-24 se han dibujado tres sistemas monofásicos independientes, los cuales requieren de dos cables cada uno. No obstante, si los tres retornos  $N_a$ ,  $N_b$ ,  $N_c$  se conectan a un punto común  $N$ , (el neutro) y, dado que en este caso particular se trata de un sistema trifásico simétrico y equilibrado, la suma de las tres corrientes es nula. Por lo tanto, no se necesita el cable del neutro y se puede eliminar.

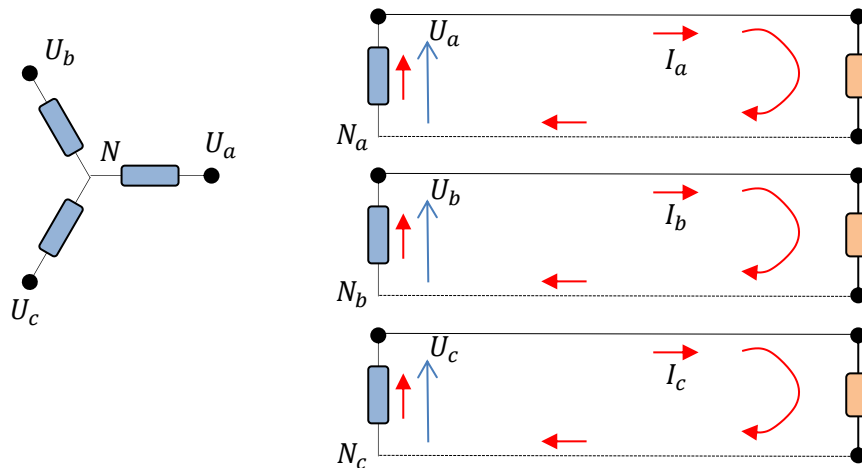


Ilustración 6-24: sistemas monofásicos independientes

La potencia instantánea asociada a cada fase está dada, para  $S_0 = \frac{1}{2}(U_0 I_0) = U_{ef} I_{ef}$

Fase a  $P_a(t) = U_{ef} I_{ef} [\cos(\phi) + \cos(2\omega t - \phi)]$

Fase b  $P_b(t) = U_{ef} I_{ef} \left[ \cos(\phi) + \cos\left(2\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) - \phi\right) \right]$

Fase c  $P_c(t) = U_{ef} I_{ef} \left[ \cos(\phi) + \cos\left(2\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) - \phi\right) \right]$

Como se demuestra a continuación, la potencia instantánea total de un sistema trifásico simétrico y equilibrado, la suma de las tres funciones armónicas de doble frecuencia, es constante en el tiempo. En efecto, dado que la suma de tres componentes sinusoidales simétricas y equilibradas siempre es nula, la suma total conduce a la siguiente expresión. Dado que

$$\cos(x) + \cos\left(x + \frac{2}{3}\pi\right) + \cos\left(x - \frac{2}{3}\pi\right) = 0$$

$$\therefore P_a(t) + P_b(t) + P_c(t) = 3U_{ef}I_{ef} \cos(\phi)$$

Vemos así que, en cualquier sistema trifásico simétrico y equilibrado de frecuencia industrial, la potencia activa total  $P_{3\phi}$  fluye como si se tratara de corriente continua, sin pulsaciones: desaparecen las vibraciones mecánicas asociadas a la frecuencia. Su valor es:

$$P_{3F} = 3U_{ef}I_{ef} \cos(\phi)$$

La arquitectura de máquinas trifásicas rotatorias requiere que los tres inducidos se instalen simétricamente alrededor del perímetro, desfasados en 120 [°sex] físicos. Esta configuración permite aprovechar el espacio disponible de forma mucho más racional y eficiente. El volumen necesario para la potencia  $P_{3F}$  resulta proporcionalmente mucho menor que el que se necesita para tres máquinas monofásicas de un tercio de la potencia cada una.

Gracias a estas propiedades excepcionales, la gran mayoría de los equipos eléctricos industriales (generadores, motores, transformadores, calefactores, etc.) son trifásicos y equilibrados. Estadísticamente las corrientes de las tres fases son muy aproximadamente equilibradas, es decir, iguales en magnitud y desfase, razón por la cual las instalaciones industriales de este tipo solo llevan tres cables (sin neutro).

### 6.3.6.2 Sistemas desequilibrados

La mayoría de los artefactos eléctricos domiciliarios de baja tensión son monofásicos: luces, equipamiento de cocina, equipos electrónicos, etc. Por esta razón, la mayoría de los empalmes y sistemas de cableados domiciliarios son monofásicos, compuestos por dos cables, la fase y el neutro, por los cuales circula exactamente la misma corriente.

Si, eventualmente, todas las casas de una población se conectaran a la misma fase, obviamente el consumo total resulta completamente desequilibrado. Esta situación, si bien es bastante común, especialmente en electrificaciones del tipo rural, no aprovechan las cualidades descritas de los sistemas trifásicos. Por esta razón, en ciudades y grandes poblaciones, las instalaciones de baja tensión siempre son trifásicas de cuatro cables: uno para cada fase y uno para el neutro común.

Con el objeto de equilibrar las fases, las empresas eléctricas miden las corrientes a diferentes horas del día y prorratan los empalmes individuales entre las tres fases, hasta lograr que las corrientes sean lo más parecidas posibles. De esta manera, aun cuando el cable neutro de cada empalme individual se cargue con una corriente idéntica a la de la respectiva fase, dado que en las líneas públicas se van sumando estadísticamente, se logra finalmente que la corriente en la línea neutra común sea prácticamente nula o muy pequeña. En el peor de los casos, la corriente en el neutro es, a lo sumo, igual a la corriente de la fase más cargada. Por esta razón el calibre de esta línea no tiene porqué ser mayor que el de las fases.

Se obtienen así, sistemas de distribución en baja tensión parcialmente equilibrados: la corriente en el neutro resulta igual a la suma fasorial de las tres corrientes.

Consideremos, el sistema desequilibrado de la Ilustración 6-25:

	$ I  [A]$	$I_x [A]$	$I_y [A]$
$I_a$	40	40,00	0,00
$I_b$	30	-15,00	25,98
$I_c$	20	-10,00	-17,32
$I_a + I_b + I_c$	17,32	15,00	8,66
$\tan(\alpha)$	0,5774		
$\alpha = 30,00 [^\circ\text{sex}] = 0,5236 [\text{rad}]$			

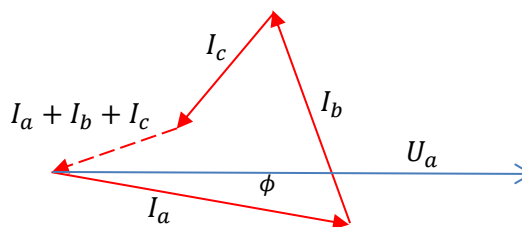


Ilustración 6-25: ejemplo diagrama fasorial sistema desequilibrado

La corriente en el neutro es 17,3 [A], con un desfase de  $-30 [^\circ\text{sex}]$ .



La potencia trifásica, en este caso, es la suma de las potencias en cada fase. En general, el desfase  $\phi$  es diferente en cada fase:

$$\text{Fase } a \quad P_a(t) = U_{ef} I_{ef_a} [\cos(\phi_a) + \cos(2\omega t - \phi_a)]$$

$$\text{Fase } b \quad P_b(t) = U_{ef} I_{ef_b} \left[ \cos(\phi_b) + \cos\left(2\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) - \phi_b\right) \right]$$

$$\text{Fase } c \quad P_c(t) = U_{ef} I_{ef_c} \left[ \cos(\phi_c) + \cos\left(2\left(\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) - \phi_c\right) \right]$$

La suma de estas tres funciones da como resultado una potencia constante a la cual se le suma una pequeña componente de doble de la frecuencia, cuyo valor medio es nulo. En el caso especial en que el desfase  $\phi$  es el mismo en las tres fases (o muy parecido), la suma instantánea es:

$$P_a(t) + P_b(t) + P_c(t) = P_{3\phi} \cos(\phi) + \Delta P_t \cos(2\omega t - \phi')$$

Como vemos, a la potencia continua trifásica  $P_{3\phi}$  se suma una pequeña componente pulsante  $\Delta P_t$ , de doble frecuencia, cuyo valor medio es nulo.

En el caso particular en que los desfases y corrientes son iguales, desaparece la componente pulsante.

## 6.4 Capacidad térmica de transporte

La mayoría de los conductores de baja, media o alta tensión se encuentran cubiertos por diversas capas de material aislador y protección mecánica o soportados por aisladores. Las pérdidas de energía por efecto Joule generadas en su interior, necesariamente aumentan su temperatura. La capacidad térmica de transporte de un conductor se refiere a la corriente que puede transportar de tal manera que la temperatura  $T_f$  en la superficie de contacto con el aislador alcance, a lo sumo, el valor nominal especificado por los fabricantes.

En la superficie de diámetro  $\phi$  indicada en la figura, el valor final o de equilibrio de la temperatura interior  $T_f$  es función del nivel de pérdidas  $P_p$ , de la temperatura exterior  $T_e$  y de la resistencia térmica  $R_T$  de la cubierta aisladora, según la ecuación indicada. Las pérdidas de potencia en el cable están dadas por su resistencia eléctrica  $R_E$  y el cuadrado de la corriente  $I$ :

$$P_p = I^2 R_E$$

Reemplazando:

$$T_f = T_e + I^2 R_E R_T$$

$$T_f = T_e + P_p \cdot R_T$$

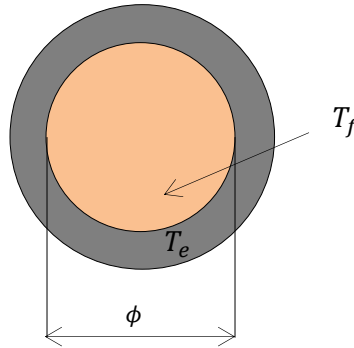


Ilustración 6-26: temperatura en conductor

La resistencia eléctrica  $R_E$  de un conductor de resistividad  $r$ , longitud  $k$  y sección  $S$  (o diámetro  $\phi$ ) está dada por:

$$R_E = \frac{\rho k}{S} = \frac{4 \rho k}{\pi \phi^2}$$

La resistencia térmica del material aislador de conductividad térmica  $K_d$ , longitud  $k$ , espesor  $d$  y diámetro interior  $\phi$  está dada por:

$$R_T = \frac{1}{K_d 2\pi k} \ln \left( 1 + \frac{2d}{\phi} \right)$$

Reemplazando en la expresión para la temperatura interior final:

$$T_f = T_e + \left( \frac{4 \rho k}{\pi \phi^2} \right) \left( \frac{1}{2\pi K_d k} \ln \left( 1 + \frac{2d}{\phi} \right) \right) I^2$$

Despejando la corriente  $I$  de esta expresión obtenemos la capacidad térmica de transporte:

$$I = \left( \frac{\pi}{\sqrt{2}} \sqrt{(T_f - T_e) K_d \frac{1}{\rho}} \right) \frac{\phi}{\sqrt{\ln \left( 1 + \frac{2d}{\phi} \right)}}$$

O bien en función de la sección, para  $\phi = \sqrt{\frac{4S}{\pi}}$

$$I = \left( \sqrt{2\pi} \sqrt{(T_f - T_e) K_d \frac{1}{\rho}} \right) \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{\ln \left( 1 + d \sqrt{\frac{\pi}{S}} \right)}}$$

Como vemos, la capacidad térmica de transporte es independiente de la longitud de los conductores. En el caso de conductores de baja tensión, en que el espesor del material aislador puede ser relativamente más delgado, esta expresión se puede simplificar considerando  $d \ll \phi$ :

$$R_T \approx \frac{1}{K_d} \frac{d}{\pi(\phi + 2d)k}$$

Reemplazando y despejando la corriente, se obtiene la siguiente expresión aproximada para la capacidad de transporte en función del diámetro  $\phi$ :

$$I \approx \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{(T_f - T_e) K_d}{d\rho}} \right) \sqrt{1 + \frac{2d}{\phi}} \cdot \phi^{\frac{3}{2}}$$

O bien en función de la sección  $S$ , para  $\phi = \sqrt{\frac{4S}{\pi}}$ :

$$I \approx \left( \sqrt{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{(T_f - T_e) K_d}{d} \frac{1}{\rho}} \right) \sqrt{1 + d \sqrt{\frac{\pi}{S}}} \cdot S^{\frac{3}{4}}$$

Como se puede comprobar fácilmente, la capacidad térmica de transporte no es proporcional a la sección. Por el contrario, a medida que aumenta el diámetro, la capacidad de transporte por unidad de sección disminuye, lo que significa que los cables de mayor sección tienen menos capacidad de transporte por unidad de sección que los más delgados. Esto debido principalmente a que, a medida que aumenta el diámetro, la sección aumenta en forma proporcional al cuadrado del diámetro y, en cambio, la superficie de disipación solo aumenta linealmente.

En efecto, según la fórmula aproximada desarrollada, la capacidad de transporte por unidad de sección, la densidad de corriente  $J$  en  $\left[\frac{A}{mm^2}\right]$  está dada por:

$$J = \frac{I}{S} = \left( \sqrt{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{(T_f - T_e)K_d}{d} \frac{1}{\rho}} \right) \sqrt{1 + d\sqrt{\frac{\pi}{S}}} \cdot \frac{1}{S^{\frac{1}{4}}}$$

Según la fórmula un poco más exacta, la capacidad de transporte por unidad de sección, la densidad de corriente  $J$  en  $[A/mm^2]$  está dada por:

$$J = \frac{I}{S} = \left( \sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{(T_f - T_e)K_d}{d} \frac{1}{\rho}} \right) \frac{1}{\sqrt{\ln\left(1 + d\sqrt{\frac{\pi}{S}}\right)}} \cdot \frac{1}{S^{\frac{1}{2}}}$$

En ambas fórmulas se demuestra que, a mayor sección, menor es la densidad de corriente admisible.

En la hoja de características publicada por Madeco, que se muestra en la Ilustración 6-27, el cable tipo USE-RHH (EN) para 600 [V] que se recomienda para servicios de fuerza y alumbrado en conductos, soterrado directamente bajo tierra o sumergido en agua, presenta las siguientes características térmicas de diseño nominal:

Temperatura exterior nominal de diseño	: $T_{en} = 20$ [°C]
Temperatura nominal o normal de servicio	: $T_{fn} = 90$ [°C]
Temperatura máxima admisible en sobrecarga	: $T_{máx_{sc}} = 130$ [°C]
Temperatura máxima crítica de cortocircuito	: $T_{máx_{cc}} = 250$ [°C]

Tomemos, por ejemplo, el cable de 42,4 [mm<sup>2</sup>], especificado para 261 [A] y comparémoslo con el cable de 85 [mm<sup>2</sup>], especificado para 384 [A]. Las capacidades de transporte por unidad de sección y las densidades de corriente admisible son:

$$J_1 = \frac{261[A]}{42,4[mm^2]} = 6,16 \left[ \frac{A}{mm^2} \right]$$

$$J_2 = \frac{384[A]}{85[mm^2]} = 4,52 \left[ \frac{A}{mm^2} \right]$$

La relación entre ambas es:

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{4,52}{6,16} = 0,73$$

Como aplicación práctica de esta característica, resulta muy útil y, desde luego más económico, utilizar varios cables de menor sección en paralelo, en vez de un solo cable más grueso. A esta ventaja hay que agregar que, dado que los cables de menor diámetro son más livianos y flexibles, se facilita muchísimo el trabajo de montaje, aun cuando sea necesario utilizar más conectores y terminales. Sin embargo, para aplicar este tipo de soluciones es necesario asegurar que todos los cables estarán en contacto con la temperatura de refrigeración exterior  $T_e$ , es decir, es necesario permitir que cada uno de los cables se refrigere por separado, lo que supone mantenerlos a cierta distancia.

Ahora bien, cuando la temperatura final interior  $T_f$  es igual a la temperatura nominal de servicio  $T_{fn}$  y la temperatura exterior  $T_e$  es igual a la temperatura exterior nominal  $T_{en}$ , especificadas por el fabricante, entonces la capacidad de transporte corresponde a la capacidad térmica nominal de transporte.

En la práctica no siempre las condiciones de operación reales corresponden a las nominales. Para determinar la capacidad de transporte de un cable, que ha de operar en condiciones reales diferentes a las nominales, es necesario corregir las tablas presentadas por los fabricantes, de manera que se ajusten a las condiciones reales de operación. El incremento de temperatura interior real y el incremento de temperatura interior nominal están dados por:

$$(T_f - T_e) = I^2 R_E R_T \quad ; \quad (T_{fn} - T_{en}) = I_n^2 R_E R_T$$

Por lo tanto, dado que la resistencia eléctrica  $R_E$  y la térmica  $R_T$  son las mismas:

$$I = I_n \sqrt{\frac{(T_f - T_e)}{(T_{fn} - T_{en})}} = \eta_T I_n$$

La aplicación de esta fórmula permite corregir (adaptar) los valores nominales indicados en las tablas de fábrica a las condiciones reales en que operarán los conductores.

Consideremos, por ejemplo, que la temperatura exterior en que operarán los cables de un proyecto es de 35 [°C] y que, por razones de seguridad, se decide limitar la temperatura de operación a 60 [°C]. En este caso la capacidad de transporte de los cables, indicados en la tabla de Madeco (Ilustración 6-27) debe reducirse en un 60[%]. En efecto, para:

$$\begin{aligned} T_f &= 60 \text{ [}^\circ\text{C]} & \text{y} & & T_{fn} &= 90 \text{ [}^\circ\text{C]} \\ T_e &= 35 \text{ [}^\circ\text{C]} & \text{y} & & T_{en} &= 20 \text{ [}^\circ\text{C]} \end{aligned}$$

$$\eta_T = \sqrt{\frac{T_f - T_e}{T_{fn} - T_{en}}} = \sqrt{\frac{60 - 35}{90 - 20}} = 0,60$$

El coeficiente de corrección por temperatura  $\eta_T$  resulta igual a 0,6.

Consideremos, como ejemplo, la línea trifásica necesaria para alimentar un consumo en baja tensión de 400 [V], de 350 [kVA]. Supongamos que la línea se enterrará en un suelo cuya temperatura en verano puede alcanzar los 35 [°C] y que, por razones de seguridad, se desea limitar la temperatura del conductor a 65 [°C]. El cálculo de la capacidad térmica de transporte conduce al siguiente resultado.

Calculemos primero la corriente nominal de la línea:

$$I_n = \frac{P_c [\text{kVA}]}{\sqrt{3}U [\text{kV}]} = \frac{350}{\sqrt{3} \cdot 0,4} = 505 \text{ [A]}$$

Calculemos ahora el coeficiente de corrección por temperatura para el conductor tipo USE-RHH de Madeco.

$$\eta_T = \sqrt{\frac{T_f - T_e}{T_{fn} - T_{en}}} = \sqrt{\frac{65 - 35}{90 - 20}} = 0,655$$

La capacidad de transporte corregida se indica en la Tabla 6-5. De acuerdo a estos resultados, sería necesario utilizar al cable de 750 MCM de 380 [mm<sup>2</sup>]. Este cable es, desde luego, muy caro, rígido y pesado. Sin embargo, existe la posibilidad de utilizar dos o tres cables en paralelo por fase, lo que conduce a soluciones mucho más económicas y prácticas.

En efecto, se podrían utilizar dos cables por fase calibre 3/0 AWG de 85,0 [mm<sup>2</sup>] cada uno, es decir, 170 [mm<sup>2</sup>] en vez de 380 [mm<sup>2</sup>].

Como veremos en los párrafos siguientes, esta solución económica tiene el inconveniente de que produce caídas de tensión mayores. En efecto, la línea de 380 [mm<sup>2</sup>] tiene una resistencia de 47,4  $\left[\frac{m\Omega}{km}\right]$  y, en cambio la segunda, formada por dos conductores de 85 [mm<sup>2</sup>] c/u, tiene una resistencia de 105,9  $\left[\frac{m\Omega}{km}\right]$ , lo que, para la misma corriente, representa caídas de tensión mayores.

$$\Delta U_L = R_E I = \frac{\rho L}{S} I$$

Tabla 6-5: capacidad corregida de transporte para algunos conductores

Calibre AWG o MCM	Sección [mm <sup>2</sup> ]	Capacidad de transporte nominal [A]	Capacidad de transporte corregida al 65,5[%] [A]
1/0 AWG	53,5	297	195
2/0 AWG	67,4	337	221
3/0 AWG	85,0	384	251
4/0 AWG	107	434	284
250 MCM	127	472	309
350 MCM	177	569	373
500 MCM	253	690	452
750 MCM	380	847	555

En algunos casos especiales, cuando los cables se tienden en terrenos permanentemente fríos, como por ejemplo en Punta Arenas o en la Antártica, la corrección por temperatura puede resultar mayor a la unidad, lo que debe interpretarse en el sentido de que, en teoría, es posible conducir corrientes mayores que las nominales especificadas por el fabricante.



DISTRIBUCION Y PODER

# USE-RHH (EN)

ALAMBRES Y CABLES MONOFILARES



**TENSION MAXIMA DE SERVICIO: 600VOLTS.**

**TEMPERATURA MAX. DE SERVICIO: 90° C**

**SOBRECARGA DE EMERGENCIA: 130° C**

**TEMP. DE CORTOCIRCUITO: 250° C**

**Usos:**  
 Para servicios de fuerza o alumbrado instalado en forma aérea o subterránea, en ductos directamente bajo tierra o sumergidos en agua sólo con protección adicional cuando esté expuesto a posibles daños mecánicos.

**Norma de fabricación:** UL-854 e ICEA S-66-524\*

**Descripción del conductor:**  
 Conductor: alambre o cable de cobre blando con aislación en etileno propileno para 90° C de temperatura de servicio; revestimiento de neopreno.

Calibre	Construc.		Secc. mm2	Espesores		Diám. Aprox. mm.	Peso Aprox. Kg./Km.	Cap. Corr. A (20°C) Enterr.)	Fza. Tendido Kg.	Radio Curv. mm.	Cte. Cto. Círc. K.Amp.
	N° Hebras	O mm.		Aisla. mm.	Rev. mm.						
<b>ALAMBRES</b>											
12	1	2,05	3,301	0,76	0,76	6	60	60	14	24	1,4
10 AWG	1	2,59	5,260	0,76	0,76	6	80	80	23	24	2,3
8	1	3,26	8,347	1,14	0,76	8	130	108	37	32	4
<b>CABLES</b>											
12	7	0,776	3,01	0,76	0,76	6	60	60	14	24	1,4
10	7	0,978	5,26	0,76	0,76	7	90	80	23	28	2,3
8	7	1,23	8,37	1,14	0,76	8	130	108	37	32	4
6	7	1,56	13,3	1,14	0,76	9	190	139	59	36	6
4	7	1,96	21,2	1,14	0,76	10	270	180	94	40	9,5
2 AWG	7	2,47	33,6	1,14	0,76	12	410	231	148	48	15
1	19	1,69	42,4	1,40	1,14	14	470	261	187	56	19
1/0	19	1,89	53,5	1,40	1,14	15	570	297	235	60	24
2/0	19	2,13	67,4	1,40	1,14	16	800	337	297	64	30
3/0	19	2,39	85,0	1,40	1,14	18	980	384	374	72	38
4/0	19	2,68	107	1,40	1,14	19	1.200	434	470	76	48
250	37	2,09	127	1,65	1,65	22	1.500	472	500	88	57
350	37	2,47	177	1,65	1,65	25	2.000	569	500	100	79
500 MCM	37	2,95	253	1,65	1,65	28	2.800	690	500	140	114
750	61	2,82	380	2,03	1,65	34	4.100	847	650	170	170
1.000	61	3,25	507	2,03	1,65	38	5.300	980	900	190	227

**FE DE ERRATA:**  
 \* Dice: S-66-524 Debe decir: S-68-516

Ilustración 6-27: especificación cables USE-RHH de Madeco (producto discontinuado sin valor comercial)



## 6.5 Capacidad de cortocircuito

La capacidad de cortocircuito de una línea conductora se refiere a la corriente de cortocircuito  $I_{cc}$  que puede soportar sin que su temperatura interior rebase la temperatura máxima admisible crítica o de cortocircuito  $T_{cc}$  que especifican los fabricantes, dentro del tiempo  $\Delta t$  que tardan en abrir las protecciones. Se refiere a la temperatura máxima admisible  $T_{m\acute{a}x adm}$  que podría soportar el material aislante que se encuentra en contacto directo con la superficie exterior del conductor metálico sin sufrir deterioro. La temperatura interior en función del tiempo  $T_t$  está dado por:

$$T_t = T_{f_{cc}} - (T_{f_{cc}} - T_0) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

En esta expresión:

$T_{f_{cc}}$ : temperatura final que, teóricamente, alcanzaría el conductor si el cortocircuito no se interrumpe:

$$T_{f_{cc}} = T_e + R_E R_T I_{cc}^2$$

$T_0$ : temperatura a la que se encuentra el cable al momento de iniciarse el cortocircuito ( $t = 0$ ), si se considera que antes del cortocircuito el conductor se encuentra operando en condiciones nominales o normales, esta temperatura corresponde a la temperatura nominal de servicio  $T_{fn}$ .

$$T_0 = T_{fn} = T_e + R_E R_T I_n^2$$

$\tau$ : constante de tiempo térmica del conductor:

$$\tau = cMR_T$$

Reemplazando en la ecuación:

$$T_t = (T_e + R_E R_T I_{cc}^2) - R_E R_T (I_{cc}^2 - I_n^2) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

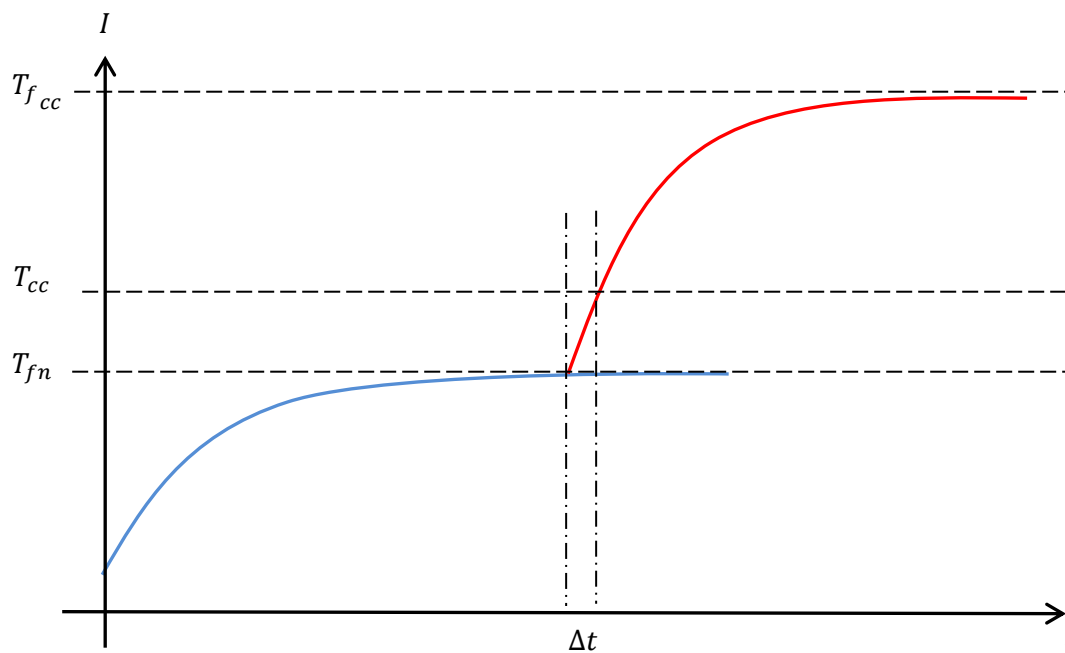


Ilustración 6-28: temperatura del conductor en el tiempo ante un cortocircuito

Cuando abre el interruptor ( $t = \Delta t$ ), la temperatura interior debería ser inferior o a lo sumo igual a la temperatura de cortocircuito  $T_{cc}$  máxima crítica que especifica el fabricante. Reemplazando en la ecuación:

$$T_{cc} \leq (T_e + R_E R_T I_{cc}^2) - R_E R_T (I_{cc}^2 - I_n^2) e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$$

De esta expresión se puede despejar el tiempo  $\Delta t$  o la corriente de cortocircuito  $I_{cc}$  que satisface la ecuación.

Dado que las corrientes de cortocircuito son mucho mayores que las corrientes normales de servicio y que el proceso es rápidamente interrumpido por las protecciones, la función exponencial se puede simplificar considerando que toda la energía de las pérdidas  $E_p$  se gasta en calentar el conductor desde la temperatura inicial  $T_{fn}$  hasta la temperatura máxima admisible  $T_{cc}$  sin disipaciones. Por lo tanto, es posible plantear la siguiente ecuación simplificada:

$$E_p \approx cM(T_{cc} - T_{fn}) = I_{cc}^2 R_E \Delta t$$

Reemplazando y ordenando, se obtiene la ecuación característica correspondiente a la capacidad de cortocircuito  $I_{cc}$ , la corriente máxima que podría tolerar un cable aislado, de sección  $S_{cc}$ , para un tiempo de despeje  $\Delta t$ :

Para:

$$M = dS_{cc}k \quad \text{y} \quad R_E = \frac{\rho k_c c}{S_{cc}}$$

$$I_{cc} \leq \sqrt{\frac{cd(T_{cc} - T_{fn})}{\rho}} \cdot \frac{S_{cc}c}{\sqrt{\Delta t}}$$

El primer término de esta expresión se conoce como constante de cortocircuito  $K_{cc}$  del conductor. Está compuesto por las características del material conductor (calor específico  $c$ , densidad  $d$  y resistividad  $\rho$ ), por una parte, y por las características del material aislador (temperatura de cortocircuito máxima admisible y nominal), por la otra parte.

$$K_{cc} = \sqrt{\left(\frac{cd}{\rho}\right)} \sqrt{(T_{cc} - T_{fn})}$$

Inversamente, si se conoce la corriente de cortocircuito  $I_{cc}$  y el tiempo de despeje  $\Delta t$ , entonces la sección  $S_{cc}$  mínima del conductor capaz de soportar el cortocircuito debe ser igual o mayor a:

$$S_{cc} \geq \frac{\sqrt{\Delta t}}{K_{cc}} I_{cc}$$

El valor de la constante de cortocircuito  $K_{cc}$  para los conductores de cobre es:

Tabla 6-6: características del material conductor (cobre)

Característica	Nomenclatura	Valor
Calor específico del cobre	$c$	358,4 $\left[\frac{J}{^{\circ}C \text{ kg}}\right]$
Densidad del cobre	$d$	8.906 $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
Resistividad del cobre	$\rho_{cu}$	0,017x10 <sup>-6</sup> [ $\Omega m$ ]

$$k_{ccCu} = \sqrt{\frac{c\delta}{\rho}} = \sqrt{\frac{358,4 \left[ \frac{J}{^{\circ}C kg} \right] \cdot 8.906 [kg/m^3]}{0,017 \cdot 10^{-6} [\Omega m]}} = 13,7 \left[ \frac{A}{mm^2} \left( \frac{s}{^{\circ}C} \right)^{0,5} \right]$$

Tabla 6-7: características del material aislador (etileno propileno)

Característica	Nomenclatura	Valor
Temperatura nominal de operación	$T_{fn}$	90[°C]
Temperatura máx. adm. de cortocircuito	$T_{cc}$	250 [°C]

$$k_{ccAislador} = \sqrt{T_{cc} - T_n} = \sqrt{(250 - 90)[^{\circ}C]} = 12,6 [^{\circ}C^{0,5}]$$

$$K_{cc} = k_{ccCu} \cdot k_{ccAislador} = 13,7 \cdot 12,6 = 173 \left[ \frac{A}{mm^2} s^{0,5} \right]$$

En la práctica, según el tipo de aislamiento el valor de la constante de cortocircuito  $K_{cc}$  oscila entre 90 y 180 para conductores de cobre. Así, por ejemplo, para un cortocircuito de 15 [kA] y un tiempo de despeje en 10 [ms] (medio ciclo), la sección mínima del conductor es:

$$S_{cc} \geq \frac{\sqrt{0,01} \times 15.000}{173} = 8,7 [mm^2]$$

Este resultado nos está indicando de que, independientemente de la capacidad de transporte térmico, ningún conductor de cobre, aislado con el material aislador del ejemplo (etileno-propileno), cuya sección sea inferior a 8,7 [mm<sup>2</sup>], está en condiciones de soportar un cortocircuito hipotético de las características especificadas: su temperatura rebasará el nivel máximo admisible antes que opere la protección.

La determinación de la capacidad de cortocircuito o, inversamente, la determinación de la sección mínima  $S_{cc}$  necesaria para soportar el cortocircuito especificado, permite verificar si la sección  $S$ , escogida a partir de la capacidad térmica de transporte, es compatible con este resultado.

Vemos así que, independientemente de las corrientes nominales, siempre es necesario conocer los niveles de cortocircuito, lo que hace necesario conocer las impedancias aguas arriba del punto de consumo.

Para los fines de los cálculos que se exponen a continuación, hemos considerado los siguientes tipos de cortocircuitos:

- a) Cortocircuito monofásico a tierra;
- b) Cortocircuito bifásico franco y
- c) Cortocircuitos trifásico franco.

En general los cortocircuitos trifásicos francos, si bien no son muy frecuentes, generan las mayores corrientes de cortocircuito.

Lo normal es que siempre exista un transformador de alimentación y un conjunto de líneas, de diferentes impedancias, conectadas en serie, hasta llegar a los consumos, tal como se observa en la Ilustración 6-29.

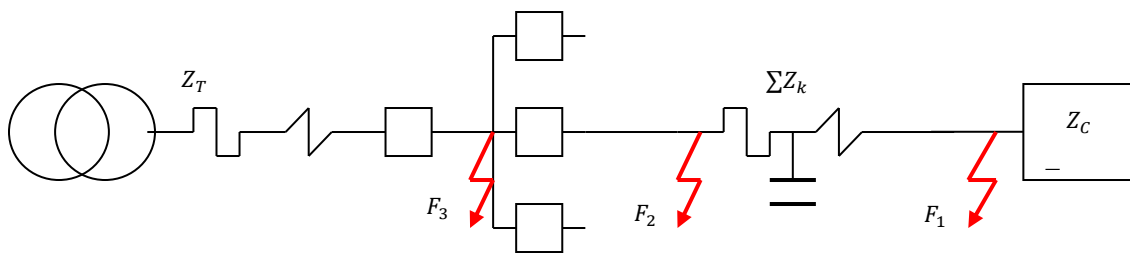


Ilustración 6-29: esquema de cortocircuito en alimentador

Sean:

- $U_{ff}$  : tensión entre fases del transformador (en vacío);
- $Z_T$  : impedancia interna del transformador;
- $\Sigma Z_k$  : suma impedancias de las líneas de alimentación hasta el punto de falla y
- $R_S$  : valor de la resistencia a tierra en el punto de falla.

- a) Cortocircuito monofásico a tierra:

$$I_{cc1\phi T} = \frac{U_{FF}}{\sqrt{3}(Z_T + \Sigma_k Z_k + R_S)}$$

- b) Cortocircuito bifásico franco:

$$I_{cc2\phi} = \frac{U_{ff}}{2(Z_T + \Sigma_k Z_k)}$$

c) Cortocircuito trifásico franco:

$$I_{cc3\phi} = \frac{U_{ff}}{\sqrt{3}(Z_T + \sum_k Z_k)}$$

Si comparamos estas las corrientes de cortocircuito, tenemos:

Caso c) comparado con caso a):

$$\frac{|I_{cc3\phi}|}{|I_{cc1\phi T}|} = \frac{(R_T + \sum_k Z_k) + R_s}{(R_T + \sum_k Z_k)} = 1 + \frac{R_s}{(R_T + \sum_k Z_k)} > 1$$

Caso c) comparado con caso b):

$$\frac{|I_{cc3\phi}|}{|I_{cc2\phi}|} = \frac{2(R_T + \sum_k Z_k)}{\sqrt{3}(R_T + \sum_k Z_k)} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,15 > 1$$

En ambos casos, el cortocircuito trifásico franco siempre es el mayor. Por esta razón, dado que, para especificar cables conductores es necesario considerar las fallas más desfavorables, es preferible considerar siempre el cortocircuito trifásico franco.

También es necesario considerar que, mientras más cerca del transformador se produzca la falla, mayores serán los niveles de cortocircuito. Obviamente, el caso más desfavorable corresponde al cortocircuito franco trifásico en bornes del transformador o en las barras de la subestación principal. En este caso extremo, la corriente de cortocircuito solo queda limitada por la impedancia interna del transformador: (Falla en punto N° 3 de la Ilustración 6-29).

$$I_{cc3\phi} = \frac{U_{ff}}{\sqrt{3}Z_T}$$

Este es el mayor de los cortocircuitos posibles:

$$\frac{I_{cc3\phi}(F_3)}{I_{cc3\phi}(F_i)} = \frac{Z_T + \sum_k Z_k}{Z_T} = 1 + \frac{\sum_k Z_k}{Z_T} \gg 1$$

La impedancia  $Z_T$ , expresada en función de la impedancia  $Z_T [0/1]$  y la respectiva capacidad  $C$  del transformador, es:

$$Z_T[\Omega] = \frac{U_{ff}^2}{C} Z_T[0/1] \quad ; \text{ o bien } \quad Z_T[m\Omega] = \frac{U_{ff}[kV]^2}{C[kVA]} Z_T[0/1]$$

Por lo tanto, la corriente de cortocircuito trifásico  $I_{cc3\phi}$  en bornes, expresada en términos de la capacidad o de la corriente nominal de los transformadores  $I_{nT}$ , es:

$$I_{cc3\phi} = \frac{C}{\sqrt{3}U_{ff}} \frac{1}{Z_T[0/1]} = \frac{I_{nT}}{Z_T[0/1]}$$

Como se puede ver, cuando mayor es la capacidad de un transformador, menor es su impedancia interna y, por lo tanto, mayor resulta el cortocircuito en bornes.

Cuando la capacidad de los transformadores es grande (comparada con las potencias de los consumos que alimentan) se dice que la barra de la subestación principal es infinita. Esta definición debe interpretarse en el sentido de que, dado que la impedancia del transformador es despreciable comparada con las impedancias del sistema de distribución, las caídas de tensión en la subestación resultan despreciables y, por lo tanto, las potencias y los niveles de corriente disponibles serían ilimitados.

Cuando no se conocen las impedancias "aguas arriba" del punto en el cual se evalúa una falla, resulta muy práctico considerar, simplemente, que las barras de la subestación son infinitas y que, por lo tanto, las únicas impedancias que limitan los cortocircuitos son las de la propia línea.

Más aún, si solo se conoce la resistencia de las líneas, es decir, si tampoco se tiene suficiente información respecto de las inductancias y capacitancias, es posible considerar, hipotéticamente, que las líneas solo tienen resistencia óhmica. En este caso, la corriente de cortocircuito  $I_{cc_h}$  calculada de esta manera, siempre será superior a la real. Para:

$$\frac{Z_T}{Z_k} \approx 0 \quad ; \quad Z_k \geq R_k = \frac{\rho k}{S}$$

$$I_{cc_h} = \frac{U_{fn}}{R_k} \geq I_{cc3\phi}$$

En esta expresión:

- $I_{cc_h}$  : corriente de cortocircuito hipotético (siempre mayor que el real);  
 $U_{fn}$  : tensión de referencia al neutro y  
 $R_k$  : resistencia del tramo de línea considerado.

Reemplazando  $R_k$  por su valor en ohmios y aplicando el valor hipotético  $I_{cc_h}$ , la sección mínima de cortocircuito  $S_{cc}$ , desarrollada en los párrafos anteriores, queda:

$$S_{cc} = \frac{\sqrt{\Delta t} U_{fn}}{K_{cc} R_k}$$

Ahora bien, dado que el cortocircuito disminuye a medida que aumenta la longitud  $k$ , estamos en condiciones de determinar la longitud mínima, por encima de la cual, las líneas son capaces de soportar un determinado nivel de cortocircuito. En efecto, en el límite, cuando la sección mínima de cortocircuito  $S_{cc}$  se iguala con la sección  $S$  (determinada a partir de la capacidad térmica de transporte), es posible plantear la siguiente ecuación de compromiso. Para:

$$R_k = \frac{\rho k}{S} \quad ; \quad S_{cc} = \frac{\sqrt{\Delta t} U_{FN}}{K_{cc} R_k}$$

Además, como:

$$I_{cc_{3\phi}} \leq I_{cc_h}$$

Reemplazando, tenemos que si  $S = S_{cc}$  entonces:

$$k(\geq)L_{cc} = \left( \frac{\sqrt{\Delta t}}{\rho K_{cc}} \right) U_{fn}$$

Este resultado es independiente de la sección del conductor. Debe interpretarse en el sentido de que, para el tiempo de apertura  $\Delta t$  y tensión al neutro de referencia  $U_{fn}$ , cualquier cable de longitud  $k$ , mayor que  $L_{cc}$ , se autoprotegerá. En estas circunstancias, no es necesario hacer más comprobaciones o cálculos respecto de las impedancias aguas arriba y/o corrientes de cortocircuito.



En la gráfica de la Ilustración 6-30 se ilustra esta situación para diversos niveles de la tensión  $U_{fn}$ . La función es lineal, proporcional a la tensión del sistema e independiente del calibre de los cables, solo depende de su constante de cortocircuito, resistividad y del tiempo de apertura.

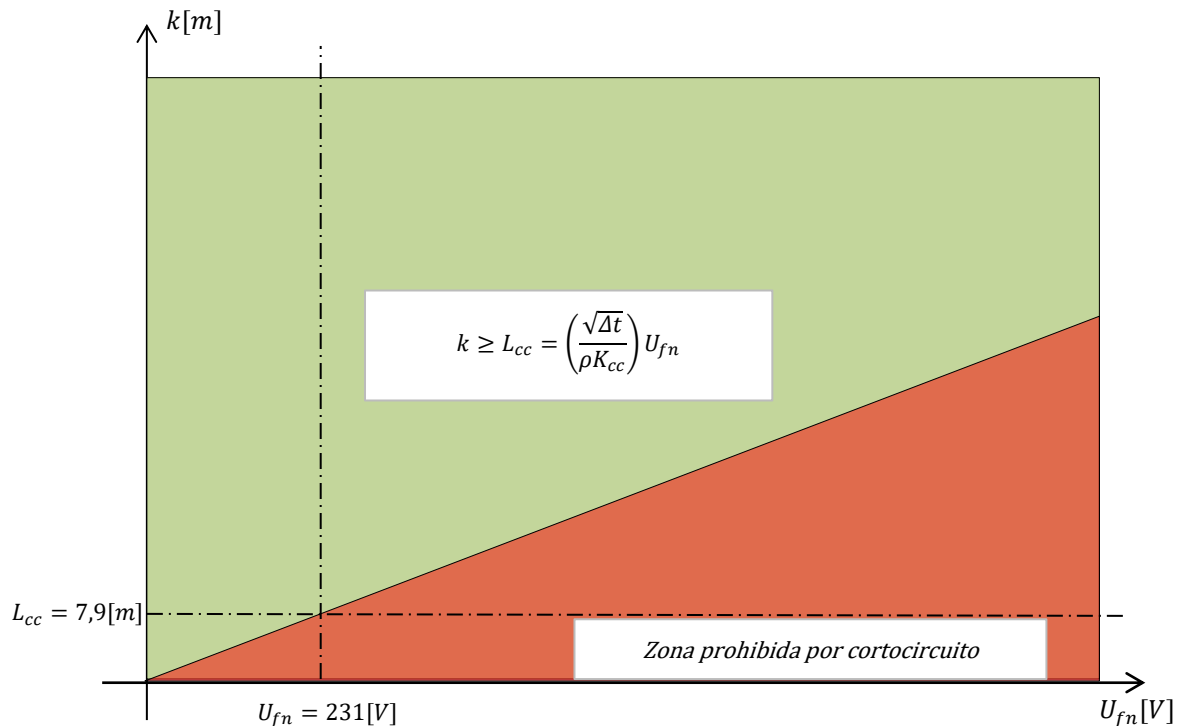


Ilustración 6-30: metodología determinación alimentador ante cortocircuito

La aplicación de esta metodología de cálculo permite evaluar, fácilmente, si las líneas en estudio soportarán o no cortocircuitos en tiempos de despeje iguales o inferiores a  $\Delta t$ . Además, esta metodología hace innecesario conocer previamente las impedancias del sistema.

En el caso en que la aplicación de esta fórmula diera como resultado que la longitud real  $k$  fuera menor que  $L_{cc}$  se hace indispensable determinar las corrientes de cortocircuito reales, considerando todas las impedancias, tanto las de la propia línea, como las del transformador y demás elementos del sistema aguas arriba del punto de falla en estudio (barras, interruptores, transformadores, etc.).

Para el cable del ejemplo, la longitud crítica de cortocircuito es de 7,9 [m]:

$$U_{FN} = 231 [V]$$

$$K_{cc} = 173 \left[ \frac{A}{mm^2} s^{0,5} \right]$$

$$\Delta t = 10 [ms]$$

$$\rho = 0,017 \left[ \frac{\Omega mm^2}{m} \right]$$

$$L_{cc} = \frac{\sqrt{\Delta t}}{\rho K_{cc}} U_{fn} = \frac{\sqrt{0,01} [s^{0,5}]}{0,017 \left[ \frac{\Omega mm^2}{m} \right] \cdot 173 \left[ \frac{A}{mm^2} s^{0,5} \right]} \cdot 231 [V] = 7,9 [m]$$

Como vemos, para el tiempo de apertura de 10 [ms] y la tensión de referencia al neutro es de 231 [V], cualquier cable de la tabla USE-RHH (Ilustración 6-27) de más de 7,9 [m] de longitud se autoprotege.

## 6.6 Regulación de tensión

El transporte de energía produce pérdidas en líneas de transmisión y transformadores. La evaluación y cálculo de las caídas de tensión es un tema de la más alta importancia para el correcto diseño e instalación de estos equipos.

A partir de la tensión al vacío en barras, el proyectista debe estar en condiciones de evaluar las caídas de tensión que tendrá el sistema de alimentación hasta los puntos de consumo. Cuando existe un punto intermedio de compra-venta, tanto el vendedor como el comprador, debiesen acordar los niveles de tensión máxima y mínima que aceptarán por contrato en el punto de medición e intercambio (*EM*). Para las empresas de distribución eléctrica concesionarias de servicio público, existen ciertas regulaciones y normas legales que se encargan de definir estos niveles, por ejemplo 0 [%] –5 [%].

Para cumplir con regulaciones como ésta, las empresas eléctricas deben diseñar sus sistemas de distribución de tal manera que cuando la potencia suministrada alcance los niveles máximos contratados, la tensión en el punto de medición y venta sea mayor o, a lo menos igual, a la tensión mínima a plena carga comprometida. Igualmente, cuando no hay consumos o éstos sean muy bajos, como lo que ocurre generalmente alrededor de las 3:00 AM, la tensión sea menor, o a lo sumo igual, a la tensión máxima en vacío contratada.

El cliente comprador, por su parte, debe diseñar su sistema privado de distribución de tal manera que, cuando su demanda alcance los niveles máximos proyectados, las tensiones finales en los puntos de consumo sean superiores, o a lo sumo iguales, a los valores mínimos que él mismo ha especificado para sus equipos. Igualmente, debe velar que la tensión final en los puntos de consumo sea inferior, o a lo sumo igual a la máxima que permiten sus máquinas y equipos eléctricos.

Como vemos, existen dos tipos de responsabilidades, derechos y obligaciones. Por una parte, las empresas eléctricas de distribución están sometidas a regulaciones legales que les fijan los niveles de calidad mínima que deben respetar en lo que se refiere a las variaciones máximas admisibles de la tensión, frecuencia y otros parámetros eléctricos en el punto de venta y medición y el cliente consumidor, por su parte, es el único responsable del diseño de los cables, subestaciones, tableros de distribución, etc., que le permita alcanzar los niveles de calidad que él mismo se ha impuesto. Así, por ejemplo, si desea reducir las caídas de tensión en sus líneas a niveles inferiores al 2,5 [%], deberá utilizar subestaciones y cables de capacidad suficiente, compatible con estas caídas de tensión lo cual, naturalmente, le resultará tanto más caro cuantos menores sean las caídas de tensión proyectadas. En cambio, si en alguno de sus equipos acepta caídas de tensión superiores (25 [%] por ejemplo), esto es de su exclusiva responsabilidad. En este sentido, la normativa solo establece ciertas recomendaciones, sin embargo, es clara y perentoria en lo que dice relación con los aspectos de seguridad que deben cumplir todos los proyectos, sean privados o públicos.

Se establece, así, una frontera que separa las responsabilidades entre el vendedor y el consumidor, que fija metas claras en lo que respecta al cálculo y determinación de las caídas de tensión en las líneas.

La caída de tensión  $\Delta U$  en una línea o sistema eléctrico es un parámetro escalar (no complejo) que se define según el módulo de la tensión  $U$  que se desea evaluar con respecto al módulo de una tensión de referencia  $U_r$ :

$$\Delta U = |\dot{U}| - |\dot{U}_r|$$

La caída de tensión, expresada en tanto por uno o porcentaje, se conoce como regulación de tensión *Reg.* [%]:

$$\Delta U[0/1] = \frac{|\dot{U}| - |\dot{U}_r|}{|\dot{U}_r|} ; \text{Reg}[\%] = \left( \frac{|\dot{U}|}{|\dot{U}_r|} - 1 \right) \cdot 100$$

Su valor puede ser negativo o positivo, según el valor de la tensión de referencia  $U_r$  que se haya escogido en cada caso.

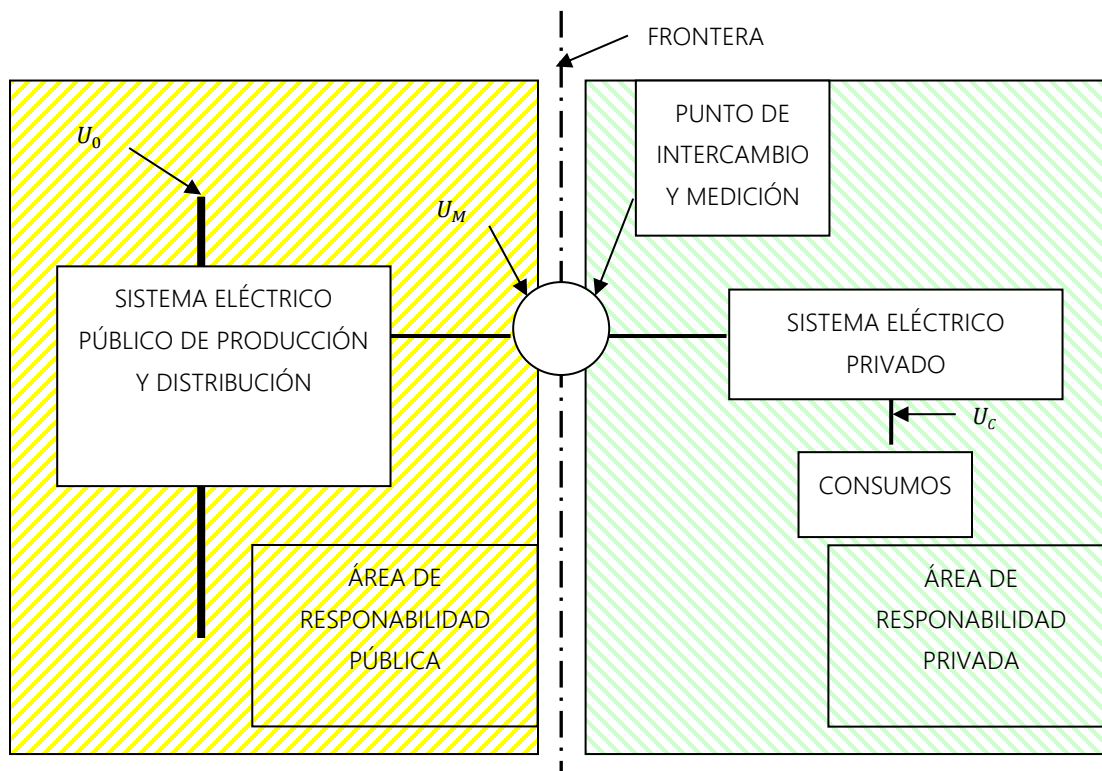


Ilustración 6-31: esquema de responsabilidades entre distribuidor y cliente

Las tensiones normalizadas más comunes existentes en Chile son, entre otras, las siguientes, todas ellas referidas a sistemas en vacío, es decir, sin carga:

- En corriente continua:

Vehículos a explosión	: 6 [V], 12 [V], 24 [V]
Telecomunicaciones y vehículos a batería	: 24 [V], 48 [V], 96 [V]
Equipo de control subestaciones	: 110 [V], 125 [V]
Tracción eléctrica (trolebuses, minería, trenes)	: 500 [V], 600 [V], 1.500 [V], 3.000 [V]

- En corriente alterna 50 [Hz]:

Baja tensión BT (trifásica, bifásica y monofásica)	:	400 / 231 [V]
Media tensión industrial (trifásica)	:	3.300 [V] 5.500 [V]
Distribución pública MT (trifásica, bifásica y monofásica)	:	12 [kV] 13,2 [kV] 13,8 [kV] 15 [kV] 23 [kV]
Transmisión AT (trifásica)	:	44 [kV] 66 [kV] 110 [kV] 154 [kV] 220 [kV] 350 [kV] 500 [kV]

En general, los proyectistas tienen libertad para jugar con las caídas de tensión en los diversos tramos de su proyecto, de tal manera que si, por ejemplo, las caídas de tensión aguas arriba del punto considerado son pequeñas, puede aceptar caídas de tensión mayores en las impedancias aguas abajo y viceversa, hasta lograr las caídas de tensión máximas proyectadas.

A partir de estas definiciones, el cálculo de las caídas de tensión debe orientarse a determinar el valor de la tensión en el punto que interesa, según las impedancias aguas arriba y las corrientes que circularán por las líneas.

Existen dos criterios de cálculo, según que el calculista vea el problema desde el punto de vista de la empresa eléctrica o lo vea desde el punto de vista del cliente consumidor.

En el primer caso, la tensión de referencia debe ser la tensión fase- fase nominal en vacío  $U_{ff\ n,0}$ , medida en bornes de las barras principales. En el segundo caso, la tensión de referencia  $U_{ff\ n,EM}$  debe ser la tensión fase-fase nominal a plena carga contratada, medida en el punto de medición.

### 6.6.1 Primer criterio de cálculo (según empresa eléctrica)

El primer criterio es el que normalmente utilizan las empresas eléctricas de distribución. En este caso la caída de tensión real  $\Delta U$ , medida en cualquier punto del sistema eléctrico de la empresa distribuidora, es:

$$\Delta U = |U_{ff}| - |U_{ff_{n,0}}|$$

Esta caída de tensión, comparada con la tensión nominal en vacío de referencia  $U_{ff_{n,0}}$  es, por definición, la regulación de la tensión de la empresa eléctrica en el punto analizado:

$$\Delta U[0/1] = \frac{|U_{ff}| - |U_{ff_{n,0}}|}{|U_{ff_{n,0}}|}$$

$$Reg_{EE}[\%] = \left( \frac{|U_{ff}|}{|U_{ff_{n,0}}|} - 1 \right) \cdot 100$$

En estas expresiones:

- $U_{ff_{n,0}}$  : tensión de referencia fase-fase nominal en vacío de la empresa eléctrica y  
 $U_{ff}$  : tensión frase-fase medida en el punto de cálculo analizado de la empresa eléctrica.

La regulación de tensión, así calculada, dado que está referida a una tensión hipotética de referencia  $U_{ff_{n,0}}$ , teóricamente, siempre debería ser negativa. Sin embargo, se pueden dar los siguientes casos.

#### 6.6.1.1 Tensión en vacío nominal

La tensión entre fases en vacío  $U_{ff_0}$ , medida en barras principales de la empresa eléctrica, es exactamente igual a la máxima nominal  $U_{ff_{n,0}}$  considerada en las normas y reglamentos aplicables a empresas eléctricas de distribución. En Chile, en baja tensión corresponde a 400 [V], equivalente a 231 [V] al neutro. En este ejemplo, la regulación es:

$$Reg_{EE}[\%] = \left\{ \frac{U_{ff_0}}{U_{ff_{n,0}}} - 1 \right\} \cdot 100 = \left\{ \frac{400}{400} - 1 \right\} \cdot 100 = 0,00[\%]$$

### 6.6.1.2 Tensión a plena carga nominal

En Chile, las empresas eléctricas de distribución concesionarias de servicio público, sometidas a regulación de tarifas están obligadas a entregar a sus clientes la potencia contratada  $P_{nEM}$  (trifásica, bifásica o monofásica), de tal manera que la regulación de la tensión  $Reg.$  [%] en el punto de suministro y medición cumpla con la siguiente condición:

$$0 \text{ [\%]} \geq Reg_{EE} \text{ [\%]} \geq -5 \text{ [\%]}$$

En baja tensión, esto significa que la tensión máxima en vacío no debe sobrepasar los 400 [V] (231 [V] referidos a neutro) y, a plena carga, no debe ser inferior a 380 [V] (220 [V] referidos a neutro). Si a esto se agrega que el factor de potencia  $\cos(\phi)$  mínimo aceptable legalmente es 0,93, entonces la corriente nominal máxima  $I_{nEM}$ , que debe ser capaz de suministrar la empresa eléctrica a cada uno de sus clientes, es:

$$I_{nEM} = \frac{P_{nEM}}{\sqrt{3} \cos(\phi) U_{ff_{n,EM}}}$$

La suma de todas las potencias contratadas  $P_{i,nEM}$  que concurren a la misma hora de punta, no puede ser mayor a la potencia  $P_{nEE}$  máxima nominal declarada que la empresa eléctrica puede suministrar. Por lo tanto, la corriente total  $I_{nEE}$ , que debe estar en condiciones de suministrar la empresa eléctrica, debe ser mayor, o a lo sumo igual, para  $\cos(\phi) \geq 0,93$  y  $P_{nEE} \geq \sum_i P_{i,nEM}$ , a:

$$I_{nEE} = \frac{P_{nEM}}{\cos(\phi) \sqrt{3} U_{ff_{n,EM}}}$$

Esto significa que los contratos de compra a las empresas distribuidoras, los transformadores y, en general todas las instalaciones de las empresas eléctricas de distribución, deben ser compatibles y coherentes con estas cifras. La impedancia nominal virtual equivalente  $Z_{nEE}$  [%] en porcentaje de la potencia base total  $P_{nEE}$  y la respectiva caída de tensión máxima  $\Delta U_{nEM}$  [%] en porcentaje de la tensión nominal en vacío  $U_{ff_{n,0}}$ , deben ser menores, o a lo sumo iguales, a la regulación nominal, 5 [%] en este ejemplo.

La impedancia compleja total de la empresa eléctrica corresponde a la suma de la respectiva impedancia compleja de los transformadores, sumada a la de las líneas de distribución:

$$Z_{nEE} = Z_{TEE} + Z_{kEE}$$

Supongamos, como ejemplo, que la demanda máxima proyectada a la hora de punta de una empresa eléctrica de distribución domiciliaria en baja tensión (la suma de todas las demandas máximas individuales a esa hora) es 15 [MW]. Supongamos, además que, para satisfacer la demanda, la empresa eléctrica sólo utiliza transformadores aéreos de 300[kVA] de las siguientes características:

Tensión primario en vacío	: $U_{ffp,0} = 13,2 [kV]$
Tensión secundario en vacío	: $U_{ffs,0} = 400[V]$
Potencia o capacidad nominal transformadores	: $P_{nT} = 300[kVA]$
Cantidad de transformadores necesarios	: $N = 50 [u]$
Regulación nominal a plena carga	: $Reg_{EE}[\%] = 5,0 [\%]$
Rendimiento transformadores a plena carga	: $\rho = 99,2 [\%]$
Impedancia nominal transformadores	: $Z_{nT} = 3,8 [\%]$

A partir de estas cifras podemos deducir los siguientes parámetros de operación y diseño de las redes de distribución que debe satisfacer la empresa eléctrica en porcentaje (en este caso referidos a la potencia base de 15 [MW]):

Tensión nominal fase-fase a plena carga	: $U_{ffn,EM} = 380[V]$
Corriente nominal total de referencia	: $I_{nEE} = 21.651 [A]$
Impedancia equivalente total EE	: $Z_{nEE} = 5,00 [\%]$
Resistencia nominal transformadores	: $R_{nT} = 0,80 [\%]$
Reactancia nominal transformadores	: $X_{nT} = 3,71 [\%]$
Resistencia nominal sistema eléctrico total	: $R_{nEE} = 3,35 [\%]$



Resistencia nominal cableado de distribución BT :  $R_{nBT}[\%] = 2,55 [\%]$ <sup>34</sup>

### 6.6.1.3 Tensión en vacío alta

Si, la tensión en vacío  $U_{ff_0}$ , medida en barras principales de la empresa distribuidora, es mayor que la máxima nominal  $U_{ff_{n,0}}$  considerada en las normas, contratos y/o reglamentos aplicables a empresas eléctricas de distribución, por ejemplo 410 [V] (237 [V] al neutro) en vez de 400 [V], la regulación de la tensión en vacío resulta positiva. En este caso +2,5 [%]:

$$Reg_{EE}[\%] = \left\{ \frac{410}{400} - 1 \right\} \cdot 100 = +2,5 [\%]$$

Al respecto podemos comentar que algunas empresas inescrupulosas suelen vender más potencia que la máxima que sus instalaciones pueden suministrar: sobrevenden potencia en horas de punta. En estas circunstancias, eventualmente, la tensión en los puntos de suministro puede ser inferior a la mínima nominal  $U_{ff_{n,EM}}$  garantizada por la regulación existente.

Para solucionar este problema suelen aumentar artificialmente la tensión general del sistema, operando sobre los cambiadores de tomas. Este truco, si bien podría considerarse técnicamente aceptable, tiene el inconveniente de que, eventualmente, durante las horas valle de muy bajo consumo, los clientes podrían recibir en sus empalmes una tensión superior a la nominal máxima  $U_{ff_{n,0}}$ , situación que, además de ilegal e inaceptable, puede dañar los artefactos eléctricos que se encuentre conectados.

La única forma legal de evitar estos problemas es reforzando las líneas, aumentando la capacidad de los transformadores y/o instalando cambiadores de tomas en carga

---

<sup>34</sup> Estas cifras nos dan una medida de la cantidad y/o potencia total en transformadores que debe disponer la empresa eléctrica y, además, la resistencia eléctrica mínima y/o capacidad de transporte que deben tener las líneas de distribución.

automáticos motorizados en los transformadores. En todo caso, cualesquiera soluciones implican inversiones que no siempre se hacen o no se hacen a tiempo.

### 6.6.2 Segundo criterio de cálculo (según cliente consumidor)

El segundo criterio de cálculo es el que deben aplicar los clientes consumidores al interior de sus instalaciones privadas. En este caso las caídas de tensión adicionales  $\Delta U_{ff}$ , medidas en cualquier punto del sistema eléctrico interior privado, es:

$$\Delta U = |U_{ff}| - |U_{ff_{n,EM}}|$$

Esta caída de tensión, comparada con la tensión nominal a plena carga de referencia  $U_{ff_{n,EM}}$  es, por definición, la regulación de tensión del cliente consumidor en el punto de medición en estudio:

$$\Delta U[0/1] = \frac{|U_{ff}| - |U_{ff_{n,EM}}|}{|U_{ff_{n,EM}}|} ; \text{Reg}_{cc}[\%] = \left( \frac{|U_{ff}|}{|U_{ff_{n,EM}}|} - 1 \right) \cdot 100$$

En estas expresiones:

- $U_{ff_{n,EM}}$  : tensión de referencia fase-fase (nominal) a plena carga en el punto de medición y
- $U_{ff}$  : tensión fase-fase medida en el punto de cálculo analizado del cliente consumidor.

La regulación de tensión, así calculada, referida a la tensión de referencia  $U_{ff_{n,EM}}$  puede ser positiva o negativa. Como está basada en una referencia ligeramente menor que la que aplican las empresas eléctricas, los valores absolutos resultan ligeramente superiores. La relación entre ambas regulaciones es:

$$\text{Reg}_{cc}[\%] = \left( \frac{1}{1 + \frac{\text{Reg}_{EE}[\%]}{100}} - 1 \right) \cdot 100$$

### 6.6.2.1 Tensión en vacío nominal

La tensión en vacío en el punto de medición y referencia es, justamente, la máxima según normativa  $U_{ff_{n,0}}$ . En este caso la regulación es:

$$Reg_{cc}[\%] = \left\{ \frac{|U_{ff_{n,0}}|}{|U_{ff_{n,EM}}|} - 1 \right\} \cdot 100$$

Así, por ejemplo, si la tensión nominal a en vacío en el punto de medición, vista por la empresa eléctrica, corresponde a una regulación de  $-5[\%]$ , esta misma tensión, vista por el cliente consumidor es:

$$Reg_{cc}[\%] = \left\{ \frac{1}{1 - \frac{5}{100}} - 1 \right\} \cdot 100 = +5,26 [\%]$$

### 6.6.2.2 Tensión mínima a plena carga en el extremo receptor

Al interior de los establecimientos privados, los diseñadores tienen libertad para fijar las caídas de tensión máximas que estimen convenientes. Sin embargo, dado que en la mayoría de los equipos eléctricos que existen en el mercado, se establecen las tensiones mínimas recomendadas, compatibles con las garantías comerciales, los diseñadores se ven obligados a respetar esos niveles mínimos.

Los equipos de iluminación, los motores de inducción, los equipos electrónicos, entre otros, no pueden trabajar correctamente si la tensión aplicada es inferior a un cierto nivel mínimo admisible  $U_{ff_{min,adm}}$ . Otros equipos, en cambio, como por ejemplo los calefactores y algunos motores especiales si pueden trabajar con niveles de tensión extremadamente bajos, sin sufrir ningún tipo de daño. Lo único que ocurre es que calientan menos o no son capaces de entregar la potencia nominal.

En general, no existen normas legales claras respecto de las caídas de tensión que se deban aceptar o escoger en instalaciones interiores privadas. Sin embargo, cualquier instalación eléctrica, sea privada o pública, deben respetar las normas de seguridad

existentes, tales como las que se refieren a los niveles de aislamiento, temperaturas máximas de operación, gases tóxicos, gases inflamables, etc.

En resumen, una vez fijado o escogida la regulación máxima admisible  $Reg_{cc}[\%]$  de cada equipo y/o terminal energizado, el diseñador debe calcular la sección de los conductores de manera que la caída de tensión en el punto de cálculo sea superior, o a lo sumo igual, al valor escogido, tomando como referencia la tensión mínima nominal  $U_{ff_{n,EM}}$  y, desde luego, la impedancia y características del equipo a instalar.

### 6.6.3 Cálculo caídas de tensión en cableados industriales

En sistemas de corriente continua industrial, la caída de tensión se calcula, simplemente, a partir de la corriente  $I$  del consumo y la resistencia unitaria  $r$  por unidad de longitud  $k$  de la línea de alimentación.

$$R_k = r\Delta k \quad ; \quad \Delta U_k = I \cdot R_k$$

Por lo tanto, la tensión en el punto de suministro y la respectiva regulación de la tensión, referidas a la tensión de alimentación  $U_k$ , son:

$$U_k = U_0 + \Delta U_k \quad ; \quad Reg_{cc}[\%] = \left( \frac{\Delta U_k}{U_k} - 1 \right) \cdot 100$$

En sistemas de corriente alterna, las caídas de tensión en cada fase están dadas por:

$$\Delta \dot{U}_k = i \dot{Z}_k$$

La impedancia compleja de la línea está compuesta por un juego de parámetros unitarios  $r, l, c, g$ . Dado que las corrientes de fuga activa son despreciables y que se trata de líneas muy cortas o cortas ( $f = 50 [Hz]$ ), para todos los fines prácticos es suficiente aplicar el circuito equivalente simplificado que se muestra en la Ilustración 6-32.

En este caso:

$$\dot{Z}_k = (r + jx_L)\Delta k \quad ; \quad \dot{Y}_k = (jy_C)\Delta k$$

## Conductores de transmisión de energía

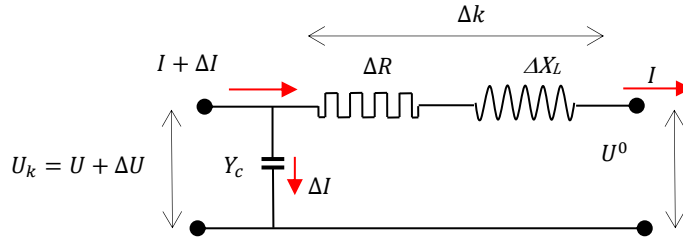


Ilustración 6-32: circuito equivalente para líneas cortas

La corriente  $I_c$  compleja del consumo, definida por la tensión aplicada  $U_0$  y los parámetros del consumo, es, para:

$$|Z_c| = \sqrt{R_c^2 + (X_{Lc} - X_{Cc})^2} \quad ; \quad \operatorname{tg}(\phi) = \frac{X_{Lc} - X_{Cc}}{R_c}$$

$$I_c = \frac{|U_{0f}|}{|Z_c|} (\cos(\phi) - j \sin(\phi))$$

Por lo tanto, la caída de tensión compleja en la línea es:

$$\Delta \dot{U}_k = Z_k I_c = \frac{|U_0|}{|Z_c|} ([r \cos(\phi) + x_L \sin(\phi)] - j[r \sin(\phi) - x_L \cos(\phi)]) \Delta k$$

O bien:

$$\Delta \dot{U}_k = \frac{|U_0|}{|Z_c|} \left( \left[ \cos(\phi) + \frac{x_L}{r} \operatorname{sen}(\phi) \right] - j \left[ \operatorname{sen}(\phi) - \frac{x_L}{r} \cos(\phi) \right] \right) r \Delta k$$

Igualmente, la tensión al neutro y la corriente en el punto de suministro, están dados por:

$$U_{fn_k} = U_{fn_0} + \Delta \dot{U}_k \quad ; \quad I_k = I_c + U_0 \cdot j y_c \Delta k$$

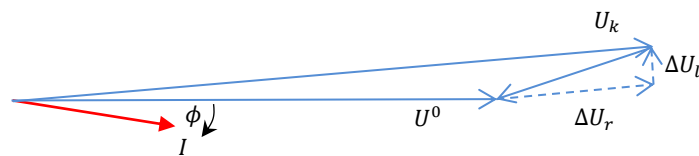


Ilustración 6-33: diagrama fasorial consumo en línea corta

Este tipo de cálculos se aplica y es útil para el análisis de las condiciones de estabilidad y coordinación de protecciones de los sistemas eléctricos, para lo cual existen muchísimos programas computacionales y/o métodos gráficos.

Para calcular el calibre de los conductores, necesario para garantizar que la tensión en el punto de consumo sea mayor que la mínima proyectada, se puede simplificar el modelo. Así, por ejemplo, el módulo de la caída de tensión simplificado es igual a:

$$|\Delta \dot{U}_k|_{(r,l)} = |I_c| r \Delta k \sqrt{1 + \left(\frac{x_L}{r}\right)^2}$$

Sean:

- $\Delta U_k$  : caída de tensión aceptable o escogida;
- $U_{fn_{n,EM}}$  : tensión monofásica al neutro de referencia en  $EM$ ;
- $u[0/1]$  : caída de tensión en tanto por uno, referida a  $U_{n,F,EM}$ ;
- $\rho_{Cu}$  : resistividad del cobre;
- $l$  : inductancia de la línea por unidad de longitud;
- $S_{Cu}$  : sección del conductor o línea monofásica y
- $J$  : densidad de corriente en el conductor.

La caída de tensión aceptable o escogida es:

$$|\Delta \dot{U}_k|_{(r,l)} = u U_{fn_{n,EM}} = J S_{Cu} \left(\frac{\rho_{Cu}}{S_{Cu}}\right) \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi f l}{r}\right)^2} \Delta k$$

Para  $r \gg x_L$ :

$$u \approx J \rho_{Cu} \frac{\Delta k}{U_{fn_{n,EM}}}$$

Como vemos, esta condición es independiente de la sección  $S_{Cu}$  del conductor, solo depende de las características de diseño escogidas y de la tensión al neutro nominal de referencia. Esto también significa que, una vez dadas o escogidas las características del diseño, la longitud  $k$  del conductor debe ser menor, o a lo sumo igual a una longitud crítica

$L_{cu}$ , por encima de la cual las caídas de tensión resultan inaceptables o incompatibles con las características de diseño proyectadas:

$$k \leq L_{cu} = \left( \frac{u}{J\rho_{Cu}} \right) U_{fn,EM}$$

En resumen, hasta aquí hemos visto que, independientemente de la capacidad de transporte térmico de los conductores, la distancia o longitud  $k$  de un sistema de transmisión se encuentra acotada, por una parte, por su capacidad de cortocircuito y, por la otra parte, por la caída de tensión máxima admisible. Ambas funciones aumentan linealmente en función de la tensión de referencia al neutro. En la Ilustración 6-34 se muestra el área permitida (en verde), compatible con ambas restricciones.

Consideremos, por ejemplo, un cable de baja tensión de las siguientes características:

- Tensión fase neutro :  $U_{fn} = 231[V]$   
 Densidad de corriente :  $J = 3,0 \left[ \frac{A}{mm^2} \right]$ <sup>35</sup>  
 Resistividad del cobre :  $\rho_{Cu} = 0,017 \left[ \frac{\Omega mm^2}{m} \right]$   
 Regulación de tensión :  $u = 5,0 [\%]$

La distancia crítica por caída de tensión es:<sup>36</sup>

$$L_{cu} = \left( \frac{0,050}{3 \cdot 0,017} \right) \cdot 231 = 226 [m]$$

---

<sup>35</sup> Según el tipo de electrificación, la densidad de corriente  $J$  puede quedar definida por:

- Las características térmicas de los materiales aisladores o
- La comparación de costos entre el metal conductor y el costo de las pérdidas de energía.

<sup>36</sup> En electrificaciones monofásicas, la longitud del cable debe dividirse entre los dos (2) conductores del sistema: la fase y el neutro, por lo tanto, la distancia calculada se reduce a 113 [m].

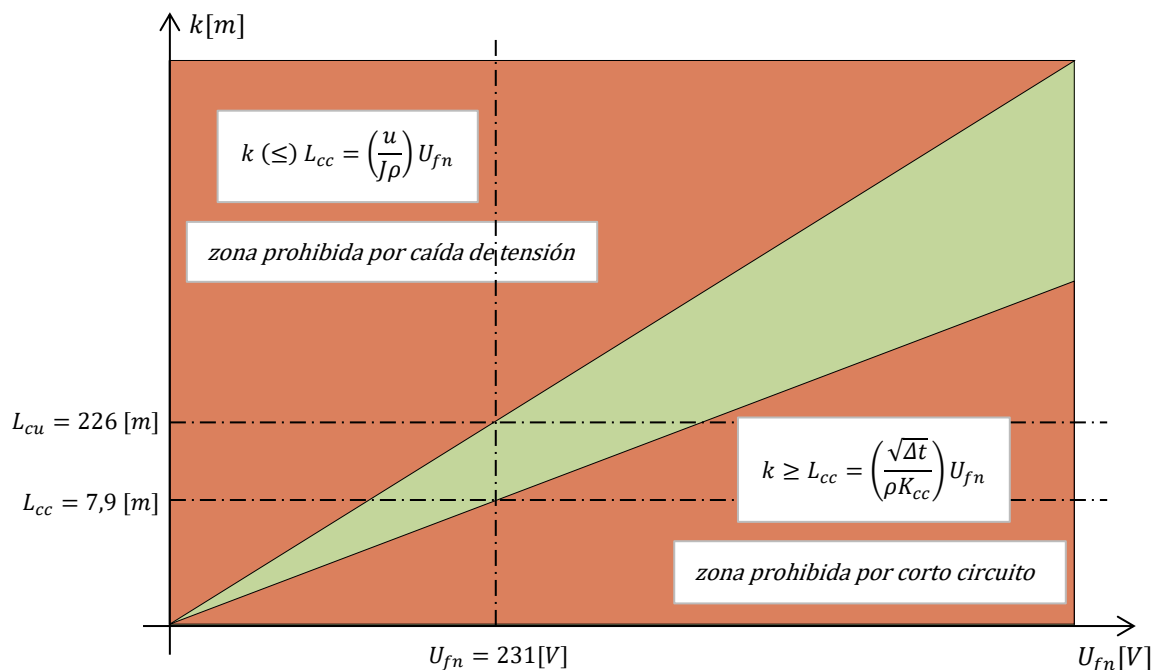


Ilustración 6-34: capacidad permitida de transmisión

## 6.7 Distancia y densidad de corriente económica

La fijación definitiva de las especificaciones técnicas de una línea requiere evaluar las diversas variables económicas que intervienen en el proyecto. Existen varios criterios de evaluación que tienen relación con la potencia, la tensión, el costo del metal conductor, el costo de las pérdidas de energía, el tipo de estructura, las alternativas del trazado, entre otros.

El criterio simplificado que se expone a continuación se basa solo en el valor del metal conductor en los mercados internacionales (aluminio o cobre) y en el costo marginal de las pérdidas de energía por efecto Joule. Entre ambos costos se puede establecer un criterio económico para fijar la densidad de corriente  $J$  y la distancia  $k$  que minimice el costo general de los proyectos.

Los datos de diseño básicos son:

- $I[A]$  : corriente nominal por fase;
- $k[m]$  : longitud de la línea;
- $S[mm^2]$  : sección del conductor;



- $d \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$  : densidad del metal conductor;  
 $\rho [\Omega m]$  : resistividad del metal conductor;  
 $c_{Co} \left[ \frac{\$}{kg} \right]$  : valor del metal conductor en los mercados internacionales;  
 $c_I [0/1]$  : coeficiente valor cable instalado / valor metal;  
 $c_E \left[ \frac{\$}{kWh} \right]$  : valor pérdidas de energía en la línea;  
 $t_A [h]$  : tiempo anual;  
 $f_p [0/1]$  : factor de planta de la instalación;  
 $f_c [0/1]$  : factor de carga anual de la energía transportada y  
 $avi [0/1]$  : factor de actualización anual de la inversión.

El costo anual  $C_{Co}$  de la inversión en metal conductor de una línea trifásica es:

$$C_{Co} = 3S \cdot k \cdot d \cdot c_{Co} \cdot c_I \cdot avi$$

El costo anual de la energía perdida por efecto Joule es:

$$C_E = I^2 \left( \frac{\rho \cdot k}{S} \right) t_A \cdot f_p \cdot f_c \cdot c_E$$

La suma de ambos costos anuales es:

$$C_A = C_{Co} + C_E = (3 \cdot k \cdot d \cdot c_{Co} \cdot c_I \cdot avi) \cdot S + (3 \cdot I^2 \cdot \rho \cdot k \cdot t_A \cdot f_p \cdot f_c \cdot c_E) \cdot \frac{1}{S}$$

La sección óptima económica se obtiene minimizando la ecuación:

$$\frac{\partial C_A}{\partial S} = (3 \cdot k \cdot d \cdot c_{Co} \cdot c_I \cdot avi) - (3 \cdot I^2 \cdot \rho \cdot k \cdot t_A \cdot f_p \cdot f_c \cdot c_E) \cdot \frac{1}{S^2} = 0$$

Por lo tanto, la densidad de corriente económica es:

$$J = \frac{I}{S} = \sqrt{\frac{d \cdot c_{Co} \cdot c_I \cdot avi}{\rho \cdot t_A \cdot f_p \cdot f_c \cdot c_E}}$$

$$J = \sqrt{\frac{d}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{avi \cdot c_{Co} \cdot c_I}{c_E}} \cdot \sqrt{\frac{1}{t_A \cdot f_p \cdot f_c}}$$

Como vemos, esta función tiene las siguientes particularidades:

## Conductores de transmisión de energía

- Es independiente de la longitud  $k$  de la línea;
- El primer término se refiere solo a las características físicas del material: densidad y resistividad;
- El segundo término es, básicamente, el término económico en el cual, dado que ambos precios están bajo una raíz y divididos entre sí, las eventuales variaciones entre ellos afectan poco el resultado final y
- El tercer término es sólo función de las condiciones de operación del sistema eléctrico.

La aplicación de esta función para conductores de cobre y/o aluminio conduce a los siguientes resultados.

Tabla 6-8: valores técnico/económicos de conductores cobre y/o aluminio

Valores económicos generales	Valores operativos
$\text{Cambio: } 706 \left[ \frac{\$}{\text{US\$}} \right]$	$t_A = 8.760 \text{ [h]}$
$N = 30 \text{ [a]}$	$f_p = 0,95 \text{ [0/1]}$
$a = 10 \text{ [%]}$	$f_c = 0,65 \text{ [0/1]}$
$avi = 0,1061$	$C_I = 3$
$c_E = 55 \left[ \frac{\$}{\text{kWh}} \right]$	

Tabla 6-9: valores específicos conductores cobre y/o aluminio

Conductores de cobre	Conductores de aluminio
$d_{Cu} = 8.906 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$	$d_{Al} = 2.643 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$
$\rho_{Cu} = 0,01750 \left[ \frac{\Omega \text{ mm}}{\text{m}^2} \right]$	$\rho_{Al} = 0,02618 \left[ \frac{\Omega \text{ mm}}{\text{m}^2} \right]$
$C_{Cu} = 3.269 \left[ \frac{\$}{\text{kg}} \right]$	$C_{Al} = 1.130 \left[ \frac{\$}{\text{kg}} \right]$
$J_{Cu} = 1,33 \left[ \frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \right]$	$J_{Al} = 0,35 \left[ \frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \right]$

Tabla 6-10: distancia económica para conductores de cobre

Distancia económica en función de la caída de tensión trifásica nominal para conductores de $Cu$					
$0,247 \frac{[km/kV_{ff}]}{u[\%]}$			$J_{Cu} = 1,33 \left[ \frac{A}{mm^2} \right]$		
$u[\%]$	1	2	3	4	5
$U_{ff\ n,0}[kV]$	$L_{Cu}[km]$				
0,4	0,10	0,20	0,30	0,40	0,49
13,2	3,3	6,5	9,8	13,1	16,3
13,8	3	7	10	14	17
15	4	7	11	15	19
23	6	11	17	23	28
44	11	22	33	44	54
66	16	33	49	65	82
110	27	54	82	109	136
220	54	109	163	218	272
360	89	178	267	356	445
500	124	247	371	495	618
750	185	371	556	742	927

Según esta metodología simplificada de cálculo económico, la densidad de corriente económica para conductores de cobre sería de  $1,33 \left[ \frac{A}{mm^2} \right]$  y para conductores de aluminio  $0,35 \left[ \frac{A}{mm^2} \right]$ . Estas densidades de corriente aplicadas al cálculo de la longitud crítica por caída de tensión  $L_{Cu}$ , deducida en la sección 6.6.3, nos permite hacer una evaluación preliminar respecto de las distancias que se pueden cubrir económicamente, en función de la tensión trifásica de los sistemas. Vemos además que, para un mismo nivel de tensión y, según el precio actual de los metales, la distancia que se puede cubrir con tendidos de aluminio es 2,55 veces mayor que la que se puede cubrir con tendidos de cobre.

Tabla 6-11: distancia económica para conductores de aluminio

Distancia económica en función de la caída de tensión trifásica nominal para conductores de Al					
$0,631 \frac{[km/kV_{ff}]}{u[\%]}$			$J_{Al} = 0,35 \left[ \frac{A}{mm^2} \right]$		
$u[\%]$	1	2	3	4	5
$U_{ffn,0}[kV]$	$L_{Al}[km]$				
0,4	0,25	0,51	0,76	1,01	1,26
13,2	8,3	16,7	25,0	33,3	41,7
13,8	9	17	26	35	44
15	9	19	28	38	47
23	15	29	44	58	73
44	28	56	83	111	139
66	42	83	125	167	208
110	69	139	208	278	347
220	139	278	417	556	695
360	227	455	682	909	1.137
500	316	631	947	1.263	1.579
750	474	947	1.421	1.894	2.368

En la hoja "Dist. dens. económica" del archivo asociado al Capítulo 6 en la página web del libro, se entrega una herramienta que permite calcular la distancia económica para distintos valores de densidad de corriente y precios del *Cu* y *Al*.

## 6.8 Rigidez dieléctrica y efecto corona

### 6.8.1 Rigidez dieléctrica

El concepto de rigidez dieléctrica se refiere al campo eléctrico capaz de romper o disgregar la estructura molecular de los materiales aisladores. Cuando el campo eléctrico exterior aplicado a una molécula es suficientemente intenso, si las fuerzas electroestáticas son superiores a las intermoleculares, es posible romper, separar las partículas y elementos cargados eléctricamente que la componen.

Todos los compuestos (las sales, los ácidos, el agua, el oxígeno, el nitrógeno, los hidrocarburos, el vidrio, el gas  $SF_6$ , etc.), están formados por dos o más átomos de polaridad opuesta que se mantienen unidos por efecto de los campos intermoleculares  $\vec{E}_i$  que se ejerce entre ellos. Así, por ejemplo, la molécula de sal común ( $NaCl$ ), compuesta por un átomo de cloro ( $Cl^-$ ) y un átomo de sodio ( $Na^+$ ), se mantiene unida por efecto del campo eléctrico interior que se ejerce entre sus dos átomos de polaridad contraria.

Este tipo de compuestos se conocen como bipolares o polares, debido a que sus moléculas presentan un extremo positivo y el otro negativo. Por esta razón, al estar en presencia de un campo eléctrico exterior sus moléculas tienden orientarse fácilmente en la dirección de su eje polar. En estas circunstancias, si el campo de fuerzas electrostáticas exterior  $\vec{E}_e$  es mayor que el interior  $\vec{E}_i$  las moléculas se estiran y finalmente se rompen, fraccionándose en sus componentes: se forman, así, dos iones, uno positivo y el otro negativo, que tratan de moverse dentro de su medio en la dirección del campo eléctrico exterior, según sus respectivas polaridades.

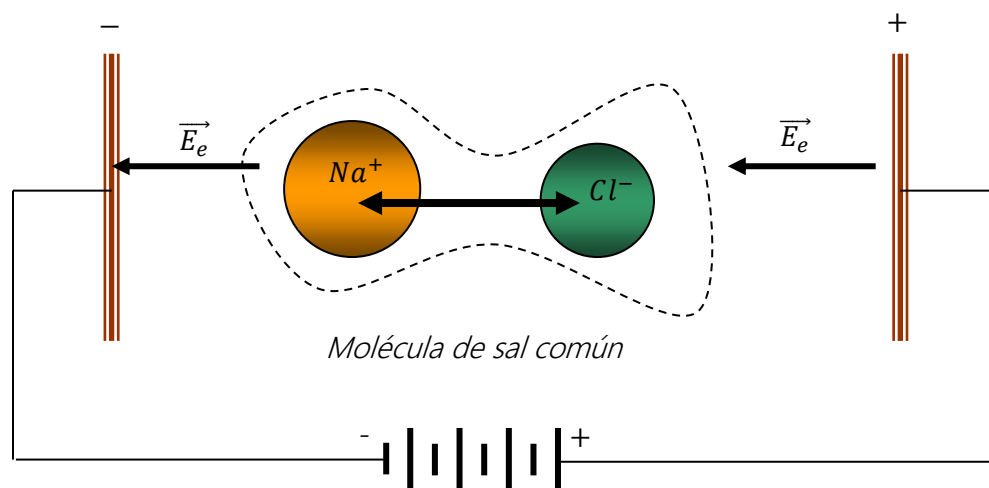
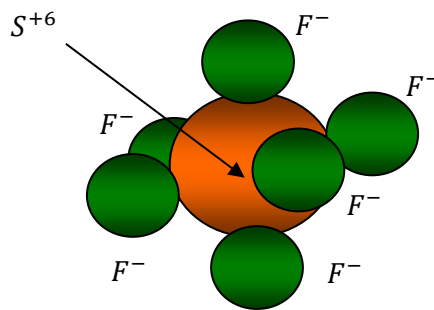


Ilustración 6-35: ruptura molecular de sal  $NaCl$

Si el compuesto se encuentra disuelto en agua o formando parte de algún otro líquido aislador, o se encuentra en estado gaseoso, dado que las partículas se pueden mover libremente en el medio, se genera una corriente eléctrica intensa entre los electrodos: el material, originalmente aislador, se transforma en conductor.

Cuando las moléculas están compuestas por un átomo central de una polaridad y varios periféricos de polaridad contraria, como por ejemplo el metano (gas  $CH_4$ ), el hexafluoruro de azufre ( $SF_6$ ), los hidrocarburos de origen natural y artificial y muchos otros más, sus formas se parecen más a una esfera o a una espiral enrollada sobre sí misma, que a un ovoide bipolar, es decir, no presentan extremos o polos de polaridad contraria claramente diferenciados. Por el contrario, presentan prácticamente la misma polaridad desde cualquier ángulo que se las mire, ruedan o giran al interior del campo eléctrico exterior aplicado sin polarizarse.



*Ilustración 6-36: molécula de gas  $SF_6$*

Si el campo eléctrico exterior es lo suficientemente intenso y, dado que en realidad este tipo de moléculas no son del todo simétricas, se polarizan levemente, permitiendo que, finalmente, se rompan. Las moléculas se disgregan en sus componentes iónicos y se moverán en la dirección del campo aplicado según sus respectivas polaridades. Se genera, así, una corriente eléctrica violenta, una avalancha de partículas cargadas. Este es el origen de las chispas y rayos.

El valor del campo eléctrico capaz de romper las moléculas de los materiales aisladores se conoce como rigidez dieléctrica  $r_d$ . Su unidad de medida en unidades SI es el voltio por metro  $\left[\frac{V}{m}\right]$  o alguno de sus múltiplos:  $\left[\frac{MV}{m}\right]$  o  $\left[\frac{kV}{mm}\right]$ .

Para la medición de la rigidez dieléctrica es común utilizar dos electrodos planos paralelos de 25 [mm] de diámetro, ligeramente curvados en su cara interior, separados 2,5 [mm]. La tensión de prueba a la cual se produce la descarga se conoce como tensión

límite de ruptura. Al dividir este valor por la distancia entre los electrodos se obtiene el valor de la rigidez dieléctrica.

El conocimiento de la rigidez dieléctrica, así como de las otras propiedades eléctricas y mecánicas de los diversos materiales aisladores, permite el diseño de una gran variedad de soluciones para la protección, aislamiento y soporte de las partes energizadas de los equipos eléctricos. En el caso de los conductores eléctricos de baja y media tensión, es necesario, por una parte, aislar las partes sometidas a tensión y, por la otra parte, es necesario que el calor generado en su interior pueda fluir fácilmente hacia el exterior. También es necesario que la cubierta sea capaz de proveer protección mecánica, sin que se pierda flexibilidad. Todas estas cualidades y limitaciones hacen que la tecnología de los materiales aisladores sea una de las disciplinas más complejas de la ingeniería eléctrica de potencia. En la Tabla 6-12 se muestran algunos valores típicos de rigidez dieléctrica a presión y temperatura normales.

El desarrollo de la química orgánica moderna, en particular de los plásticos y otros materiales similares, ha permitido la fabricación de aisladores con muy altos índices de rigidez dieléctrica, conductividad térmica, resistividad eléctrica, flexibilidad y resistencia mecánica, todo lo cual ha permitido la construcción de cables y equipos mucho más pequeños, compactos y eficientes.

Tabla 6-12: valores de rigidez dieléctrica de algunos materiales

Material aislador	Tensión de ruptura [kV]	Rigidez dieléctrica $\left[\frac{kV}{mm}\right]$
Aceite mineral	25 a 40	10 a 16
Polietileno	50 a 55	20 a 22
Gas $SF_6$	15 a 20	7 a 8
Aire	1,0 a 7,5	0,4 a 3
Agua pura	75	30
Vidrio	25 a 35	10 a 14

## 6.8.2 Campo eléctrico de configuraciones comunes

El proyecto y construcción de equipos eléctricos requiere considerar factores de seguridad que garanticen que los niveles máximos de las tensiones de operación serán claramente inferiores a los que podrían perforar el dieléctrico. Por ejemplo 2, 3 o 4 veces el valor máximo de la tensión de punta entre las partes vivas de los conductores. Para esto, sin embargo, es necesario conocer cómo se distribuye el campo eléctrico entre los conductores, según las diferentes configuraciones en estudio. Analicemos en particular las siguientes configuraciones:

- Electrodo planos paralelos,
- cables coaxiales,
- conductores cilíndricos paralelos y
- Línea aérea en altura sobre el suelo.

### 6.8.2.1 Electrodos planos paralelos

El campo eléctrico  $\vec{E}$  al interior de dos electrodos planos paralelos es constante. Su valor y el de la respectiva capacidad electrostática  $C$  están dados por:

$$\vec{E} = \frac{U}{d} \hat{x} \quad ; \quad C = \frac{\epsilon S}{d}$$

En que:

- $U$  : tensión aplicada;
- $\epsilon$  : permitividad dieléctrica;
- $S$  : superficie de las placas y
- $d$  : separación entre placas.

El instrumento que se utiliza para medir la rigidez dieléctrica se basa en este modelo, es decir, dos placas paralelas circulares, separadas por una pequeña distancia, generalmente de un décimo ( $\frac{1}{10}$ ) del diámetro de las placas. La rigidez dieléctrica se determina dividiendo la tensión aplicada, que logra romper el dieléctrico, por la distancia entre los electrodos de prueba.

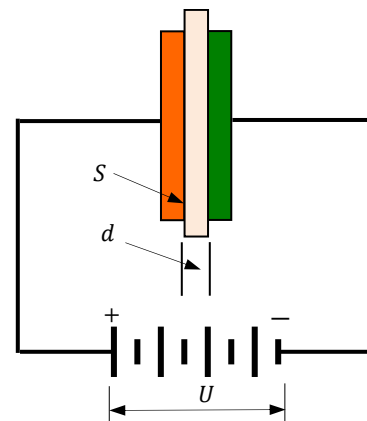


Ilustración 6-37: electrodos paralelos planos



Este tipo de configuración es la que normalmente se ocupa en todo tipo de condensadores, los cuales se construyen enrollando sobre sí mismo un par de delgadas láminas metálicas, generalmente de aluminio, separadas por alguna película de material aislador de alta permitividad dieléctrica. La tensión máxima que este tipo de equipos puede soportar depende, justamente, de la rigidez dieléctrica del material aislador.

### 6.8.2.2 Cables coaxiales

Este tipo de conductores se construyen con un conductor central de diámetro  $\phi_1$  y un conductor periférico de diámetro  $\phi_2$ , conocido como pantalla o armadura, separados por un material aislador de alta rigidez dieléctrica. Al aplicar una tensión  $U$ , el campo eléctrico  $\vec{E}$  apunta en dirección radial y su valor disminuye en forma inversa de la distancia al centro, siendo nulo en el espacio exterior a la pantalla. Su valor y el de la respectiva capacidad electrostática por unidad de longitud están dados por:

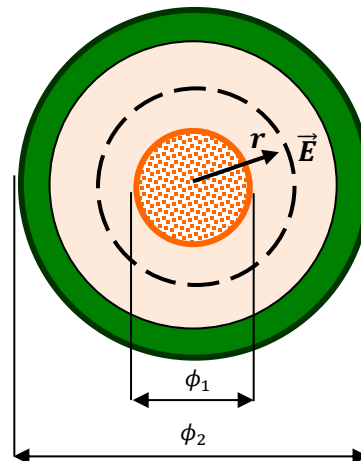



Ilustración 6-38: campo eléctrico cable coaxial

$$\vec{E} = \frac{U}{\ln\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)} \frac{\hat{r}}{r} \quad ; \quad c = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)}$$

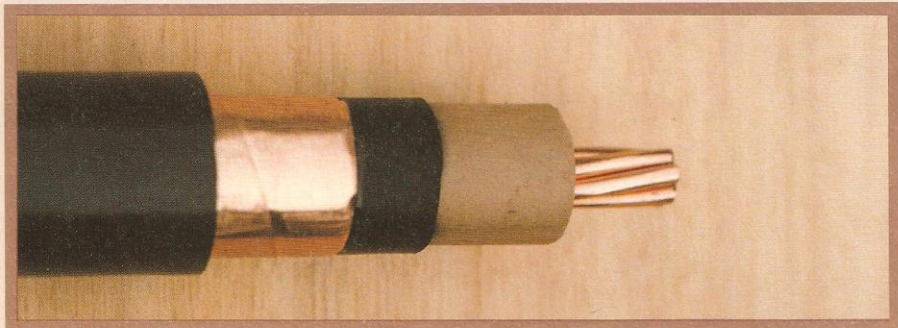
Esta distribución hace necesario determinar el campo eléctrico máximo posible en la periferia del conductor central, de manera que su valor sea menor al de la rigidez dieléctrica del material empleado.

Consideremos, por ejemplo, el cable coaxial con pantalla conectada a tierra, aislado con polietileno del tipo NSD-X (A), descrito en la hoja de especificaciones técnicas de Madeco que se muestra en la Ilustración 6-39. En particular, el de menor calibre para 15 [kV] efectivo (fase-fase), cuyas características son las siguientes:

**DISTRIBUIDOR Y PODER**  
**ET**



**CABLES TENDIDO FIJO**



Norma de fabricación: ICEA S-68-516

**CABLES MONOPOLARES "ET" - 8 KV - 90° C - 100% IL**

Calibre AWG o MCM	Construcción		Espesor Aislación mm.	Espesor Revest. mm.	Diám. Final mm.	Peso Aprox. Kg./Kmt.	Cap. Corriente		Fuerza Tendido Kg.	Radio Curvatura mm.	Cte. Corto- circuito K. Amperes
	Nº Hebras	∅ mm.					En Ducto Amperes	Enterrados Amperes			
6	7	1,56	2,92	1,52	15	400	106	130	95	180	6
4	7	1,96	2,92	1,52	17	500	137	169	150	200	9
2	7	2,47	2,92	1,52	18	600	178	219	230	220	15
1	19	1,69	2,92	1,52	19	800	204	248	300	230	19
1/0	19	1,89	2,92	1,52	20	900	233	283	370	240	24
2/0	19	2,13	2,92	2,03	22	1.100	265	322	470	270	30
3/0	19	2,39	2,92	2,03	23	1.300	302	367	500	280	38
4/0	19	2,68	2,92	2,03	25	1.500	345	418	500	300	48
250	37	2,09	2,92	2,03	27	1.800	379	459	500	330	57
350	37	2,47	2,92	2,03	30	2.400	460	551	500	360	79
500	37	2,95	2,92	2,03	34	3.100	561	669	500	400	114

**CABLES MONOPOLARES "ET" - 15 KV - 90° C - 100% IL**

Calibre AWG o MCM	Construcción		Espesor Aislación mm.	Espesor Revest. mm.	Diám. Final mm.	Peso Aprox. Kg./Kmt.	Cap. Corriente		Fuerza Tendido Kg.	Radio Curvatura mm.	Cte. Corto- circuito K. Amperes
	Nº Hebras	∅ mm.					En Ducto Amperes	Enterrados Amperes			
2	7	2,47	4,45	2,03	22	900	179	210	230	270	15
1	19	1,69	4,45	2,03	23	1.000	204	240	300	280	19
1/0	19	1,89	4,45	2,03	24	1.100	232	274	370	290	24
2/0	19	2,13	4,45	2,03	25	1.300	265	312	470	300	30
3/0	19	2,39	4,45	2,03	27	1.500	302	354	500	320	38
4/0	19	2,68	4,45	2,03	28	1.700	344	403	500	330	48
250	37	2,09	4,45	2,03	30	2.000	378	442	500	360	57
350	37	2,47	4,45	2,03	33	2.600	457	534	500	390	79
500	37	2,95	4,45	2,03	36	3.400	557	649	510	430	114

23

Ilustración 6-39: especificaciones cables ET (producto discontinuado sin valor comercial)

Tensión nominal efectiva fase-fase :  $U_{ff_n} = 15 [kV]$

Corriente nominal :  $I_n = 200 [A]$

Diámetro exterior cable central :  $\phi_1 = 7,41 [mm]$

Diámetro interior pantalla :  $\phi_2 = 16,31 [mm]$

Espesor aislamiento de polietileno :  $d = 4,45 [mm]$

Rigidez dieléctrica material aislador :  $rd = 10 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$  (Aprox)

La tensión nominal o de diseño máxima de punta a tierra es:

$$U_{ft_{m\acute{a}x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} U_{ff_n} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 15 [kV] = 12,25[kV]$$

El campo eléctrico máximo, en la superficie del conductor central, es, por lo tanto:

$$|\vec{E}_{m\acute{a}x}| = \frac{U_{ft_{m\acute{a}x}}}{\ln\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}\right)} \frac{1}{r} = \frac{12,25 [kV]}{\ln\left(\frac{16,31}{7,41}\right)} \frac{1}{\frac{7,41[mm]}{2}} = 4,19 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$$

Si consideramos que la rigidez dieléctrica del material aislador es del orden de  $20 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$ , vemos que el fabricante ha considerado un coeficiente de seguridad de 4,8.

Según la especificación técnica de Madeco para cables coaxiales de  $15 [kV_{ff}]$ , este es el de menor calibre ofrecido y admite corrientes de  $200 [A]$ , lo que permite alimentar transformadores trifásicos de hasta  $5 [MW]$ . Dado que, para este nivel de tensión no existen cables de menor calibre, si se desea alimentar transformadores de menor capacidad, de  $500 [kVA]$  por ejemplo, el conductor resulta sobredimensionado.

Si se ofreciera o existiera comercialmente un cable de menor diámetro, el campo eléctrico en su superficie sería superior a los  $4,19 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$  calculados, lo que comprometería seriamente su nivel de seguridad y protección.

En la Ilustración 6-40 se ha representado un conductor coaxial cuyo conductor central es tubular. Se ha graficado la rigidez dieléctrica con dos valores:  $rd_1$ , mayor que el campo eléctrico máximo  $\vec{E}_{m\acute{a}x}$ . y  $rd_2$ , menor que el campo eléctrico máximo. En el primer caso se genera el fenómeno conocido como efecto corona, que se describe más adelante.

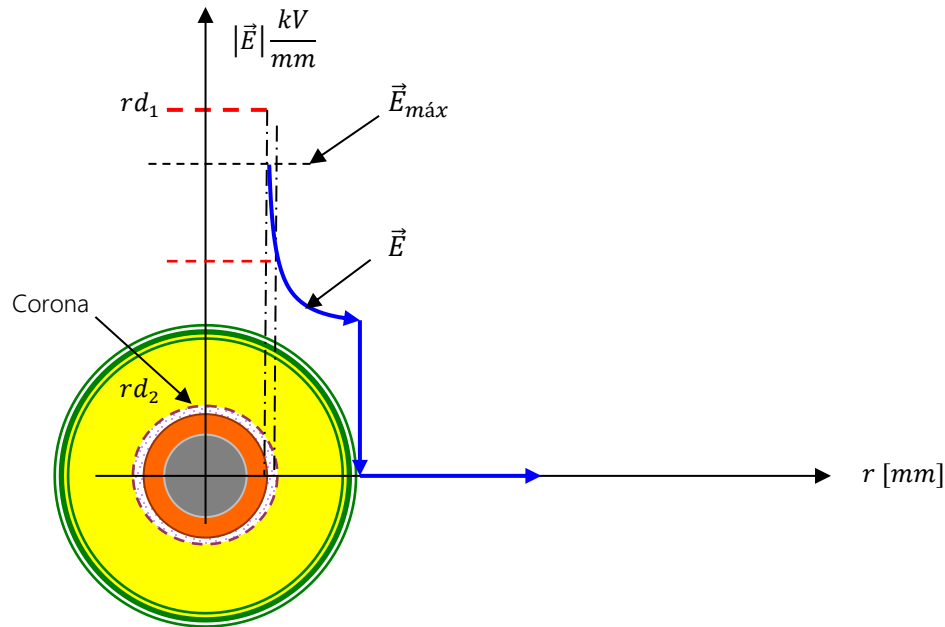


Ilustración 6-40: campo eléctrico en conductor coaxial

### 6.8.2.3 Conductores cilíndricos paralelos

La gran mayoría de las líneas conductoras se construyen a base de cables paralelos, con o sin cubierta aisladora. En el caso de las líneas abiertas, que se tienden entre postes o torres, el material aislador es el aire circundante y loza o cerámica en los apoyos. El campo eléctrico entre los conductores está dado por la siguiente expresión vectorial:

$$\vec{E}_r = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left[ \frac{\hat{r}_1}{r_1} - \frac{\hat{r}_2}{r_2} \right]$$

En esta expresión:

$q$  : carga eléctrica por unidad de longitud, en  $\left[\frac{C}{m}\right]$  y

$r_1$  y  $r_2$  : vectores de un punto  $P$  cualquiera desde los respectivos conductores.

El desarrollo de esta ecuación a lo largo del eje  $x$  que une el centro de ambos conductores conduce a los siguientes resultados para el campo eléctrico y la respectiva capacidad por unidad de longitud:

$$\vec{E}_x \left[ \frac{V}{m} \right] = \frac{U}{2 \ln \left( \frac{2d}{\phi} - 1 \right)} \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{d-r} \right) ; \quad c \left[ \frac{F}{m} \right] = \frac{\pi\epsilon}{\ln \left( \frac{2d}{\phi} - 1 \right)}$$

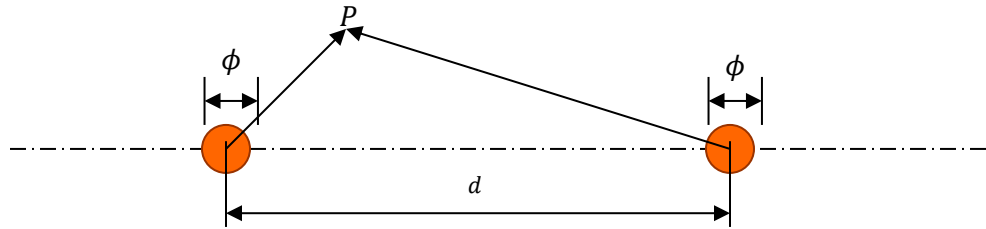


Ilustración 6-41: conductores cilíndricos paralelos

El campo eléctrico presenta sus valores máximos en la superficie de los conductores y disminuye, según funciones inversas de las respectivas distancias, hasta alcanzar su valor mínimo en el punto central. Los respectivos valores son:

- Valor máximo en la superficie de los conductores  $r = \frac{\phi}{2}$ :

$$|\vec{E}_{m\acute{a}x}| = \frac{U_{m\acute{a}x}}{\ln\left(\frac{2d}{\phi} - 1\right)} \left( \frac{2d}{\phi^2 \left(\frac{2d}{\phi} - 1\right)} \right)$$

- Valor mínimo en el punto central entre los conductores  $r = \frac{d}{2}$ :

$$|\vec{E}_{m\acute{i}n}| = \frac{U_{m\acute{i}n}}{\ln\left(\frac{2d}{\phi} - 1\right)} \frac{2}{d}$$

#### 6.8.2.4 Línea aérea en altura sobre el suelo

Este caso, también muy común, responde a las mismas ecuaciones que las que corresponden a conductores paralelos. En efecto, considerando que entre dos conductores paralelos el plano equidistante central es un plano equipotencial, en el cual se produce el campo eléctrico mínimo y, dado que la tierra tiene características conductoras, el plano del suelo corresponde, en este caso, al plano equipotencial que se genera entre el conductor tendido a la altura  $h$  y su imagen a la profundidad  $h$ .

Para  $d = 2h$ :

$$|\vec{E}| \left[ \frac{V}{m} \right] = \frac{U}{2 \ln\left(\frac{4h}{\phi} - 1\right)} \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{2h - r} \right)$$

Y la capacidad electrostática por unidad de longitud:

$$c \left[ \frac{F}{m} \right] = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{4h}{\phi} - 1\right)}$$

El campo eléctrico presenta su valor máximo en la superficie del conductor y disminuye en forma inversa de la distancia hasta alcanzar su valor mínimo en el suelo. Los respectivos valores son:

- Valor máximo en la superficie del conductor  $r = \frac{\phi}{2}$ :

$$|\vec{E}_{m\acute{a}x}| = \frac{U_{m\acute{a}x}}{\ln\left(\frac{4h}{\phi} - 1\right)} \left( \frac{4h}{\phi^2 \left(\frac{4h}{\phi} - 1\right)} \right)$$

- Valor mínimo en la superficie del suelo  $r = h$ :

$$|\vec{E}_{m\acute{i}n}| = \frac{U_{m\acute{i}n}}{\ln\left(\frac{4h}{\phi} - 1\right)} \frac{1}{h}$$

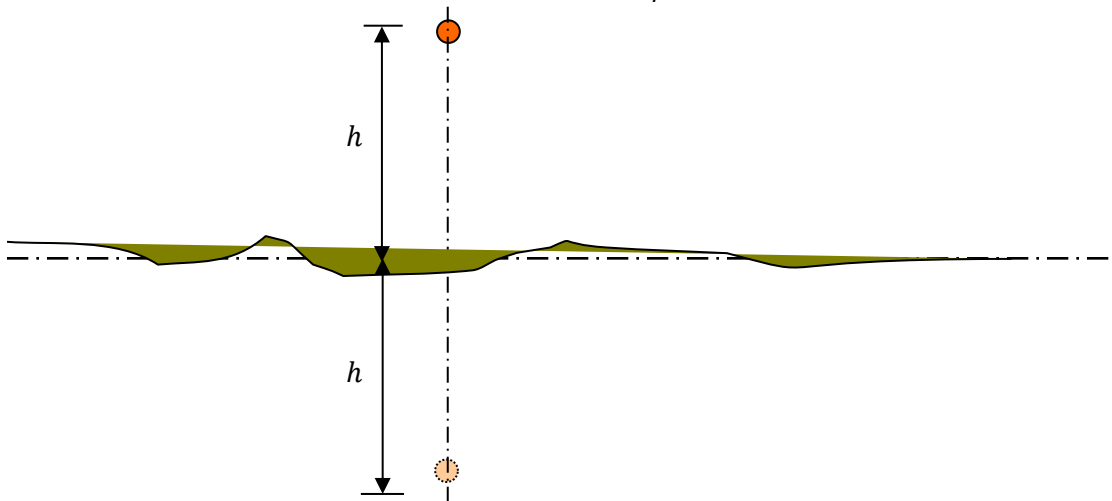


Ilustración 6-42: método imagen para cálculo de campo eléctrico de línea aérea

Consideremos, por ejemplo, una línea aérea de 23 [kV] con conductores desnudos tipo Duro Clase A especificados en el manual de Madeco (Ilustración 6-43), calibre 2AWG, de 33,6 [mm<sup>2</sup>], tendidos en postes a 10 [m] de altura y separados 0,50 [m]. La aplicación de estas fórmulas conduce a los siguientes resultados, que también se presentan en la Ilustración 6-44.

$$\begin{aligned} U_{ff} &= 23 \text{ [kV]} & d &= 500 \text{ [mm]} \\ \phi &= 7,41 \text{ [mm]} & h &= 10 \text{ [m]} \end{aligned}$$




**DESNUDOS**

**CABLES DURO CLASE A**

**MADECO**

**Usos:**  
Aplicados en tendidos aéreos a la intemperie como cables desnudos o revestidos.



**Normas de fabricación:** NCh-1236 y ASTM-B8

**Descripción del conductor:**  
Cables compuestos de alambres de cobre redondos, desnudos, duros, cableados helicoidalmente sobre una hebra como alma en capas concéntricas. Todos los alambres son de un mismo diámetro.

Calibre	Sección en mm. <sup>2</sup>	Número de Hebras	Diám. Hebras mm.	Diám. Cable mm.	Resist. Eléct. OHM/Km.	Peso Aprox. Kg./Km.	Cap. Corriente A (30° C)
4	21,2	7	1,96	5,88	0,863	192	130
2	33,6	7	2,47	7,41	0,544	304	175
1	42,4	7	2,78	8,34	0,431	385	205
1/0	53,5	7	3,12	9,36	0,342	485	235
2/0	67,4	7	3,50	10,50	0,271	611	275
3/0	85,0	7	3,93	11,79	0,215	770	320
4/0	107	7	4,42	13,26	0,171	974	370
250	127	19	2,91	14,55	0,144	1.146	410
300	152	19	3,19	15,95	0,120	1.376	460
350	177	19	3,45	17,25	0,103	1.610	510
400	203	19	3,69	18,45	0,0901	1.843	555
500	253	37	2,95	20,65	0,0723	2.293	630
600	304	37	3,23	22,61	0,0602	2.749	710
700	355	61	2,72	24,48	0,0515	3.214	780
750	380	61	2,82	25,38	0,0481	3.455	810
800	405	61	2,91	26,19	0,0452	3.679	845
900	456	61	3,09	27,81	0,0401	4.148	905
1000	507	61	3,25	29,25	0,0361	4.586	965
1500	760	61	3,98	35,82	0,0241	6.882	1215
2000	1.013	91	3,76	41,36	0,0181	9.163	1405

**Nota:** A pedido se fabrican además en otros temples.

2

Ilustración 6-43: especificación cables duro clase A (producto discontinuado sin valor comercial)

Como se muestra en la gráfica, la tensión decae rápidamente hacia el centro de la configuración y hacia el suelo, hasta alcanzar niveles despreciables. Sin embargo, en la

superficie de los conductores se alcanzan fácilmente valores similares o superiores a los de la rigidez dieléctrica del aire.

Campo eléctrico máximo entre fases: :  $E_{m\acute{a}x_{ff}} = 0,903 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$

Campo eléctrico mínimo entre fases: :  $E_{m\acute{i}n_{ff}} = 0,027 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$

Campo eléctrico máximo fase tierra: :  $E_{m\acute{a}x_{ft}} = 0,295 \left[ \frac{V}{mm} \right]$

Campo eléctrico a nivel del suelo: :  $E_{m\acute{i}n_{ft}} = 0,000 \left[ \frac{V}{mm} \right]$

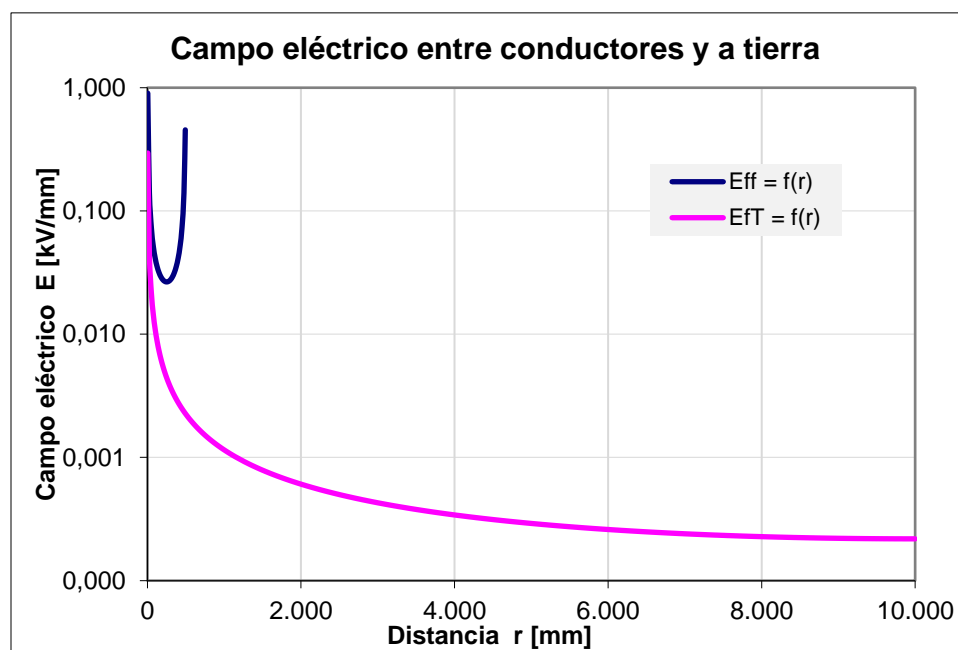


Ilustración 6-44: campo eléctrico entre conductores y a tierra para línea aérea

### 6.8.3 Efecto corona

A la luz de estos planteamientos, resulta interesante preguntarse qué pasa cuando el campo eléctrico en la superficie de los conductores rebasa los límites de la rigidez dieléctrica del material aislador. Cuando esto ocurre, el material tiende a polarizarse y disociarse, generándose un movimiento de iones y cargas eléctricas en la dirección radial. Sin embargo, cuando estas partículas alcanzan la zona en donde el campo eléctrico es inferior al que corresponde al límite de rigidez dieléctrica, se vuelven a reconstituir. Las moléculas y cargas eléctricas se recomponen, emitiendo o entregando el exceso de la energía cinética y



potencial que habían acumulado al llegar a ese nivel. El material emite energía, en algunos casos luminosa y/o sonora. Este fenómeno se conoce como efecto corona.

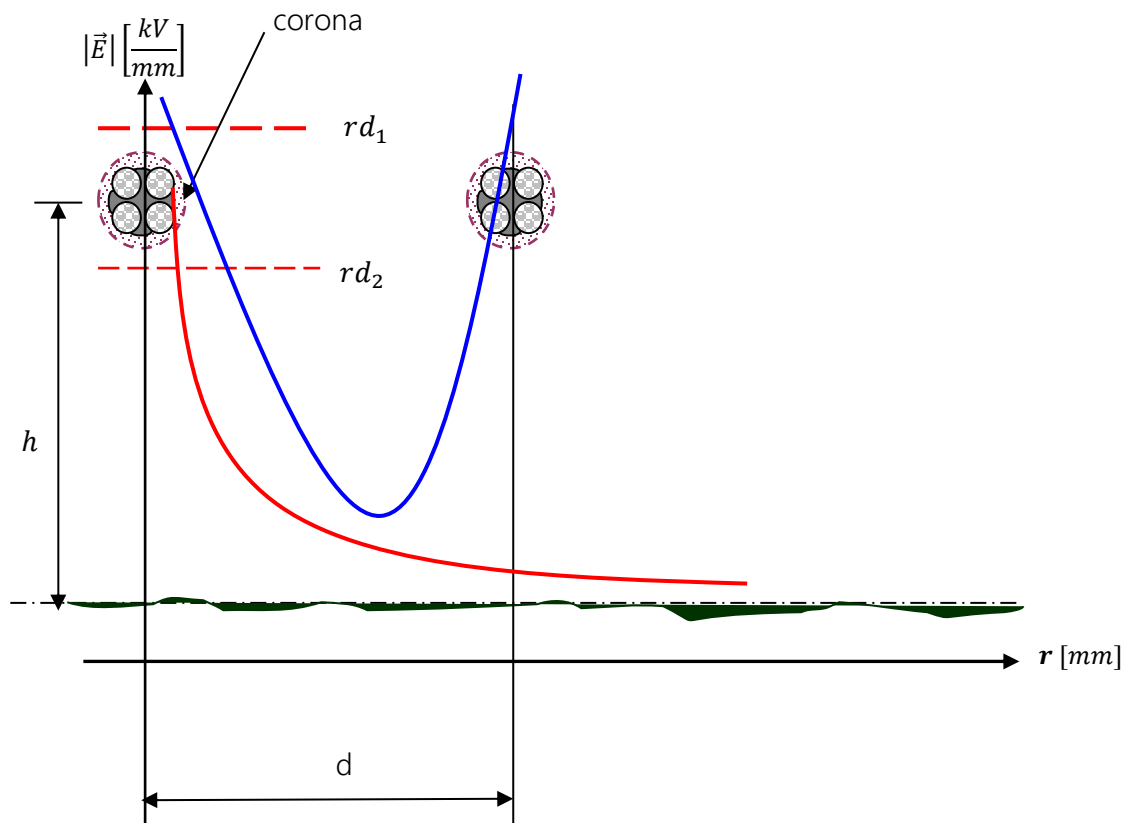


Ilustración 6-45: efecto corona en conductores

En la Ilustración 6-45 se muestran dos niveles de la rigidez dieléctrica  $rd_1$  y  $rd_2$ . Dado que la segunda es inferior al campo eléctrico máximo, se produce efecto corona en el entorno del conductor.

Por el tipo de campo eléctrico que existe alrededor de los conductores cilíndricos y, dado que la tensión máxima se mantiene dentro de valores relativamente constantes, no se produce un arco entre los conductores, es decir, no se produce un cortocircuito, no hay una conducción propiamente tal desde un conductor al otro por la vía de un arco en el material aislador. Lo que ocurre es que se produce una emisión radial de energía hacia el exterior, procedente del material aislador, en el espacio contenido entre la superficie del conductor y el diámetro en el cual el campo eléctrico iguala a la rigidez dieléctrica. El conductor aumenta artificialmente su diámetro a expensas de los iones y cargas eléctricas del material aislador

que lo cubre. Dentro de ese espacio se produce una descomposición y recomposición de partículas, con emisión de energía, a expensas del campo eléctrico aplicado. Se crea una especie de cubierta conductora en torno al conductor la que, además, se comporta como conductor en el sentido longitudinal. Esta cubierta ionizada tiene propiedades conductoras que se agregan a la sección del conductor: es como si el conductor aumentara artificialmente su diámetro.

Este fenómeno resulta inaceptable en conductores coaxiales ya que, como el material aislador es sólido o plástico, se carboniza y emite gases, perjudicando seriamente sus propiedades aisladoras. Cuando se trata de líneas abiertas, dado que el aire alrededor de la línea se renueva fácilmente, no se producen deterioros importantes, salvo en los apoyos y cadenas de aisladores.

Por esta razón, el conductor central de algunos cables coaxiales para alta tensión se construye en forma tubular, debido a que no necesariamente necesita tener tanta capacidad de transporte, pero su diámetro exterior siempre debe ser mayor al que se deduce de estas ecuaciones. En líneas abiertas, en cambio, considerando que las pérdidas por este efecto son relativamente pequeñas, en algunos casos se acepta que exista cierto nivel de corona.

Por estas mismas razones, las líneas de transmisión de alta tensión de cobre o aluminio se construyen con tres o cuatro conductores por fase, separados mediante piezas especiales que los mantienen equidistantes entre sí, como si fueran las esquinas de un polígono regular. De esta manera se logra descomprimir el campo eléctrico superficial y, al mismo tiempo, utilizar solo la cantidad de material necesario para la conducción, de acuerdo a su capacidad térmica de transporte.

## 6.9 Ejemplos

### 6.9.1 Línea de 500 [kV] de doble circuito para el transporte de 1.000 [MW]

Consideremos, por ejemplo, una línea de 500 [kV], para el transporte de 1.000 [MW], a una distancia de 500 [km], construida mediante cuatro (4) conductores calibre 800 MCM de aluminio trenzado, de 26,19 [mm] de diámetro cada uno, separados mediante una pieza

fundida de aluminio que determina un diámetro medio equivalente de 400[mm]. La separación entre fases es de 3 [m] y la distancia al suelo de 20 [m].

En el dibujo se muestran cuatro conductores de aluminio por fase, separados por una pieza especial de aluminio fundido, que se instala a cada 50[m], aproximadamente.

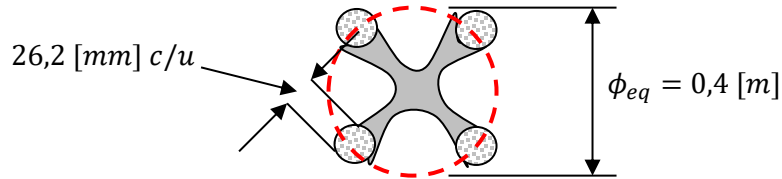


Ilustración 6-46: sección de línea 500 [kV] de 4 conductores del ejemplo

Potencia nominal a transmitir :  $P = 1.000 [MW]$

Tensión nominal fase-fase :  $U_{ff} = 500 [kV]$

La corriente nominal por fase es:

$$I = \frac{P}{\sqrt{3}U} = \frac{500 \cdot 10^3 [kW]}{\sqrt{3} \cdot 500 [kV]} = 1.155 [A]$$

Si la caída de tensión máxima admisible es  $\Delta U[\%] = 2,5[\%]$ , entonces

$$\Delta U = \frac{\Delta U[\%] U_{FF}}{100 \sqrt{3}} = 7.217 [V]$$

La resistencia máxima de la línea es:

$$R = \frac{\Delta U}{I} = \frac{7.217[V]}{1.155[A]} = 6,25 [\Omega]$$

La sección total de aluminio necesaria es:

$$S_{Al} = \frac{\rho L}{R} = \frac{0,027 \left[ \frac{\Omega \text{ mm}^2}{m} \right] \cdot 500 \cdot 10^3 [m]}{6,25[\Omega]} = 2.160 [\text{mm}^2]$$

Así, la sección y diámetro de cada conductor de aluminio son:

$$S = \frac{S_{Al}}{4} = 540 [\text{mm}^2] \text{ c/u} \quad ; \quad \phi = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = 26,2 [\text{mm}] \text{ c/u}$$

La aplicación de las fórmulas planteadas conduce a los siguientes resultados para el campo eléctrico:

Campo eléctrico máximo entre fases en la superficie de los conductores tetra polares	: $E_{máx_{ff}} = 0,718 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$
Campo eléctrico mínimo entre fases, en el punto central entre ambas líneas	: $E_{mín_{ff}} = 0,179 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$
Campo eléctrico máximo fase tierra, en la superficie de los conductores tetra polares	: $E_{máx_{ft}} = 0,194 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$
Campo eléctrico a nivel del suelo	: $E_{mín_{ft}} = 0,004 \left[ \frac{kV}{mm} \right]$

Como vemos, los cuatro conductores de aluminio calibre 800 MCM c/u, de 26,2 [mm] de diámetro, permiten transmitir 1.000 [MW] a una distancia de 500 [km] con una caída de tensión del 2,5 [%]. Si la línea de transmisión es de doble circuito, la potencia de 1.000 [MW] se distribuye por iguales partes entre cada circuito. Por lo tanto, en condiciones normales, las caídas de tensión se reducen a 1,25 [%].

En cuanto al efecto corona, la disposición indicada, con un radio medio de 200 [mm], genera campos eléctricos máximos del orden de 0,72  $\left[ \frac{kV}{mm} \right]$ , nivel que eventualmente, podría provocar efecto corona sólo en el caso en que el aire esté contaminado y húmedo.

### 6.9.2 Estación de bombeo de 350 [kW]

El ejemplo que se desarrolla a continuación está aplicado a una estación de bombeo y regadío compuesta por un transformador de 400 [kVA], dos bombas de pozo profundo de 75 [kW] cada una (100 HP) y cinco bombas de aspersión de 35 [kW] cada una, instaladas según el diagrama de la Ilustración 6-47.

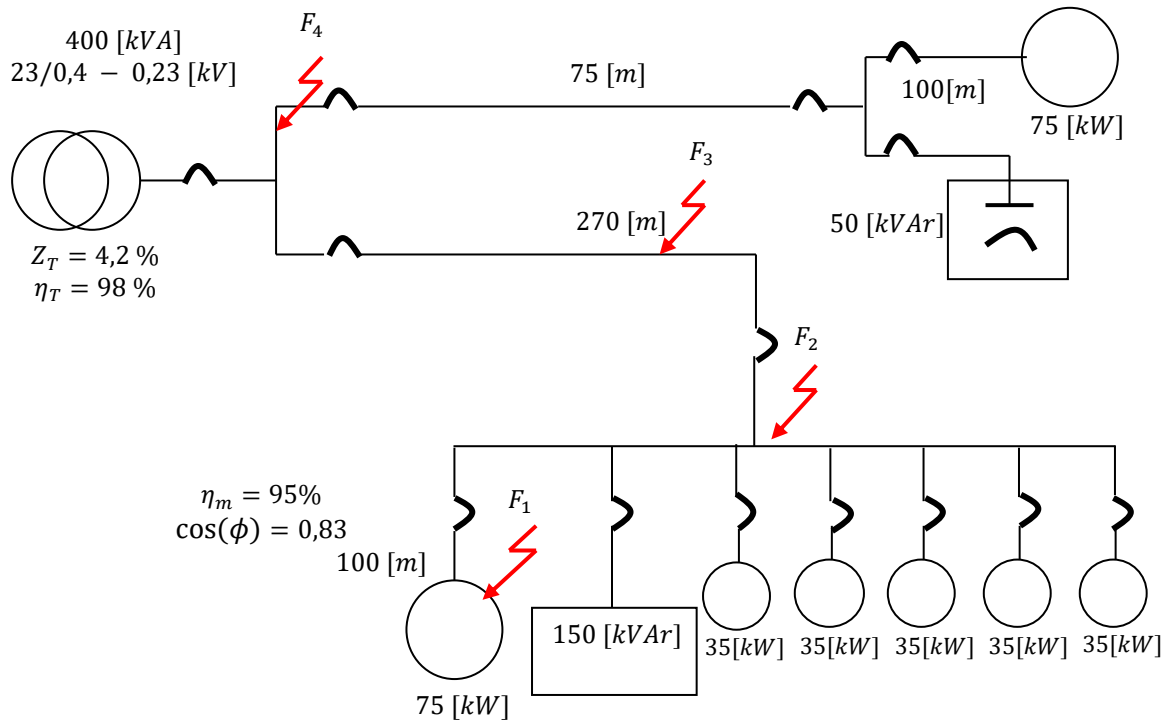


Ilustración 6-47: esquema estación de bombeo del ejemplo

1. En primer lugar, se analiza el nivel de las corrientes de cada uno de los consumos y corrientes en los alimentadores.
2. En segundo lugar, se evalúa la potencia reactiva de las bombas con el objeto de calcular la capacidad de los condensadores necesarios para corregir el factor de potencia del sistema.
3. En tercer lugar, en base a la capacidad de transporte necesaria, se especifican los calibres, corregidos por temperatura, para cada uno de los alimentadores.
4. En cuarto lugar, se verifican las caídas de tensión en los tramos y se definen las secciones definitivas.
5. En quinto lugar, se determinan las corrientes de cortocircuito en tableros y subestación.
6. Finalmente, se determina el tipo de protecciones para cada alimentador y equipo del sistema.

#### 6.9.2.1 Corrientes nominales de cada una de las motobombas y transformador

Para las motobombas se aplica la siguiente ecuación,

$$I_n = \frac{P_M}{\eta \sqrt{3} U_{ff} \cos(\phi)}$$

Motobombas de pozo profundo de 75 [kW] :  $I_{mp} = 137,29 [A]$  cada una

Motobombas de aspersión de 35 [kW] :  $I_{ma} = 64,07 [A]$  cada una

Suma :  $I_m = 137,29 \cdot 2 + 64,07 \cdot 5 = 594,93 [A]$

Para el transformador:

$$I_{nT} = \frac{S}{\sqrt{3}U} = \frac{400 [kVA]}{\sqrt{3} \cdot 0,4 [kV]} = 577,35 [A]$$

### 6.9.2.2 Potencia reactiva y corrección del factor de potencia

Está claro que como la suma de las corrientes de los consumos (594,93 [A]) es superior la nominal del transformador, se hace necesario corregir el factor de potencia lo que, además de disminuir las corrientes y las pérdidas en las líneas, elimina las multas por mal factor de potencia (1% de la factura total por cada punto porcentual por debajo de 0,93: 10% en este caso).

Si se desea llevar el factor de potencia a niveles cercanos a la unidad es necesario agregar condensadores capaces de compensar los consumos reactivos. La potencia reactiva está dada por la siguiente ecuación aplicable a cada caso:

$$Q_m = \frac{P_M}{\eta} \cdot \frac{\sqrt{1 - (\cos(\phi))^2}}{\cos(\phi)}$$

Motobombas de 75[kW] :  $Q_{rmp} = 53,05 [kVAr]$  cada una

Motobombas de 35[kW] :  $Q_{rma} = 24,76 [kVAr]$  cada una

En el proyecto se agregó un banco de condensadores de 50 [kVAr] en paralelo con la motobomba del pozo profundo No. 1, el cual se conecta cada vez que la motobomba parte. Para las otras motobombas, alimentadas desde el tablero de distribución de la central de bombeo y aspersión, se agregó un banco regulable de 150 [kVAr], compuesto por doce (12) unidades de 12,5 [kVAr] cada uno, comandados por un sistema secuencial de contactos controlados por un medidor del factor de potencia digital programable. En estas condiciones, el factor de potencia corregido del sistema de motobombas quedó como sigue:

$$\cos(\phi) = \frac{P}{\sqrt{P^2 + (Q_l - Q_c)^2}}$$

Motobomba de pozo profundo N°1 de 75 [kW]	:	$\cos(\phi)_1 = 0,999$
Tablero central de bombeo y aspersión de 250 [kW]	:	$\cos(\phi)_2 = 0,994$
Factor de potencia total del sistema de bombas:	:	$\cos(\phi)_T = 0,996$

Con estas correcciones, las corrientes nominales de cada uno de los dos alimentadores quedan como sigue:

Línea de alimentación tablero motobomba N° 1 corregida	:	$I_1 = 114,06 [A]$
Línea de alimentación tablero central de aspersión y motobomba N° 2:	:	$I_2 = 382,12 [A]$
Suma (corriente por transformador)	:	$I_T = 496,18 [A]$

El módulo de la suma compleja de las corrientes de ambas líneas de alimentación corregidas con los condensadores resulta ahora de 498 [A], siendo menor que la corriente nominal del transformador. Con esta corrección, el transformador podrá trabajar normalmente, a plena producción, sin que se sobrecargue.

### 6.9.2.3 Capacidad de transporte y calibres, corregidos por temperatura

Calculemos, en primer lugar, el calibre de las líneas alimentadoras para cada una de las dos bombas de 75 [kW] de pozo profundo. El proyecto considera que estas bombas se encuentran sumergidas en el fondo de pozos de 100 [m] de profundidad, en un ambiente de aproximadamente 35 [°C].

El proyecto también debe considerar que los cables de alimentación de las bombas de pozo profundo deben ser lo suficientemente flexibles como para permitir izarlas desde el fondo de los pozos hasta la superficie con los cables conectados. Con este objeto escogemos el cable milimétrico de cobre blando tipo E, descrito en el manual de Madeco (Ilustración 6-48). Estos cables están contruidos con hebras mucho más delgadas que los cables de poder normales, lo que les da más flexibilidad.

DISTRIBUCION Y PODER

E

MADECO

CABLES

<b>TENSION MAXIMA DE SERVICIO:</b>	<b>600 V</b>
<b>TEMPERATURA MAX. DE SERVICIO:</b>	<b>90° C</b>
<b>SOBRECARGA DE EMERGENCIA:</b>	<b>130° C</b>
<b>TEMP. DE CORTOCIRCUITO:</b>	<b>250° C</b>

**Uso:**  
Para servicios de fuerza o alumbrado instalado en forma aérea, subterránea en ducto o canal o directamente enterrado bajo tierra.



**Norma de fabricación:** ICEA S-68-516

**Descripción del conductor**  
Conductor: cable de cobre con aislación integral de etileno propileno (EPDM) para 90° C, resistente a la llama (VW-1)

Calibre mm. <sup>2</sup>	Construcción		Espesor mm.	Diámetro Final mm.	Peso Aprox. Kg./Km.	Radio Cur- vatura mm.	Capacidad Corriente 20° Enterr.
	Nº Hebra	Diámetro					
6	7	1,05	1,14	6	80	22	78
10	7	1,35	1,52	8	130	30	115
16	7	1,71	1,52	9	190	34	153
25	7	2,14	1,52	10	290	39	196
35	7	2,52	1,52	11	380	44	236
50	19	1,83	2,03	13	550	56	286
70	19	2,17	2,03	15	750	61	344
95	19	2,53	2,03	17	970	69	407
120	37	2,04	2,41	19	1.300	77	459
150	37	2,27	2,41	21	1.600	84	516
185	37	2,52	2,41	23	1.900	92	581
240	61	2,24	2,41	25	2.400	101	669

*Ilustración 6-48: especificación cables Tipo E (Producto discontinuado sin valor comercial)*



Estos cables están especificados para una temperatura de servicio de 90 [°C] y una temperatura ambiente exterior de 20 [°C]. Si, por razones de seguridad, escogemos una temperatura de operación de 60 [°C], el coeficiente de corrección por temperatura es 0,60:

$$\eta_T = \sqrt{\frac{Tf - Te}{Tfn - Ten}} = \sqrt{\frac{60 - 35}{90 - 20}} = 0,60$$

En la Tabla 6-13 se muestra la capacidad térmica nominal de transporte y la respectiva capacidad térmica corregida según el coeficiente 0,60 calculado.

Tabla 6-13: capacidad térmica de transporte corregida para algunos conductores

Sección en mm <sup>2</sup>	Capacidad de transporte nominal [A]	Capacidad de transporte corregida [A]
6	78	47
10	115	69
16	153	92
25	196	118
35	236	142
50	286	172
70	344	206
96	407	244
120	459	275
150	516	310
185	581	349
240	669	401

Para la alimentación directa de las bombas, aguas abajo de los condensadores, escogemos el cable de 35 [mm<sup>2</sup>] para las bombas de 75 [kW] y cable de 10 [mm<sup>2</sup>] para las bombas de 35 [kW]. Para los alimentadores N° 1 y N° 2, escogemos, provisionalmente, los cables de 35 [mm<sup>2</sup>] y el de 240 [mm<sup>2</sup>], respectivamente.

6.9.2.4 Comprobación de las caídas de tensión

Lo normal es que en este tipo de instalaciones se acepte una caída de tensión total máxima no mayor al 5[%]. Como práctica de buena ingeniería y siempre que sea posible, se recomienda distribuir las caídas de tensión en los diferentes tramos en proporción a sus respectivas longitudes. Las longitudes de los tramos son las siguientes:

- Alimentador N° 1 Bomba N° 1 :  $l_{1.1} = 100 [m]$
- Alimentador N°1 :  $l_{1.2} = 75 [m]$
- Longitud total :  $l_1 = 175 [m]$
- Alimentador N° 2 Bomba N° 2 :  $l_{2.1} = 100 [m]$
- Alimentador N° 2 :  $l_{2.2} = 275 [m]$
- Longitud total :  $l_2 = 375 [m]$

Estas longitudes dan origen a la siguiente distribución ideal de las caídas de tensión, mostradas en la Tabla 6-14.

*Tabla 6-14: caídas de tensión del ejemplo en función de la longitud*

Tramo de línea	Longitud tramo [m]	Porcentaje de caída, base 5%	Caída de tensión [ $V_{fn}$ ]
<b>Bomba N° 1</b>	100	2,9[%]	<b>6,4</b>
<b>Alimentador N° 1</b>	75	2,1[%]	<b>4,6</b>
<b>SUMA</b>	175	5,0[%]	<b>11,0</b>
<b>Bomba N° 2</b>	100	1,3[%]	<b>2,9</b>
<b>Alimentador N° 2</b>	275	3,7[%]	<b>8,1</b>
<b>SUMA</b>	<b>375</b>	<b>5,0[%]</b>	<b>11,0</b>

Desde un punto de vista práctico, también es necesario uniformar los calibres de los conductores, de tal manera que los consumos de la misma potencia y características utilicen cables del mismo tipo. Los cables escogidos se muestran en la Tabla 6-15.

Tabla 6-15: cables escogidos en el ejemplo por capacidad y caída de tensión

Tramo	Sección escogida por capacidad térmica [mm <sup>2</sup> ]	Sección final escogida por caída de tensión [mm <sup>2</sup> ]	Corriente en el tramo [A]	Caída de tensión en el tramo [V]
Bomba PP N° 1	35	35	137	7,0
Alimentador N° 1	35	35	114	4,4
SUMA	----	----	----	11,4
Bomba PP N° 2	35	35	137	7,0
Alimentador N° 2	240	2x240	384	4,0
SUMA	----	----	----	11,0

### 6.9.2.5 Corrientes de cortocircuito

Para el cálculo de las corrientes de cortocircuito determinamos las impedancias mínimas del sistema.

En el caso del transformador:

$$Z_T = Z_T[0/1] \left( \frac{U_{ff}^2}{C} \right) = 0,042 \cdot \left( \frac{(400 [V])^2}{400 \times 10^3 [VA]} \right) = 16,8 [m\Omega]$$

$$R_T = (1 - \eta_T) \left( \frac{U_{ff}^2}{C} \right) = 0,02 \cdot \left( \frac{(400 [V])^2}{400 \times 10^3 [VA]} \right) = 8,0 [m\Omega]$$

$$X_T = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2} = \sqrt{16,8^2 - 8,0^2} [m\Omega] = 14,8 [m\Omega]$$

En el caso de la línea N° 1:

$$R_{l_1} = \frac{\rho l_1}{S_1} = \frac{0,018 \left[ \frac{\Omega \text{ mm}^2}{m} \right] \cdot 75 [m]}{35 [mm^2]} = 38,6 [m\Omega]$$

Para la línea N° 2:

$$R_{l_2} = \frac{\rho l_2}{S_2} = \frac{0,018 \left[ \frac{\Omega \text{ mm}^2}{m} \right] \cdot 275 [m]}{2 \cdot 240 [mm^2]} = 10,3 [m\Omega]$$

Para las líneas alimentadoras de las bombas PF N° 1 y N° 2:

$$R_{mp} = \frac{\rho l_{mp}}{S_{mp}} = \frac{0,018 \left[ \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \right] \cdot 100 [\text{m}]}{35 [\text{mm}^2]} = 51,4 [\text{m}\Omega]$$

El valor del cortocircuito trifásico franco en bornes bomba PF N° 1:

$$I_{cc3\phi_{mp1}} = \frac{U_{fn}}{\sum_i Z_i} = \frac{231 [\text{V}]}{\sqrt{(8,0 + 38,6 + 51,4)^2 + 14,8^2} [\text{m}\Omega]} = 2,3 [\text{kA}]$$

El valor del cortocircuito trifásico franco en bornes tablero de distribución N° 1:

$$I_{cc3\phi_{l1}} = \frac{U_{fn}}{\sum_i Z_i} = \frac{231 [\text{V}]}{\sqrt{(8,0 + 38,6)^2 + 14,8^2} [\text{m}\Omega]} = 4,7 [\text{kA}]$$

El valor del cortocircuito trifásico franco en bornes bomba PF N° 2:

$$I_{cc3\phi_{mp2}} = \frac{U_{fn}}{\sum_i Z_i} = \frac{231 [\text{V}]}{\sqrt{(8,0 + 10,3 + 51,4)^2 + 14,8^2} [\text{m}\Omega]} = 2,6 [\text{kA}]$$

El valor del cortocircuito trifásico franco en bornes tablero de distribución N° 2:

$$I_{cc3\phi_{l2}} = \frac{U_{fn}}{\sum_i Z_i} = \frac{231 [\text{V}]}{\sqrt{(8,0 + 10,3)^2 + 14,8^2} [\text{m}\Omega]} = 5,4 [\text{kA}]$$

El valor del cortocircuito trifásico franco en bornes tablero general subestación:

$$I_{cc3\phi_T} = \frac{U_{fn}}{\sum_i Z_i} = \frac{231 [\text{V}]}{\sqrt{8,0^2 + 14,8^2} [\text{m}\Omega]} = 13,7 [\text{kA}]$$

## Capítulo 7

# Descripción y cálculo de protecciones eléctricas en baja tensión

*Dado que las instalaciones eléctricas no son inmunes a sufrir fallas, en esta parte del libro se presentan conceptos relacionados a variables fuera de rango, la medición de ellas y los conceptos de protección ante condiciones anormales*

### 7.1 Tipos de fallas que afectan las instalaciones y sistemas eléctricos

#### 7.1.1 Concepto de potencia nominal o de placa

El concepto de potencia nominal o de placa se refiere a la capacidad o potencia útil que los equipos electromecánicos deben ser capaces de entregar por tiempo indefinidamente largo, sin sufrir ningún tipo de deterioro, a condición de que todos los parámetros de diseño se mantengan dentro de los márgenes nominales especificados: tensión nominal, velocidad nominal, corriente nominal, frecuencia nominal, temperatura ambiente nominal, potencia nominal, entre otros.

Este concepto implica que, durante su operación normal, aun cuando los equipos electromecánicos estén expuestos a una gran variedad de sollicitaciones térmica, mecánica y eléctrica, deben ser capaces de resistir y cumplir su función, sin presentar ningún tipo de daño o deterioro. Es decir, tanto desde el punto de vista comercial como desde el punto de vista operativo, si todas las condiciones son normales, si todos los parámetros de operación se encuentran dentro de los márgenes nominales especificados y, además, se han realizado todas las operaciones de mantenimiento preventivo especificados, el equipo funcionará perfectamente dentro de su vida útil, sin que haya ninguna razón para que fallen.

#### 7.1.2 Tipos de fallas provocadas por condiciones anormales

No siempre es posible garantizar que los parámetros externos se mantengan dentro de los márgenes nominales especificados. Cuando esto ocurre, existe una alta probabilidad

que los equipos electromecánicos sufran diversos tipos de deterioros. Adicionalmente, es necesario considerar que estas anomalías y daños generalmente se transmiten a otros equipos, consumidores y personas vinculadas al mismo sistema eléctrico, todo lo cual hace indispensable proteger tanto a los equipos, como a las redes eléctricas y, desde luego, a las personas.

Como sabemos, las fallas provocadas por las anomalías del tipo eléctrico producen chispas, incendios y deterioro de los materiales aislantes, además de los daños que puedan transmitirse a otros equipos y personas.

Las fallas provocadas por sobrevelocidades o esfuerzos mecánicos exagerados producen deformaciones y roturas de los elementos activos y estructurales de los equipos.

Entre las condiciones anormales perjudiciales más conocidas podemos mencionar las siguientes:

- Sobretensiones;
- Sobrecorrientes;
- Variaciones anómalas de la frecuencia de la red;
- Sobrecargas mecánicas;
- Sobrevelocidad de máquinas rotatorias;
- Sobrepresiones en ductos y sistemas hidráulicos o de gas y
- Temperaturas ambientales exteriores extremas.

#### 7.1.2.1 Sobretensiones

El concepto de sobretensión debe entenderse como cualquier tensión que se presente en los sistemas eléctricos superior a las máximas admisibles consideradas en las especificaciones. Éstas se pueden producir por cualquiera de las siguientes condiciones:

##### Sobretensiones provocadas por errores o fallas de operación:

- Sobrecitación de las máquinas generadoras;
- Sobrevelocidad de las máquinas generadoras o
- Desconexión repentina de consumos importantes.

Sobretensiones provocadas por accidentes o fallas mayores:

- Líneas de alta tensión que caen sobre líneas de menor tensión;
- Fallas de aislamiento de equipos de alta tensión que se transmiten a otros o
- Actividad ceráunica.

Este tipo de fallas provocan la descomposición química, perforación y eventual incendio de los materiales aislantes, además de altas probabilidades de provocar la electrocución de personas y animales.

7.1.2.2 Sobrecorrientes

Se entiende por sobrecorriente como cualquier corriente superior a las máximas admisibles que se mantengan por tiempos superiores a los especificados. Se pueden producir por cualquiera de las siguientes condiciones:

- Sobre cargas de potencia (consumos mayores que los nominales);
- Cargas reactivas exageradas (capacitivas o inductivas) o
- Cortocircuitos.

Este tipo de fallas provoca el recalentamiento, deterioro y eventual incendio de los materiales aislantes, especialmente el recubrimiento de los cables eléctricos.

7.1.2.3 Variaciones anómalas de la frecuencia de la red

Se entiende por variación anómala de la frecuencia de la red cuando la frecuencia del sistema traspasa los límites normales aceptados, por ejemplo, en un sistema que opera a 50 [Hz], cuando la frecuencia es mayor a 50,5 [Hz] o menor a 49,5 [Hz]. Estas variaciones se pueden producir por varias razones, entre las que cabe destacar las siguientes:

- Aumento de la frecuencia por rechazo súbito de cargas en el sistema interconectado o
- Disminución de la frecuencia por incorporación súbita de cargas al sistema interconectado o por falta de capacidad instalada en generadores ante un aumento de la demanda.

Cuando la frecuencia de la red aumenta o disminuye, la velocidad de los motores eléctricos alimentados por el sistema aumenta y disminuye aproximadamente en la misma proporción. También se producen anomalías en el flujo magnético en los circuitos magnéticos de transformadores y motores, lo que, a su vez, provoca anomalías en los sistemas eléctricos.

#### 7.1.2.4 Sobrecargas mecánicas

Se entiende por sobrecarga mecánica a cualquier esfuerzo superior a los máximos admisibles especificados, por ejemplo, cuando se frena un motor con cargas mecánicas superiores a la nominal. Este tipo de sobrecargas generalmente provoca el aumento de las corrientes en los motores y, desde luego, puede provocar la deformación de ejes, descansos y rodamientos.

#### 7.1.2.5 Sobrevelocidad de máquinas rotatorias

Cuando las máquinas rotatorias se exponen a velocidades de giro superiores a las máximas especificadas, se producen fuerzas centrífugas mayores a las máximas especificadas, que pueden desprender las bobinas, cables o magnetos que se encuentren instalados en los elementos rotatorios. Este tipo de fallas se producen cuando se desconectan súbitamente las cargas eléctricas conectadas a las máquinas generadoras, cuando los motores de corriente alterna se alimentan con frecuencias superiores a las nominales o cuando los motores de corriente continua se desexcitan.

## 7.2 Formas de medición y detección de las magnitudes eléctricas

### 7.2.1 Concepto general de protección

El concepto de protección debe entenderse como la superposición coordinada de varios pasos o etapas destinadas a medir, comparar, decidir y finalmente actuar sobre los elementos que puedan corregir las anomalías. El detalle de los pasos se muestra en los diagramas de flujo de la Ilustración 7-1 e Ilustración 7-2, en las cuales se muestran, por lo menos, seis (6) etapas o pasos diferentes consecutivos necesarios para generar una señal de control de fallas o anomalías.



En algunos sistemas de protección, algunas o varias de estas etapas son ejecutadas por un solo equipo o persona. En sistemas más grandes o de mayor potencia, estas etapas son ejecutadas por sistemas más o menos complejos, según el nivel tecnológico de la instalación.

Vemos, entonces, que los sistemas de protección incluyen una gran variedad de subsistemas que es necesario tener presente en su diseño, construcción, mantenimiento y calibración.

El esquema de la Ilustración 7-2 podría corresponder al diagrama de flujo necesario para generar una señal de apertura del interruptor de alimentación principal, a consecuencia de una falla o anomalía mayor detectada en el equipo potencia. Cada fenómeno o parámetro físico del sistema eléctrico de potencia que se desee controlar da origen a diagramas de flujo similares al de la figura, como, por ejemplo, los siguientes:

- Cerrar levemente la válvula de espejo de una turbina hidráulica para disminuir su velocidad, con el objeto de controlar la frecuencia del sistema;
- Excitar los generadores para que entreguen más tensión y potencia al sistema;
- Abrir los interruptores de entrada y salida de una línea de transmisión a consecuencia de una falla a tierra;
- y muchos otros más...

### Diagrama de flujo de un sistema de protección

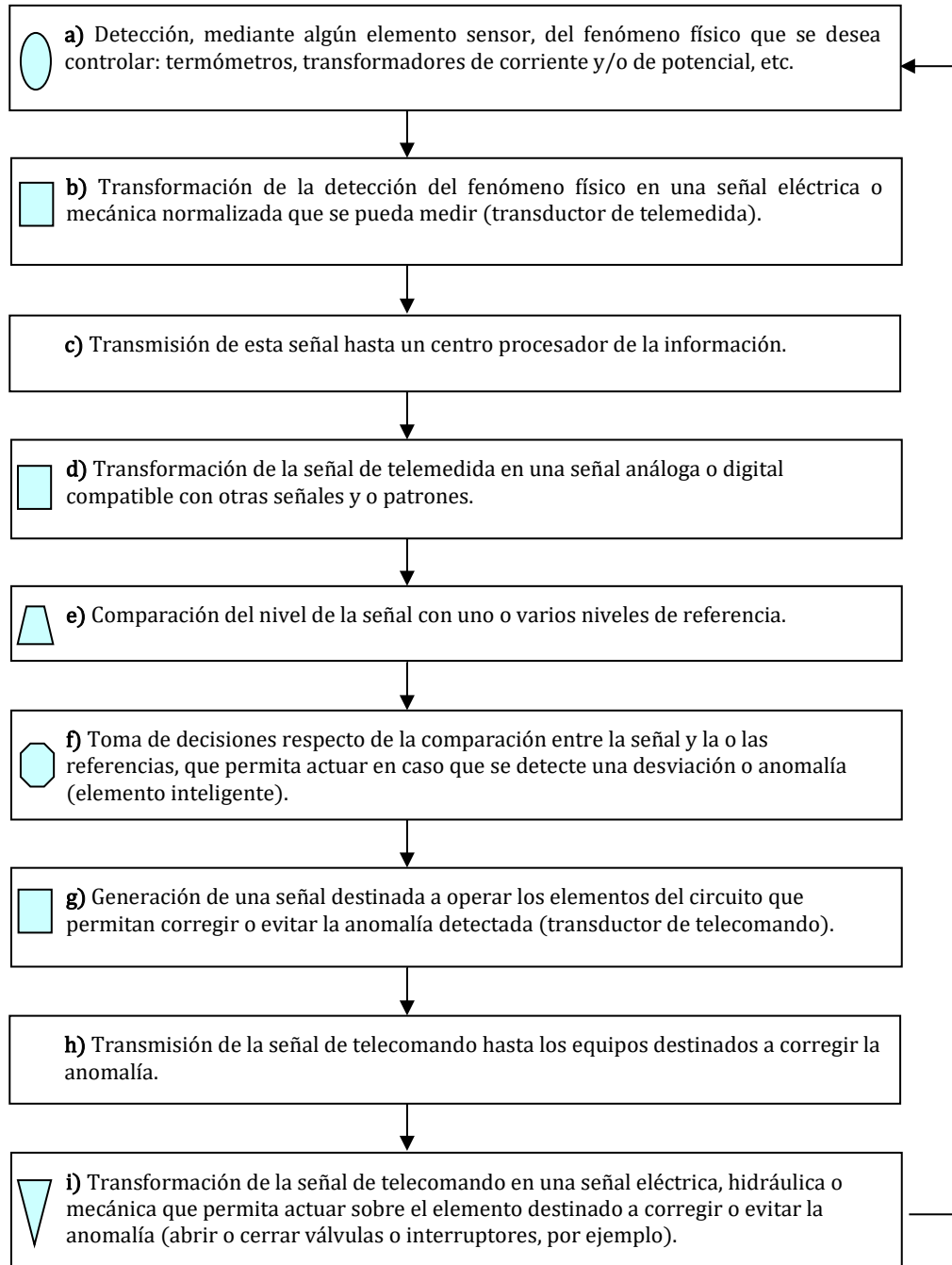


Ilustración 7-1: diagrama de flujo de un sistema de protección

### DIAGRAMA DE PRINCIPIOS DE UN SISTEMA DE PROTECCIONES

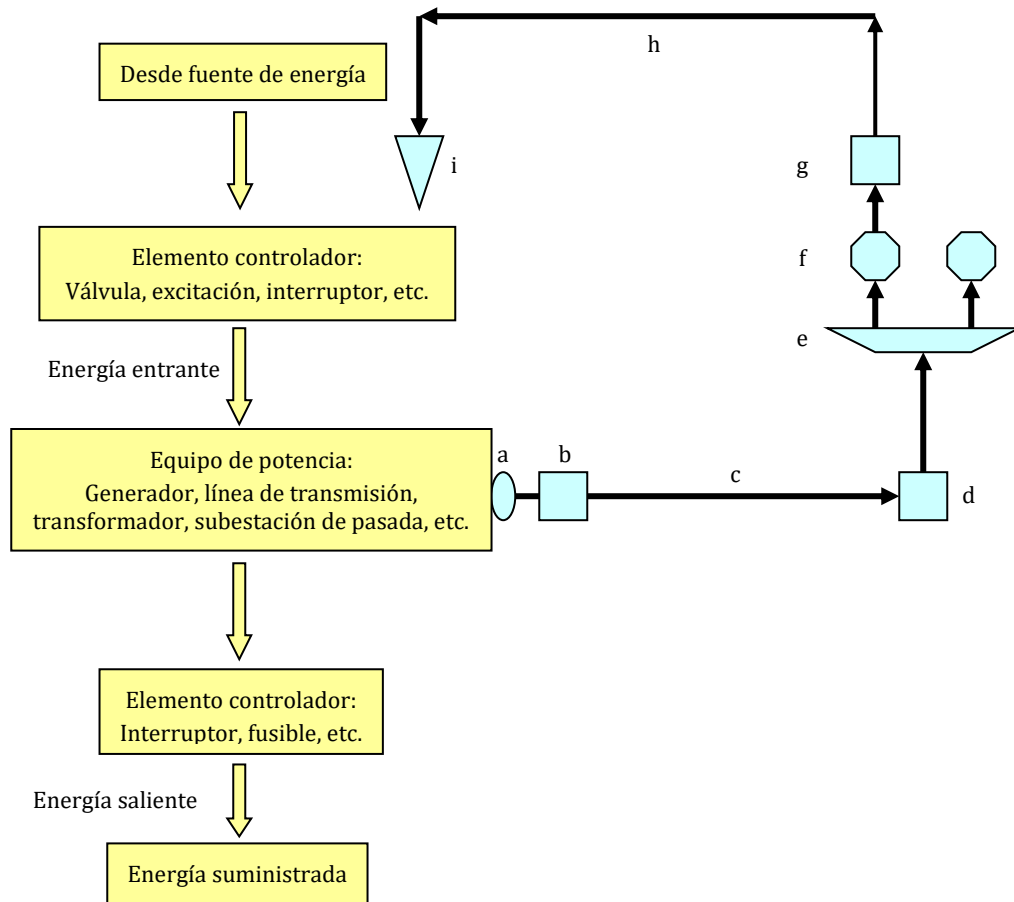


Ilustración 7-2: diagrama de principios de un sistema de protecciones

#### 7.2.2 Medición de algunos fenómenos físicos

Los fenómenos físicos básicos más comunes que resulta imprescindible medir son los siguientes:

- Corrientes;
- Tensiones;
- Frecuencias;
- Temperaturas;
- Velocidad de giro;
- Presiones y
- Velocidad de los flujos de agua, gases y otros fluidos.

Las magnitudes físicas que es necesario medir pueden variar desde valores muy pequeños (milivoltios, miliamperios, hertzios, metros por segundos, etc.) hasta valores muy altos (kilovoltios, kiloamperios, kilohertzios, etc.), lo que da origen a instrumentos de muy variada factura y tecnología.

Las demás magnitudes eléctricas, por ejemplo, la potencia activa, la resistencia eléctrica, la potencia reactiva, la reactancia, el factor de potencia, la energía, el flujo de agua, entre otras, se construyen artificialmente a partir de las mediciones básicas indicadas, es decir, si las magnitudes básicas están correctamente medidas, las demás magnitudes se logran mediante combinaciones más o menos ingeniosas de las magnitudes básicas. Así, por ejemplo, la potencia activa se obtiene combinando el efecto de la señal de corriente y la de tensión sobre el eje de un solo instrumento (instrumento de bobina móvil). El efecto combinado de las dos señales es igual al producto instantáneo de ambas, es decir, la potencia.

Cuando se trata de instrumentos digitales, las señales de corriente y de tensión se transforman en series de números obtenidos de la descomposición de las señales analógicas originales en segmentos de muy pequeña duración (microsegundos). Las series de números, así obtenidas, se aplican al cálculo de las magnitudes eléctricas representativas de los parámetros físicos que se desea interpretar o medir (potencias activas, reactivas, etc.). Con esta tecnología es posible medir, con un solo instrumento, alimentado solo con las señales de corriente y las de tensión, todos los parámetros que se deducen de estas dos magnitudes básicas. La mayor o menor capacidad del instrumento dependerá solo de los programas computacionales y capacidad de memoria que tenga el aparato.

Dado que en los sistemas de potencia se manejan tensiones y corrientes, es común utilizar transformadores de corriente y de tensión o transformadores de medida, como también se les conocen. Estos transformadores miden o detectan las corrientes y las tensiones reales y las adaptan o transforman proporcionalmente a los valores normalizados que se utilizan en los sistemas de telemedida. En efecto, la idea es que todos los instrumentos operen a los mismos niveles de corriente (0 a 5 [A] o 0 a 20 [mA], por ejemplo) y tensión

(110 [V], por ejemplo), para lo cual es necesario utilizar transformadores que reduzcan proporcionalmente (o aumenten) las señales originales reales a los valores normalizados del sistema, según el tipo de tecnología existente.

#### 7.2.2.1 Medición de corrientes

Como sabemos, para medir corrientes es indispensable que el cable principal pase físicamente por dentro del instrumento, es decir, el instrumento debe conectarse en serie. Por esta razón, para la medición de corrientes bajas normalmente se utilizan instrumentos cuyas bobinas son de muy baja impedancia, del orden de microhmios.

Para la medición de corrientes más altas, normalmente se utilizan transformadores de corriente (TC) del tipo toroide, contruidos de manera que el cable principal portador de la corriente de línea que se desea medir pase directamente por el centro, es decir, por dentro del instrumento. Todas las tecnologías apuntan a impedir o a reducir las caídas de tensión en el instrumento, de manera que no afecte la medición principal.

#### 7.2.2.2 Medición de tensiones

Para la medición de tensiones bajas se utilizan, preferentemente, voltímetros de con bobinas de muy alta impedancia. También se utilizan voltímetros electrónicos, los cuales presentan un condensador a la entrada de muy alta capacidad y un sistema muy sensible a base de transistores amplificadores, que permiten impedancias de entrada todavía mayores.

Para las mediciones de tensiones altas, normalmente se utilizan cadenas de condensadores conectados en serie, entre la fase y la tierra de referencia, que entregan señales de baja tensión en los bornes del condensador inferior, la cual es proporcional a la tensión total o real. Estos dispositivos se conocen como transformadores de tensión (TP). Cualesquiera que sean las tecnologías que se utilicen para medir tensiones, todas ellas se diseñan de manera que la corriente que demande el instrumento sea despreciable y que no afecten al sistema que se desea medir, siendo del orden de los microamperios.

### 7.2.2.3 Medición de frecuencias

Para la medición de frecuencias bajas ( $\approx 50 [Hz]$ ) antiguamente (y hasta el día de hoy) se utilizaban instrumentos compuestos por varios vibradores elásticos afinados a las diferentes frecuencias que se deseaba medir, excitados por bobinas conectadas directamente a la frecuencia de la red. Según la frecuencia de la señal externa, solo vibra la barra elástica o lengüeta cuya frecuencia de sintonía coincida con la de la red.

Actualmente, sin embargo, se utilizan preferentemente instrumentos electrónicos del tipo análogo (osciloscopios) o de tipo digital. No obstante, dado que la velocidad de giro de las máquinas sincrónicas es un múltiplo exacto de la frecuencia generada o impuesta, en muchas instalaciones se privilegia medir la frecuencia a partir de la velocidad de giro de las máquinas generadoras. También se acostumbra a utilizar estroboscopios y contadores de vueltas, que permiten determinar la frecuencia a partir de la velocidad sincrónica de los motorcitos sincrónicos que se utilizan como instrumento, etc.

### 7.2.2.4 Medición de temperaturas

Existe una gran variedad de dispositivos capaces de medir temperatura, dependiendo, naturalmente del nivel: desde temperaturas por debajo del punto de congelación, hasta la temperatura de las llamas y chispas eléctricas, pasando por las temperaturas más comunes que suelen presentar los equipos electromecánicos (entre  $0 [^{\circ}C]$  y los  $100 [^{\circ}C]$ ).

Entre los dispositivos más conocidos es posible mencionar los termómetros de hidrógeno, los termómetros de mercurio, los bimetales, los transistores de contacto, entre otros. Sin embargo, para los fines requeridos por los sistemas de protecciones eléctricas, las señales o indicaciones que entregan estos dispositivos deben ser capaces de traducirse a señales o impulsos eléctricos compatibles con las demás señales de los sistemas (corrientes, tensiones, frecuencia, etc.).

Últimamente se han hecho bastante conocidos los termómetros basados en imágenes térmicas por color que permiten determinar la temperatura de los cuerpos a partir del color radiado por las superficies calientes.

### 7.2.3 Elementos de apertura y cierre

#### 7.2.3.1 Apertura de circuitos eléctricos de potencia

El proceso de apertura de un circuito eléctrico lleva aparejados varios fenómenos que es necesario analizar con cuidado. En efecto, en primer lugar, es necesario considerar que, si bien la tensión entre los bornes de un interruptor cerrado es nula, los contactos y el cuerpo del aparato deben ser capaces de soportar la tensión a tierra y la tensión entre fases. Igualmente, cuando el dispositivo está abierto, aparece entre los contactos una tensión que normalmente corresponde a la tensión máxima del sistema, de tal manera que su construcción debe considerar que, independientemente de los niveles de corriente que daban soportar los contactos, tanto el cuerpo como las partes fijas y móviles del aparato deben ser capaces de soportar correctamente las tensiones máximas del sistema.

Cuando se interrumpe la circulación de corriente, es decir, cuando se abre el circuito eléctrico, dado que los equipos y las líneas conectados al sistema eléctrico se encuentran cargados con abundantes niveles de energía reactiva (capacitiva o inductiva), esta energía debe disiparse o devolverse aguas arriba (hacia la fuente). Si no existe un punto o lugar en donde se pueda disipar, debe encontrar su ruta de retorno, aun cuando los contactos hayan iniciado su proceso de separación. Se produce así una chispa eléctrica conductora, cuya intensidad energética puede ser muy grande y aparece un campo eléctrico de gran intensidad, lo suficientemente alto como para romper la capacidad dieléctrica del medio que los separa (aire o gas). En efecto, según la Ley de inducción de Faraday, la brusca interrupción de la corriente  $I$  en un lapso de tiempo  $t$  induce una tensión entre los contactos, cuyo valor está dado por la siguiente expresión:

$$u = -L \frac{\partial I}{\partial t} \approx -L \frac{I}{t}$$

Esta tensión genera un campo eléctrico  $\vec{E}$  entre los contactos cuyo valor está dado por la siguiente expresión:

$$|\vec{E}| \approx \frac{u}{d}$$

Combinando ambas expresiones, vemos que el campo eléctrico entre los contactos durante la apertura está dado por la siguiente expresión:

$$|\vec{E}| = -L \frac{I}{td}$$

Si consideramos ahora que la velocidad de apertura  $v$  está dada por el cociente entre la distancia o separación  $d$  entre los contactos y el tiempo de apertura  $t$ , el campo eléctrico entre los contactos queda expresado por la siguiente relación, para  $v = \frac{d}{t}$

$$|\vec{E}| \approx -\frac{L I v}{d^2}$$

Vemos, así, que mientras mayor sean la inductancia  $L$ , la corriente  $I$  y la velocidad de apertura  $v$ , mayor será la intensidad del campo eléctrico  $|\vec{E}|$ . También se puede ver fácilmente, que el campo eléctrico entre los contactos es mucho más intenso cuando se inicia el proceso de apertura ( $d \approx 0$ ), lo que facilita ionización del aire o gas al inicio de la separación.

La energía  $E_a$  que se disipa en el arco de resistencia  $R_a$  está dada por la siguiente expresión aproximada:

$$E_a \approx \frac{1}{2} I^2 \cdot R_a \cdot t$$

Como se puede ver, la energía que debe disiparse al interior de los interruptores es proporcional al cuadrado de la corriente que se desea interrumpir. También es proporcional a la resistencia  $R_a$  del arco y al tiempo de apertura  $t$  (hasta que se extingue el arco).

La resistencia del arco, a su vez está dada por la siguiente expresión aproximada:

$$R_a \approx \frac{\rho d}{S}$$

En esta expresión  $\rho$  es la resistividad del aire o gas ionizado que se forma en arco (chispa) entre los contactos,  $d$  la distancia entre los contactos abiertos y  $S$  la superficie o área de contacto. Reemplazando, podemos plantear la siguiente expresión aproximada para la



energía que debe se debe disipar al interior de las cámaras de extinción del arco al momento de interrumpir una corriente:

$$E_a \approx \frac{1}{2} \left( \frac{\rho d}{S} \right) I^2 t$$

Como se puede ver, el proceso de interrumpir una corriente es bastante complejo, especialmente cuando se trata de corrientes de cortocircuitos las que, como sabemos, pueden ser decenas o cientos de veces mayores a las nominales, de allí que el diseño y operación de los sistemas de apertura y cierre deban cumplir con normas de diseño muy cuidadosas.

### 7.2.3.2 Llaves de aislamiento o desconectores

Estos elementos están concebidos solo para mantener abierto o aislado un circuito de potencia. Sus contactos solo permiten sostener y soportar la corriente y tensión nominales del sistema, pero son completamente incapaces de interrumpir en carga, como tampoco pueden reconectar sistemas cargados. Por esta razón deben abrirse solo cuando los interruptores ya han interrumpido las corrientes de carga y siempre deben cerrarse antes que los interruptores repongan o normalicen las cargas de los consumos. Por lo tanto, salvo para aislar circuitos y líneas o equipos que se encuentran fuera de servicio, estos dispositivos no intervienen en los esquemas de protección. Son elementos indispensables para garantizar la seguridad de las personas y equipos cuando los sistemas están sometidos a procesos de mantenimiento o reparación.

### 7.2.3.3 Interruptores

Estos equipos están especialmente concebidos para interrumpir tanto las corrientes normales de operación como las corrientes de sobrecarga y las de cortocircuito. Por esta razón, los contactos de los interruptores, además de ser capaces de soportar la corriente nominal en forma permanente, las tecnologías constructivas de este tipo de aparatos apuntan a disminuir la energía que deben ser capaces de disipar durante un cortocircuito.

Como se explica en la sección 7.2.3.1, la energía que debe se debe disipar al interior de las cámaras de extinción del arco es proporcional a la resistencia del arco. Si analizamos

con cuidado la expresión planteada, veremos que mientras menor sea la distancia  $d$  de separación entre los contactos, menor será la energía que se debe disipar. No obstante, esta distancia debe ser mayor a la distancia que garantice que el circuito quede realmente aislado, es decir, la separación entre los contactos abiertos debe garantizar que, para las tensiones nominales del sistema (el BIL), no se produzca un arco espontáneo entre los contactos. En otras palabras, para disminuir la energía disipada la distancia de separación debe ser lo más pequeña posible pero compatible con la separación que garantiza que, una vez abierto, el sistema eléctrico quedará perfectamente aislado de las tensiones presentes en el sistema.

Los interruptores que mejor se acercan a este objetivo son los que tienen sus contactos sumergidos en hexafluoruro de azufre (gas  $SF_6$ ). En efecto, la rigidez dieléctrica de este gas a presión, comparada con la del aire seco o el aceite, es bastante mayor, lo que permite menores distancias entre los contactos y, por lo tanto, la energía a disipar es sensiblemente menor. Esta particularidad permite el diseño de equipos de menores dimensiones físicas y, por lo tanto, menores costos de fabricación. Ésta y otras características del  $SF_6$ , lo hacen especialmente apto para los interruptores de sistema de alta tensión.

Todos los sistemas de protecciones de potencia están basados en interruptores capaces de soportar las corrientes nominales por tiempos indefinidamente largos y, al mismo tiempo, capaces de interrumpir la corriente de cortocircuito mediante comandos automáticos a distancia, controlados por sistemas muy sensibles de detección de fallas y anomalías.

Obviamente, el ideal es que el tiempo de apertura sea lo más corto posible, por ejemplo, entre un octavo y medio ciclo ( $2,5[ms]$  a  $10[ms]$ ). Para lograr este objetivo, tanto la detección de la señal anómala, como el proceso de comparación, la toma de decisiones y la transmisión de la señal de apertura, deberían ser, en lo posible, inferiores a estos tiempos, lo cual, en la práctica, es casi imposible.

Según el tamaño e importancia de los sistemas eléctricos, existe una gran variedad de sistemas de interrupción y aislamiento, controlados por diversos tipos y variedades de dispositivos destinados a interrumpir automáticamente la corriente de carga o la de

cortocircuito. A continuación, fijaremos nuestra atención en los siguientes tres tipos de dispositivos para sistemas de baja tensión:

- Interruptores termomagnéticos;
- Interruptores de potencia comandados a distancia y
- Fusibles.

#### 7.2.3.3.1 Interruptores magneto-térmicos automáticos

En este tipo de dispositivos, un poderoso resorte mantiene los contactos abiertos. Para cerrarlos es necesario actuar contra el resorte manualmente o mediante algún sistema motorizado, hasta que un pestillo los fije en su posición de cerrado. Su circuito eléctrico está compuesto por dos sistemas independientes conectados en serie: un bimetálico conocido como el elemento térmico y una bobina, conocida como el elemento magnético. Ambos elementos actúan sobre un gatillo que actúa sobre el pestillo, permitiendo el disparo, es decir, la apertura violenta y muy rápida de los contactos, impulsados por el resorte. Estos dos elementos le dan el nombre de interruptores termomagnético o magnetotérmico, conocidos también por la sigla IMT.

Como sabemos, los termómetros y sistemas térmicos basados en bimetálicos están compuestos por dos cintas flexibles de metales de diferente índice de dilatación, adheridas firmemente una a la otra. Al circular corriente, el bimetálico se calienta y deforma por efecto de las diferencias de dilatación que se establece entre ambos metales. La magnitud de la deformación permite medir la temperatura (o la corriente), mediante la conexión del bimetálico a un eje indicador.

En los interruptores de este tipo, la distancia entre el pestillo y el gatillo adherido al bimetálico se calibra de manera que cuando la temperatura (o la corriente) es superior a la nominal, por ejemplo 5% superior, la deformación alcance el punto de disparo. A partir de ese momento, empieza el proceso de apertura según la aceleración que el resorte sea capaz de imprimirles a los contactos móviles (parte estructural móvil, contactos y cinta flexible de conducción).

Desde el momento en que el pestillo libera el resorte, el tiempo total de apertura depende, básicamente, de la aceleración o fuerza que el resorte pueda imprimirle al sistema electromecánico, por ejemplo, un cuarto de ciclo (5[ms]). No obstante, el tiempo que el bimetálico tarda en adquirir la temperatura de régimen y deformarse depende del nivel de la corriente y de su constante de tiempo térmica. Este parámetro, como sabemos, depende de la capacidad calórica ( $C_M$ ) y de la conductancia térmica del sistema ( $l_d = k_d \frac{D}{d}$ ), cuyo valor es relativamente alto, de allí que la respuesta de este tipo de interruptores sea relativamente lenta. El tiempo de operación está dado por la siguiente expresión aproximada:

$$t_{opT} = \tau_T \ln \left( \frac{I_{sc}^2 - I_i^2}{I_{sc}^2 - (I_n + \Delta I_{op})^2} \right)$$

En esta expresión:

- $t_{opT}$  : tiempo de operación del elemento térmico;
- $I_n$  : corriente nominal o de placa (el interruptor termomagnético no debe operar);
- $I_i$  : corriente inicial antes de la sobrecarga;
- $\Delta I_{op}$  : sobrecarga mínima a la cual se produce la operación (p.ej. 5%);
- $I_{op\ min}$  : corriente mínima de operación ( $I_{op\ min} = I_n + 5\%$ ) y
- $\tau_T$  : constante de tiempo térmica  $\tau_T = \frac{C_M}{K_d \frac{S}{e}}$ .

En la gráfica de la Ilustración 7-3 se muestra la respuesta a la corriente de sobrecarga de este tipo de interruptores. Las curvas se refieren a un grupo de interruptores magneto-térmicos de uso industrial común, cuya corriente nominal está comprendida entre 6,3 [A] y 63 [A]. Este tipo de interruptores operan a partir de sobrecargas del 5%, aproximadamente. Como se puede ver, cuando la corriente de operación es inferior a 1,05 veces la corriente nominal, el tiempo de operación es infinito (no opera). A partir de este valor, el tiempo de operación es cada vez más rápido, según el valor de la sobrecarga. En la gráfica se muestran las curvas de operación con el interruptor termomagnético frío y caliente, según que inicialmente esté sin carga o con la corriente nominal, respectivamente. La constante de tiempo  $\tau$  en este ejemplo es de 300 [s].

Para la protección de cortocircuitos los elementos del tipo térmico resultan demasiado lentos. No obstante, son muy apropiados para proteger sobrecargas moderadas (inferiores al 100%), con tiempos de operación comprendidos entre 10 [min] y 10 [s], respectivamente.

Para la protección de las instalaciones contra cortocircuitos, esto es, para corrientes comprendidas entre 3 y 15 veces la corriente nominal, las protecciones del tipo magnético resultan ser muchísimo más rápidas. En efecto, el elemento magnético prácticamente opera como un elemento binario, es decir, para corrientes inferiores a la de operación mínima el elemento simplemente no se mueve, pero cuando el nivel de la corriente alcanza el umbral de operación, el elemento dispara en forma casi instantánea. A partir de este momento el tiempo de operación solo depende de la aceleración que sea capaz de imprimir el resorte de apertura, entre 5 [ms] y 10 [ms].

El elemento magnético opera en base a una palanca de hierro móvil mantenida por un resorte, la cual se desequilibrará solo cuando la fuerza magnética, impuesta por la bobina, sea mayor que la de retención. Cuando esto ocurre, dado que el extremo de la palanca se acerca a la bobina, la fuerza magnética aumenta, provocando una mayor aceleración, de tal manera que cuanto más se acerca, mayor es la fuerza y, por lo tanto, mayor es la aceleración, estableciéndose, una aceleración acelerada y, por lo tanto, un desplazamiento casi instantáneo, hasta alcanzar el gatillo. El tiempo de operación de este tipo de dispositivos está dado por la siguiente expresión aproximada:

$$t_{opM} = \frac{K_{cc}}{(I_{sc}^4 - I_{op}^4)}$$

Según las normas métricas internacionales (europeas), los interruptores del tipo magnetotérmicos de aplicación domiciliaria e industrial en baja tensión se construyen para ciertos niveles preestablecidos de corriente nominal, según las escalas exponenciales de las características que se indican en la Tabla 7-1.

Tabla 7-1: corriente nominal de operación interruptores termomagnéticos según IEC

$\alpha$	$10^\alpha$	1 a 10 [A]	10 a 100 [A]	100 a 1.000 [A]	1 a 10 [kA]
----------	-------------	------------	--------------	-----------------	-------------

## Descripción y cálculo de protecciones eléctricas en baja tensión

0	1,0	1,0	10	100	1.000
0,1	1,3	1,3	13	125	1.250
0,2	1,6	1,6	16	160	1.600
0,3	2,0	2,0	20	200	2.000
0,4	2,5	2,5	25	250	2.500
0,5	3,2	3,2	32	320	3.200
0,6	4,0	4,0	40	400	4.200
0,7	5,0	5,0	50	500	5.000
0,8	6,3	6,3	63	630	6.300
0,9	8,0	8,0	80	800	8.000
1,0	10	10	100	1.000	10.000

En estas escalas, la corriente nominal de operación de la categoría inmediatamente superior es un **25%** mayor que la anterior o, lo que es lo mismo, la corriente nominal de operación de la categoría inmediatamente inferior es un **80%** de la que le sigue.

Existen dos tipos o series de interruptores termomagnéticos, según que sean regulables o fijos. Los regulables permiten ajustar o regular la corriente de operación del elemento térmico desde un **80%** hasta un **100%** de la corriente nominal del interruptor termomagnético indicada en la Tabla 7-1, hasta traslaparse con la categoría inmediatamente inferior, lo cual permite adaptar el punto de operación a las necesidades exactas de cada uno de los equipos que se desea proteger. Los no regulables, en cambio, son fijos según los valores normalizados indicados.

En algunos modelos más sofisticados, también es posible ajustar el punto de operación del elemento magnético, lo que permite coordinar apropiadamente los tiempos de operación de unos interruptores con respecto a otros.

Según las normas IEC, los interruptores magnetotérmicos se clasifican según sus curvas de operación magnética en las siguientes categorías.

Tabla 7-2: tipos de interruptores termomagnéticos según IEC

Curva interruptor termomagnético	$I_{op}$ cortocircuito mínimo
Curva B	3 a 5 veces $I_n$
Curva C	5 a 10 veces $I_n$
Curva D	10 a 20 veces $I_n$

Como se puede observar, los interruptores magnetotérmicos automáticos incluyen, en un solo aparato, la medición de la anomalía, la decisión de operar según su nivel de calibración y la orden de apertura.

#### 7.2.3.3.2 Interruptores de potencia controlados por relés y sistemas de comando automático a distancia

Este tipo de interruptores se utiliza preferentemente en instalaciones de potencia de media y alta tensión. En la mayoría de ellos sus contactos se mantienen abiertos por efecto de resortes muy poderosos o por la acción de aire comprimido a gran presión. El cierre se efectúa por medio de sistemas motorizados que cargan los dispositivos de disparo, hasta dejarlos cazados por el pestillo. Al igual que los interruptores del tipo magnetotérmico automático, su velocidad de apertura depende, exclusivamente, de la aceleración o fuerza que sea capaz de imprimirle el resorte o el aire comprimido a los sistemas móviles de apertura. Desde el momento en que se desenclavan, los tiempos de apertura puede ser del orden de un cuarto a medio ciclo (5[ms] a 10[ms]).

Como se ha explicado, para lo operación de este tipo de interruptores debe existir una compleja cadena de instrumentos y equipos cuya misión es medir, transmitir las señales, compararlas inteligentemente con los patrones calibrados a ciertos niveles preestablecidos y, finalmente, una vez tomada la o las decisiones de operación, transmitir la orden de apertura o cierre hasta el lugar en que se encuentra el interruptor.

El tiempo que tarda esta larga cadena de operaciones depende del nivel tecnológico de los sistemas, en particular de los computadores, sistemas de telecomunicaciones y sistemas de transmisión de señales involucrados en los procesos.

#### 7.2.3.3.3 Fusibles

Los fusibles son los elementos más antiguos, económicos y seguros que existen para proteger instalaciones eléctricas de media y baja tensión. Tienen el inconveniente que, cada vez que operan, se destruyen o se funden, y, por lo tanto, es necesario cambiarlos.

Sus curvas de operación, comparadas con las de los interruptores magnetotérmicos, son bastante similares, aunque nunca tan exactas e imposibles de regular con precisión. En el entorno de las sobrecargas moderadas, son un poco más rápidos que la parte térmica de los interruptores magnetotérmicos, pero más lentos cuando deben despejar cortocircuitos, tal como se aprecia en la Ilustración 7-3.

Dado que su aplicación es definitivamente más económica que la de los interruptores magnetotérmicos, se utilizan ampliamente en muchas instalaciones, especialmente en los sistemas de distribución en baja y media tensión. En efecto, sus curvas de operación satisfacen, con muy buenos resultados, los requerimientos de seguridad que exigen las instalaciones modernas, tanto como protección primaria, como protección de respaldo. Otros elementos termomagnéticos y fusibles se encuentran en las hojas "IMT" y "FUS" de la planilla del Capítulo 7 en la página web del libro.



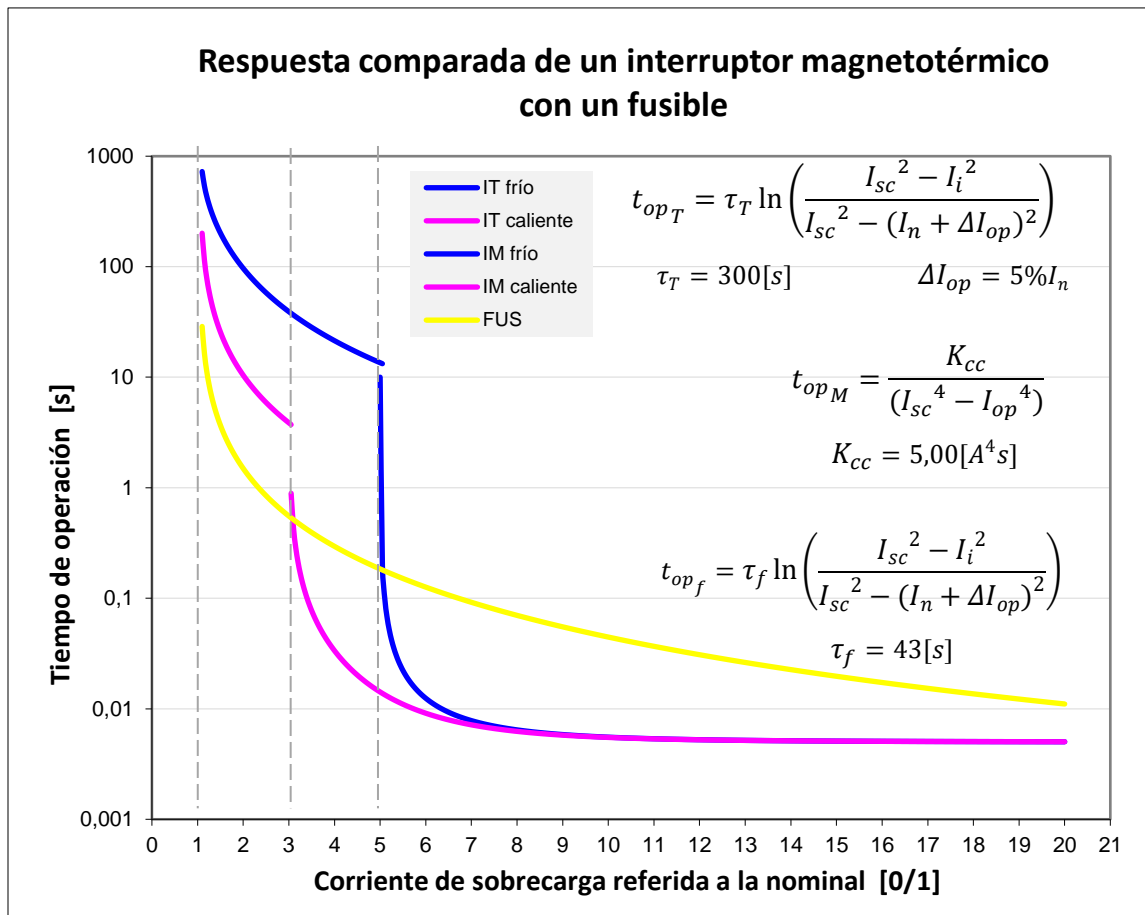


Ilustración 7-3: comparación tiempo de operación interruptores

Los fusibles, como sabemos, están hechos de un conductor fundible. Al quedar instalados deben quedar sometidos a cierta tracción con el objeto que, al fundirse, rápidamente se produzca la separación de los extremos y se interrumpa la circulación de corriente. Se construyen a base de aleaciones de bajo punto de fusión, pero de gran superficie de disipación. Estas características permiten que se mantengan relativamente fríos cuando las corrientes son iguales o inferiores a las nominales. Sin embargo, cuando las corrientes alcanzan los niveles de sobrecarga y cortocircuito, dado que como el calor generado en su interior es proporcional al cuadrado de la corriente, la velocidad con que se calientan es muy superior a la velocidad de disipación, lo que les permite alcanzar rápidamente el punto de fusión.

El tiempo de operación  $t_{op_f}$  de un fusible está dado por la siguiente expresión aproximada, cuya estructura es idéntica a la que se aplica al elemento térmico de los interruptores del tipo IMT:

$$t_{op_f} = \tau_f \ln \left( \frac{I_{sc}^2 - I_i^2}{I_{sc}^2 - (I_n + \Delta I_{op})^2} \right)$$

En esta expresión:

- $t_{op_f}$  : tiempo que tarda el fusible en fundirse;
- $I_n$  : corriente nominal o de placa (el fusible no debe operar);
- $I_i$  : corriente inicial antes de la sobrecarga;
- $\Delta I_{op}$  : sobrecarga mínima a la cual se produce la fusión (p.ej. = 5 %);
- $I_{op\ min}$  : corriente mínima de operación ( $I_{op\ min} = I_n + 5\%$ ) y
- $\tau_f$  : constante de tiempo térmica del fusible  $\tau_f = \frac{C_M}{K_d \frac{S}{e}}$

#### 7.2.3.4 Pararrayos y supresores de sobre-tensiones

Los pararrayos y supresores de sobretensión tienen por objeto descargar los sistemas eléctricos a tierra cuando quedan sometidos a tensiones superiores a las seguras o recomendadas para la correcta operación de los equipos, sin que, necesariamente sea necesario desconectar los sistemas.

La mayoría de estos dispositivos funcionan a base de semiconductores o sistemas gaseosos, que conducen solo cuando las tensiones rebasan ciertos límites.

##### 7.2.3.4.1 Pararrayos gaseosos

La mayoría de los pararrayos antiguos se construían enfrentando dos electrodos convexos o esféricos, separados por aire, el cual, como sabemos, es un buen aislador. Sin embargo, cuando la tensión (positiva o negativa) entre los electrodos es lo suficientemente alta como para que se alcance el límite de ruptura dieléctrica del aire, éste se transforma en conductor por todo el tiempo que dura la sobretensión, descargando a tierra, a través de la chispa, toda la energía excedente contenida en la sobretensión.

Para ajustar la tensión de operación basta con controlar la distancia entre las esferas: a mayor distancia, mayor es la tensión requerida para que salte el arco y viceversa. Como vemos este tipo de dispositivos es muy ingenioso, económico y práctico, razón por la cual se utilizó muchísimo durante los primeros años del desarrollo de los sistemas eléctricos de potencia. No obstante, dado que la rigidez dieléctrica de aire cambia mucho con la temperatura, presión y humedad del ambiente, este tipo de pararrayos tuvo que ser desechado debido a la imposibilidad de mantener constante la tensión de operación o ruptura.

#### 7.2.3.4.2 Pararrayos semiconductores

Con la introducción de los semiconductores de juntura PN y diodos rectificadores fue posible construir pararrayos de descarga aprovechando la tensión inversa de avalancha que caracteriza estos dispositivos. En efecto, cuando a estos dispositivos se les aplica una tensión en el sentido positivo, presentan muy baja impedancia y, por lo tanto, conducen normalmente; cuando se les aplica una tensión en el sentido inverso presentan muy alta impedancia y, por lo tanto, no conducen. Sin embargo, cuando la tensión inversa es lo suficientemente alta, se alcanza un nivel conocido como tensión de avalancha inversa o tensión de Zenner, a la cual el material conduce, disminuyendo su impedancia sensiblemente. El nivel de tensión a la cual conducen las junturas del tipo PN es muy estable. Para utilizarlos como pararrayos es necesario conectar dos elementos en oposición con el objeto de que pueda operar correctamente en los sistemas de corriente alterna.

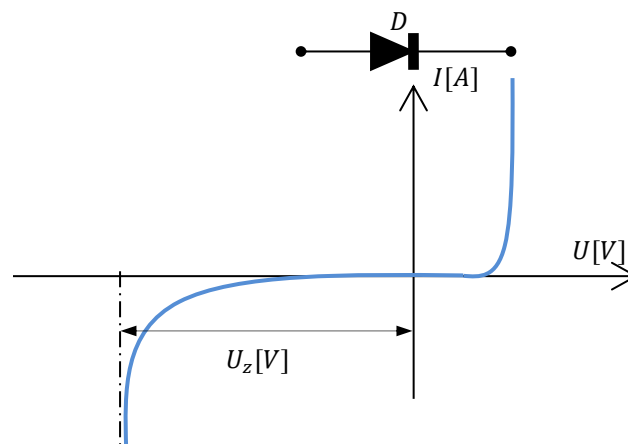


Ilustración N° 7-1: tensión de Zenner en semiconductores.

### 7.3 Conceptos de coordinación de protecciones

Como ya se ha explicado en los capítulos anteriores, los sistemas de protecciones tienen por objeto evitar que se produzcan daños mayores en los equipos y en las personas como consecuencia de las anomalías y fallas que se pueden producir en los sistemas eléctricos. La mayoría de los sistemas de protecciones se basan, simplemente, en desconectar los equipos abriendo los respectivos interruptores. No obstante, según la tensión, importancia de los sistemas eléctricos y dirección en que fluye la energía, éstos pueden estar configurados en estrella (o configuración arbórea), en cuadrículas o en mallas interconectadas más complejas.

En los sistemas arbóreos, en que la energía fluye desde el tronco hacia las ramas y hojas, basta con abrir el interruptor apropiado para proteger adecuadamente el equipo que haya fallado. No obstante, si se abren interruptores ubicados aguas arriba del punto de falla, no solo se desconectará el equipo que haya fallado, sino que también se desconectarán los demás equipos del sistema que no han fallado.

Por esta razón se hace necesario establecer una adecuada coordinación, priorizando las operaciones que correspondan solo al equipo o sistema fallado, por sobre los demás ubicados aguas arriba o en paralelo del punto de falla.

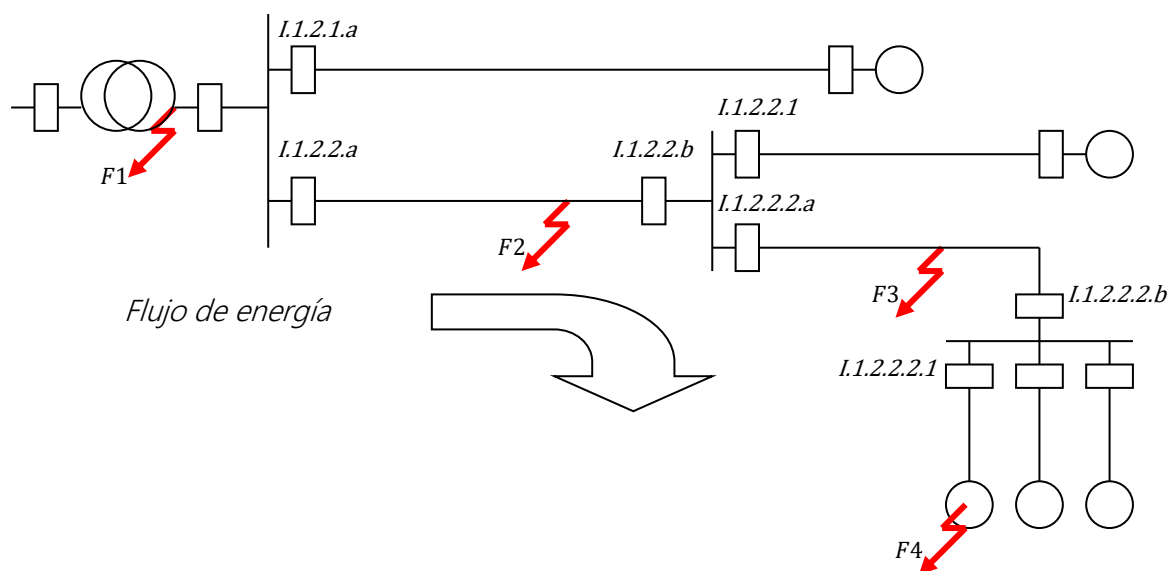


Ilustración N° 7-2: flujo de energía en sistemas arbóreos.

Una falla en el punto  $F_4$  debe despejarse abriendo el interruptor *1.1.2.2.1*. Solo en el caso que, por alguna razón, no operara este interruptor, debería operar el de respaldo, es decir, el que se encuentra en el nivel inmediatamente superior: el *1.1.2.2.b* y así, sucesivamente, con los más alejados: el *1.1.2.2.a*, el *1.2.2.b*, etc. Para lograr este objetivo, el tiempo de operación de los interruptores más cercanos debe calibrarse de manera que sea menor que el tiempo de operación de los más alejados. Si no se respeta esta secuencia o retardo, podría ocurrir que operaren los interruptores de los niveles superiores, dejando si alimentación a consumos que no presentan fallas. A este conjunto de calibraciones, según niveles y secuencias escalonadas, se le conoce como coordinación de protecciones.

### 7.3.1 Coordinación de los niveles de protección contra sobrecargas

Este es el tipo calibraciones es el que normalmente se aplica en todos los tableros de distribución. La idea es que el interruptor general, ubicado aguas arriba de los consumos individuales, opere a niveles de corriente superiores, de manera que cada uno de los interruptores de distribución locales maneje sus propios niveles de corriente. En lo que respecta a los niveles de sobrecarga, deben calibrarse de manera que las sobrecargas no rebasen los niveles admisibles y, en caso de sobrepasar estos niveles, deben operar dentro de los tiempos permitidos, según la constante de tiempo de los consumos. Así, por ejemplo, si un transformador puede soportar una sobrecarga del 25% durante no más de 10 minutos, el interruptor debe operar en menos de 10 minutos.

### 7.3.2 Coordinación de los niveles de protección contra cortocircuitos

Para calibrar apropiadamente este tipo de coordinaciones es necesario conocer los niveles de cortocircuito en cada una de las ramas y troncos del sistema. Para esto, es necesario conocer las impedancias aguas arriba de los puntos de falla. En este tipo de cálculos intervienen las impedancias de las líneas, de los tableros y de los transformadores, entre otros. La idea, como se ha explicado, es que operen selectivamente, de manera que sea posible aislar las fallas sin comprometer la alimentación a los demás consumos y ramas del sistema eléctrico. Como también se ha explicado, una vez que se activan las protecciones de cortocircuito, dado que, en todos los casos, los tiempos de operación son muy rápidos, no

existen diferencias significativas entre los tiempos de operación de los diversos interruptores del sistema, independientemente del nivel en que se encuentren e independientemente de la corriente nominal de cada uno. Lo que debe hacerse, entonces, es garantizar la operación de los más cercanos a la falla, calibrando apropiadamente el respectivo nivel de la corriente de cortocircuito a la cual debe operar. De lo contrario, cuando se produzcan cortocircuitos, es muy probable que operen simultáneamente los interruptores que se encuentren conectados en cascada, es decir, tanto los de los niveles inferiores como los de los niveles superiores.

### 7.3.3 Coordinación de los niveles de protección contra sobretensiones

Para calibrar apropiadamente este tipo de coordinaciones es necesario conocer el nivel de aislamiento de los equipos que se desea proteger, el cual está definido por el *BIL* (Basic Impulse Level), es decir, por el nivel de aislamiento que determina la prueba de impulso. Este nivel de aislamiento corresponde, según las normas existentes, al siguiente valor:

$$BIL \geq K_{cc} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} U_{ff_n}$$

En esta expresión:

$U_{ff_n}$  : tensión entre fases o tensión nominal del sistema y

$K_{cc}$  : coeficiente de seguridad, generalmente 3 ó 4, según el grado de seguridad que se haya proyectado.

Para una instalación de 220 [kV] y un coeficiente de seguridad de 3, este valor es 539[kV]. Las diversas tensiones normalizadas de la tensión *BIL* están redondeadas a valores, como, por ejemplo: 62,5 [kV], 125 [kV], 250 [kV], 500 [kV], 750 [kV], 1.000 [kV], etc. Sin embargo, dado el alto costo que representa sobredimensionar las aislaciones, en especial cuando se trata de sistemas de muy alta tensión, los diseñadores modernos tienden a rebajar los coeficientes de seguridad, tomando en cuenta los niveles reales de las sobretensiones que, eventualmente pudieran presentarse en cada lugar y, desde luego, perfeccionando los pararrayos y sistemas de protección.

Una vez establecido el nivel *BIL*, los pararrayos deben ser capaces de permitir la conducción, justamente, a este nivel de tensión. A partir de este concepto, la tensión de conducción de los pararrayos se especifica según los diferentes niveles normalizados de la tensión *BIL*.

Obviamente, en caso de que el *BIL* del equipo sea inferior al del pararrayos, el dispositivo de protección no servirá de nada. Cuando esto ocurre, si eventualmente aparece alguna sobretensión, ésta se descargará por el equipo y no por el pararrayos. Lo normal es que los pararrayos se calibran para el nivel *BIL* inmediatamente inferior al especificado para los equipos, de esta manera se garantiza una adecuada protección de los equipos (transformadores, interruptores, etc.).

Para el caso de los sistemas de baja tensión, la aplicación de estos conceptos conduce a las siguientes cifras:

Tensión nominal efectiva entre fases	: $U_{ffn} = 400 [V]$
Sobre tensión normal entre fases	: $\Delta U_{ff\text{m}\acute{a}x,n} = 10 [\%]$
Coefficiente de seguridad	: $K_{cc} = 3$
Tensión máxima admisible	: $U_{m\acute{a}x.adm} < 1.080 [V]$

Esto significa que los materiales aisladores y todos los equipos vinculados a este nivel de baja tensión deberían ser capaces de soportar estos niveles de tensión sin dañarse. Entonces, si se desea proteger la instalación contra eventuales sobretensiones, el supresor de sobretensión debería funcionar o activarse a una tensión inferior a **1.080 [V]**, por ejemplo a **750 [V]**.

## Capítulo 8

# Elementos de luminotecnia

*En este capítulo el lector podrá encontrar conceptos, pocas veces incorporados en la formación de ingenieros, asociados al estudio de la luz y su aplicación a la iluminación, junto con dos ejemplos muy cotidianos.*

### 8.1 Introducción

En la mayoría de las obras de cierta importancia se hace necesario especificar y construir sistemas de iluminación apropiados para talleres, áreas de trabajo, bodegas patios, sótanos, calles, áreas públicas, hospitales, centros deportivos, edificios, viviendas, entre muchos otros. En estricto rigor, el proyecto de iluminación es una actividad que compete principalmente al arquitecto o al ingeniero industrial responsable. No obstante, el proyectista eléctrico siempre se ve involucrado en la definición de las soluciones técnicas e, incluso, en actividades propias de la arquitectura, como por ejemplo la definición de los niveles de iluminación y las características decorativas o estéticas de los sistemas de iluminación proyectados.

Cualesquiera sean los responsables, es imprescindible que los proyectistas manejen algunos conceptos físicos y sus respectivas unidades de medida en el sistema internacional SI: flujo luminoso, iluminancia o claridad, intensidad de la luz, índice de refracción, índice de discriminación del color, luminancia, entre otros.

En los últimos años se ha popularizado la aplicación de diversas tecnologías basadas en espejos móviles y fibras ópticas, destinadas a transportar luz natural hasta sótanos y áreas de trabajo normalmente oscuras. También cabe mencionar que existen algunas iniciativas muy interesantes tendientes a proyectar luz solar captada en cerros altos, hacia aldeas y valles profundos normalmente muy sombreadas.



## 8.2 La luz

### 8.2.1 El espectro visible

La luz es una superposición de ondas electromagnéticas cuyas frecuencias se encuentran en el espectro visible, siendo la fracción del espectro total que podemos ver. Las ondas electromagnéticas cuyas frecuencias están fuera del espectro visible, de mayor o menor longitud de onda, aun cuando no las podamos ver, nos pueden dar la sensación de calor y son capaces de quemarnos la piel.

Según diversos estudios publicados sobre la materia, el ojo humano es capaz de ver ondas electromagnéticas cuyas longitudes de onda están comprendidas entre **720 [nm]** y **380 [nm]**, es decir, el ojo se comporta como filtro pasa banda.

En el centro del espectro visible, alrededor de **555 [nm]**, la sensibilidad del ojo humano es máxima. Esta longitud de onda corresponde a colores en el entorno del amarillo verdoso. Las definiciones normalizadas que existen en el Sistema Internacional de Unidades (SI), fijan la frecuencia de este color en **540 [THz]**.

La sensibilidad del ojo humano disminuye hacia los extremos ultravioleta e infrarrojo hasta hacerse mínima. A esos niveles de frecuencia el ojo humano solo ve colores muy oscuros, similares al negro (violeta oscuro y morado oscuro), como si no hubiera luz, aun cuando su intensidad pudiera, eventualmente, ser muy alta.

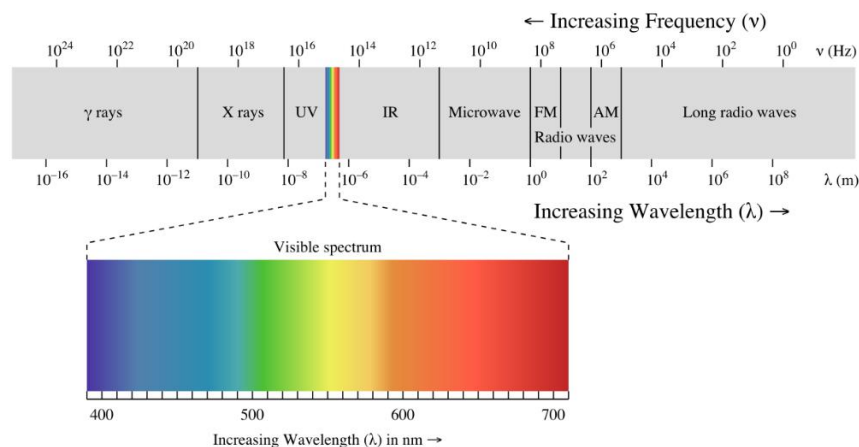


Ilustración 8-1: espectro visible de la luz

Cada una de las frecuencias del espectro visible corresponde a luz que el ojo humano normal discrimina como colores diferentes, según la paleta del arco iris.

Para la especie humana, que durante cientos de miles de años ha sobrevivido en un medio en el que predominan los colores verdes y amarillos (selvas, pastizales y desiertos), es natural que su mayor sensibilidad esté justamente en el entorno de estos colores. Sin embargo, es probable que existan diferencias en la sensibilidad cromática según las características físicas y edad de las personas. Igualmente, el espectro visible de otras especies es diferente al de los humanos, especialmente en aquellas que cazan y se alimentan de noche.

Para los daltónicos extremos, sin embargo, desgraciadamente no existen los colores, no logrando distinguir la diferencia que existe entre un color y otro. No obstante, dado que ven, probablemente distinguen mayores o menores intensidades luminosas en el ámbito de la luz y las sombras, según una infinita gradación de grises desde el negro hasta el blanco.

En la gráfica de la Ilustración 8-2 hemos reproducido con cierta precisión la curva de sensibilidad aproximada del ojo humano, según el espectro visible de colores publicados en el *Reference Data for Radio Engineers* de la ITT y los datos de sensibilidad del ojo humano normal publicados en el *Standard Handbook for Electrical Engineers*.

Según informaciones que manejan algunos oculistas, el ojo humano reacciona en forma aproximadamente exponencial a los estímulos luminosos, lo que nos permite considerar que la curva de sensibilidad relativa responde a una relación del tipo:

$$s = e^{-\alpha^2(\lambda-\lambda_0)^2}$$

En esta expresión:

- $\lambda$  : longitud de onda de la radiación;
- $\lambda_0$  : longitud de onda de la luz amarillo verdosa, correspondiente a  $0,555 [\mu m]$  y
- $\alpha$  : coeficiente.

Hemos calculado el valor del coeficiente  $\alpha$  que satisface aproximadamente los datos numéricos publicados en el *Standard Handbook*, su valor es  $18,3057 [\mu\text{m}^{-2}]$ . Por lo tanto, la expresión se podría aproximar a la siguiente ecuación:

$$s[0/1] = e^{-18,3057^2 \cdot (\lambda - \lambda_0)^2}$$

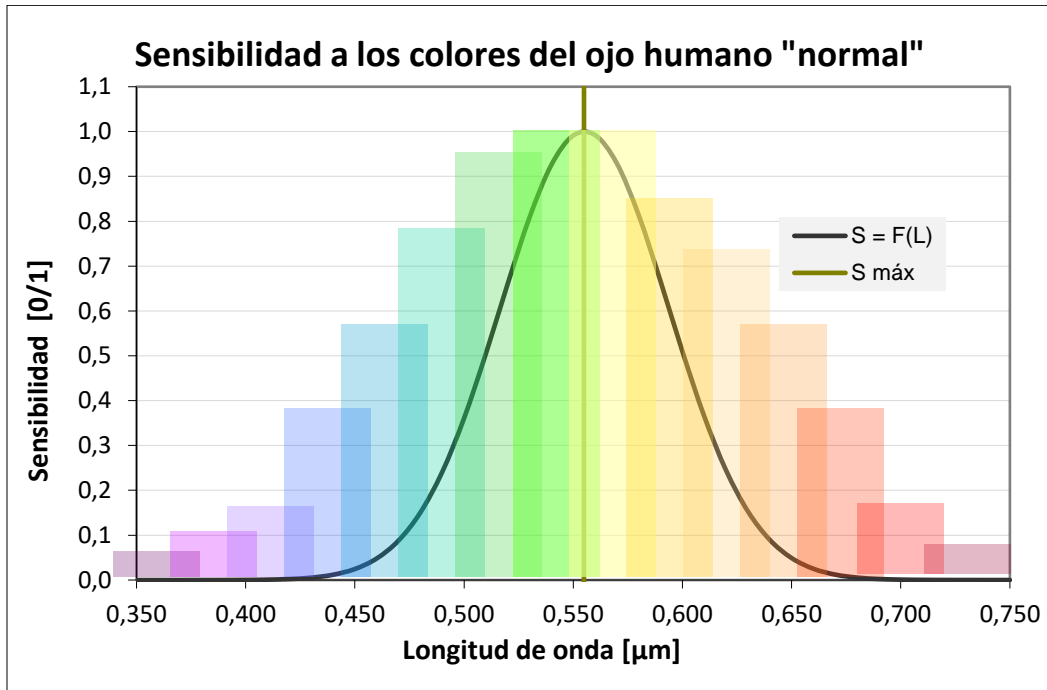


Ilustración 8-2: sensibilidad a los colores del ojo humano

Considerando que a luz solar (luz blanca) está compuesta por radiaciones de todas las frecuencias, la integral de esta función corresponde, aproximadamente, a la parte de la luz solar que el ojo ve. Sea  $S$  la proporción de la radiación que el ojo puede ver como luz blanca, entonces:

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha^2 \cdot (\lambda - \lambda_0)^2} d\lambda$$

La resolución de esta integral conduce al siguiente valor:

$$S = \frac{3}{\alpha}$$

Para  $\alpha = 18,306$

$$S = \frac{3}{18,306} = 0,164$$

Esta cifra puede interpretarse en el sentido que la sensibilidad media del ojo humano sería de 0,164. Lo correcto, sin embargo, es integrar esta función dentro del espectro visible. En este caso, el valor medio es 0,31, es decir, según esta función simplificada, la sensibilidad media del ojo humano a la luz solar sería dicho valor.

Existen numerosos estudios muy detallados respecto de cómo el ojo humano ve los colores y los procesos biológicos involucrados. En efecto, los especialistas han determinado que en la retina existen cientos de miles de células sensibles a la luz: los bastones y los conos, a las cuales llegan los terminales del nervio óptico. Los bastones son solo sensibles a la intensidad de la luz, lo que genera la sensación de luz y sombras, los conos, en cambio, son sensibles a los colores. La combinación de ambos efectos, es decir, la intensidad de la luz y su respectiva longitud de onda, transmitida al cerebro, nos brinda finalmente la posibilidad de ver a todo color.

A esto hay que agregar que algunos estudios sobre la materia han logrado identificar tres tipos de conos: los conocidos como conos del azul, cuya sensibilidad máxima coincide con la luz azul ( $\lambda = 445$  [nm]); los conos del verde, cuya sensibilidad máxima coincide con la luz verde ( $\lambda = 540$  [nm]) y los conos del naranja-rojo cuya sensibilidad máxima coincide con la luz amarilla ( $\lambda = 600$  [nm]).

En particular cabe destacar algunos estudios de la CIE (*Comission Internationale de L'Éclairage*) y de otros organismos e investigadores privados que han logrado describir cómo es la respuesta cromática de cada uno de estos tres tipos de conos. En efecto, parecería que cada uno aportara separadamente a la sensibilidad cromática total según ciertas proporciones entre ellos. Es como si las señales cromáticas, detectadas separadamente por cada uno de los tres tipos de conos, se integraran en el terminal nervioso de tal manera que la señal que finalmente llega al cerebro y que éste interpreta como un solo color, correspondiera más bien a un color cuya intensidad es el promedio ponderado de las intensidades que detecta cada uno de los tres tipos de conos.

En la Ilustración 8-3 se muestra la sensibilidad relativa de cada uno de estos tres tipos de conos y la curva integradora final, la cual hemos construido en base a coeficientes de proporcionalidad calculados para cada curva parcial, conocidas por las iniciales de los colores en inglés B, G y R. Las expresiones analíticas que hemos determinado para estas curvas que mejor se ajustan a las curvas empíricas publicadas, son las siguientes.

Conos de azul :  $s_B = 0,64 \cdot e^{-325,5 \cdot (\lambda - 0,445)^2}$

Conos del verde :  $s_G = 0,44 \cdot e^{-389,4 \cdot (\lambda - 0,540)^2}$

Conos del naranja-rojo :  $s_R = 0,70 \cdot e^{-618,6 \cdot (\lambda - 0,600)^2} - 0,20 \cdot e^{-950,8 \cdot (\lambda - 0,514)^2}$

La curva integradora total corresponde a la sumatoria ponderada de las tres funciones para B, G y R:

$$S_T \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = B \cdot s_B + G \cdot s_G + R \cdot s_R$$

Según estos cálculos, los coeficientes de proporcionalidad B, G y R que satisfacen estas relaciones empíricas son los siguientes:

$$B = 0,017 \quad ; \quad G = 2,194 \quad ; \quad R = 0,724$$

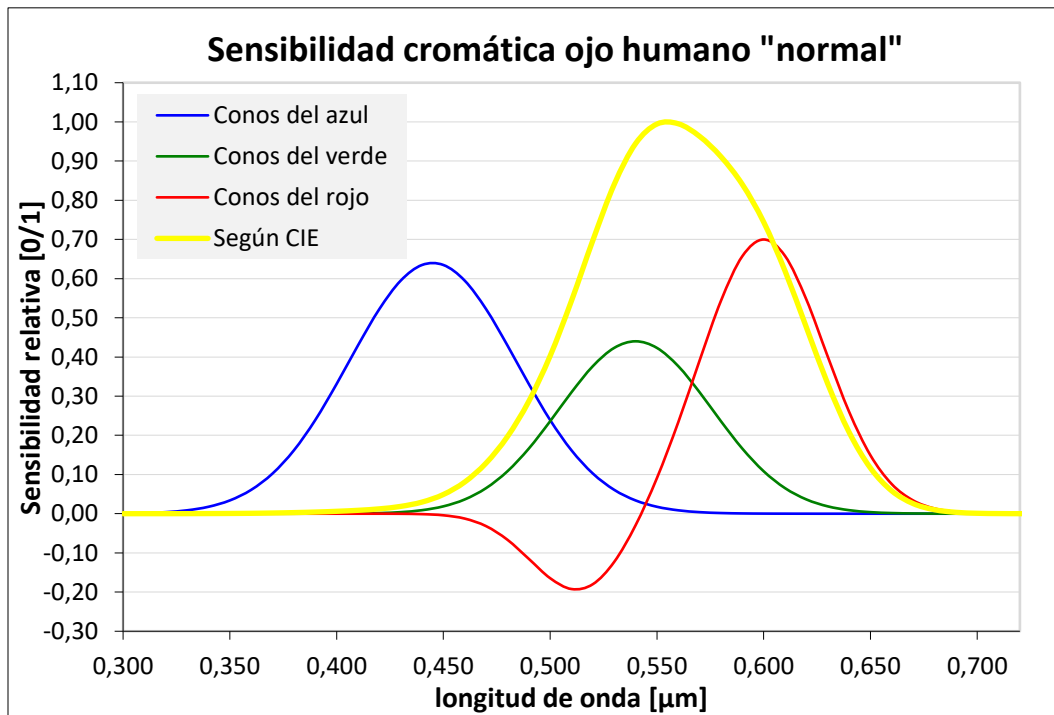


Ilustración 8-3: sensibilidad de los diferentes conos del ojo humano

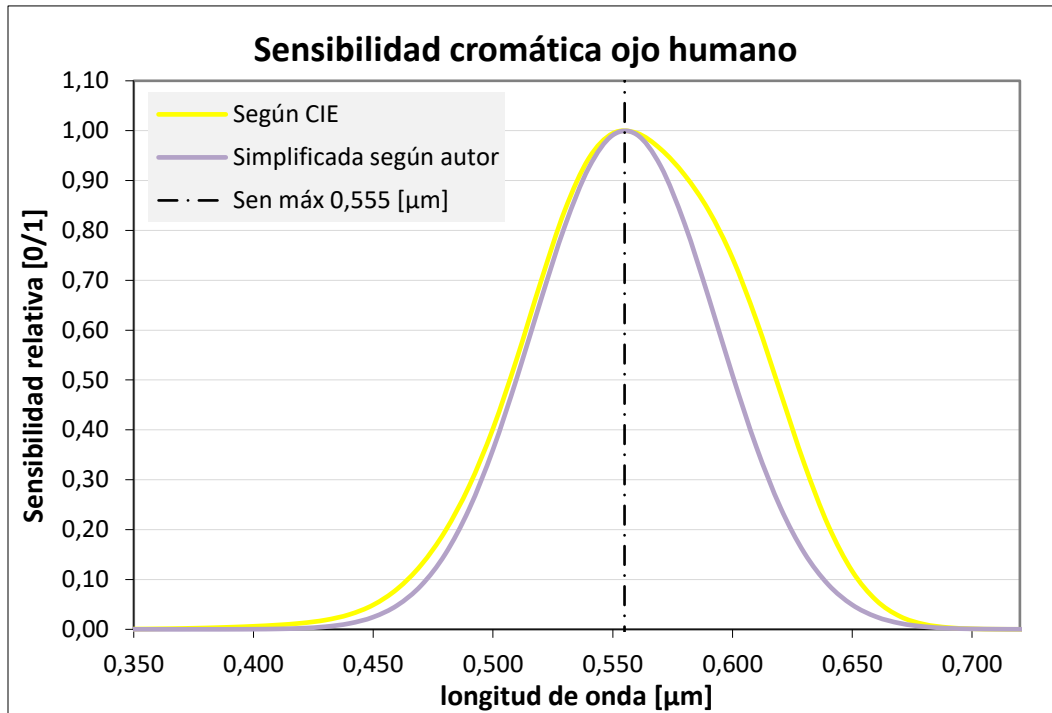


Ilustración 8-4: sensibilidad ojo humano según CIE y aproximación autor

Resulta interesante comparar esta curva de sensibilidad total (curva amarilla), con la simplificada descrita en los párrafos anteriores. En efecto, como se puede ver, la curva deducida de los datos del CIE es asimétrica a la derecha, más ancha que la simplificada, lo que debe interpretarse en el sentido de que la sensibilidad del ojo humano a las luces anaranjadas (a la derecha del punto de sensibilidad máxima) es proporcionalmente mayor que la que corresponde a los colores azulados (a la izquierda del punto de sensibilidad máxima). Esto significa, además, que el valor medio de la sensibilidad a lo largo del espectro visible, que se deduce de los datos del CIE, es mayor que el que se deduce de la curva simplificada. Según estas cifras, su valor es de, aproximadamente, 0,37 en vez de 0,31.

### 8.2.2 El blanco y el negro

El color blanco es el color que el ojo humano ve sobre ciertas superficies cuando están iluminadas por luz solar. Diversos estudios efectuados sobre la materia nos indican que la radiación solar está compuesta por prácticamente todas las frecuencias posibles, desde las frecuencias más bajas hasta las más altas conocidas. De tal manera, si una superficie es capaz

de reflejar con la misma eficiencia todas las componentes del espectro visible, el ojo humano la ve blanca, como por ejemplo la nieve.

Si se considera que la radiación solar está compuesta por todo el espectro de frecuencias, entonces la mezcla o sumatoria de todas las componentes de la luz solar, matizada por la curva de sensibilidad del ojo humano, es lo que interpretamos como luz blanca. El efecto luminoso o intensidad media relativa corresponde al valor medio de la función descrita, entre los límites visibles, es decir, alrededor de 0,37, aproximadamente.

En contraposición al concepto de luz blanca, el color negro corresponde al color de superficies que no reflejan ninguna de las componentes del espectro visible. Corresponde, por lo tanto, a la ausencia de luz visible. No obstante, las superficies negras pueden reflejar calor o rayos ultravioleta.

### 8.2.3 Refracción de la luz

La velocidad con que se mueve la luz en un medio electromagnético está dada por:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

En esta expresión:

- $\epsilon$  : permitividad dieléctrica del medio y
- $\mu$  : permeabilidad magnética del medio.

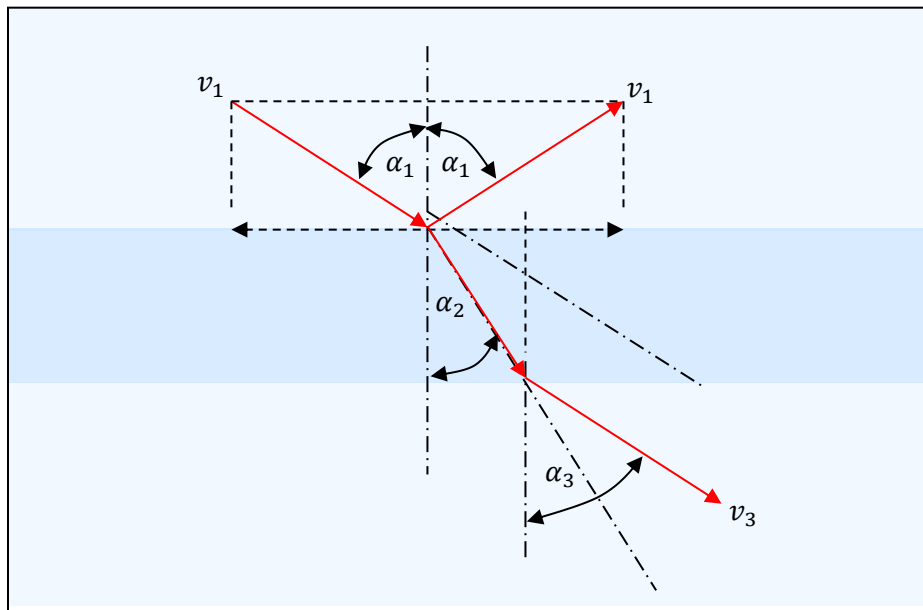
Dado que las características electromagnéticas del aire son muy similares a las del vacío, la velocidad en el aire es, prácticamente, igual a la velocidad en el vacío. Su valor es :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 299.792.458 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Las constantes o coeficientes electromagnéticos de los medios transparentes son siempre mayores que las del vacío (o el aire), por lo tanto, en estos medios la luz se mueve a menor velocidad. Cuando un rayo de luz incide sobre una superficie transparente plana, se divide en dos: el rayo reflejado y el refractado. Como sabemos, el rayo reflejado rebota en

un ángulo igual al incidente, mientras que el refractado traspasa al otro medio y continúa en línea recta según un ángulo diferente.

La suma de las potencias de los rayos refractado y reflejado es igual a la potencia del rayo incidente. Cuando la luz se propaga por cuerpos transparentes de conductividad eléctrica muy baja ( $\sigma = 0$ ), las pérdidas de energía son despreciables. En estos casos, la potencia del rayo refractado es prácticamente igual a la potencia del rayo incidente y, por lo tanto, la potencia del rayo reflejado es prácticamente nula: no hay reflexión.



*Ilustración 8-5: reflexión y refracción de un rayo de luz*

Según la Ley de Snell el ángulo refractado se acerca a la normal cuando la velocidad de propagación en el segundo medio es menor, es decir, cuando los coeficientes característicos del segundo medio electromagnético son mayores que los del primero. Igualmente, cuando pasa desde un medio con mayores coeficientes a otro de menores, el rayo de luz refractado se aleja de la normal.

El tiempo  $t_1$  que tarda la proyección del rayo reflejado en cubrir una distancia  $L$  sobre la superficie de separación debe, necesariamente, ser igual al tiempo  $t_2$  que tarda la proyección del rayo refractado en cubrir la misma distancia sobre la superficie que separa ambos medios. Para el rayo reflejado el tiempo  $t_1$  es:



$$t_1 = \frac{L \sin(\alpha_1)}{v_1}$$

Igualmente, para el rayo refractado el tiempo  $t_2$  es:

$$t_2 = \frac{L \sin(\alpha_2)}{v_2}$$

Igualando ambos tiempos se obtiene la conocida fórmula de Snell:

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{v_1} = \frac{\sin(\alpha_2)}{v_2}$$

Vemos, entonces, que el seno del ángulo de la onda refractada es:

$$\sin(\alpha_2) = \frac{v_2}{v_1} \sin(\alpha_1)$$

La relación entre la velocidad de propagación de la luz en vacío y la velocidad en el medio transparente se conoce como índice de refracción, siendo siempre mayor que la unidad.

$$n = \frac{c}{v} \geq 1$$

Reemplazando las velocidades por las respectivas constantes electromagnéticas se obtiene:

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon \mu}{\epsilon_0 \mu_0}}$$

En general, la permeabilidad magnética  $\mu$  de los medios transparentes es prácticamente idéntica a la del vacío, por lo tanto, en la práctica el índice de refracción depende exclusivamente de la permitividad dieléctrica  $\epsilon$  del medio y de la permitividad dieléctrica  $\epsilon_0$  del vacío.

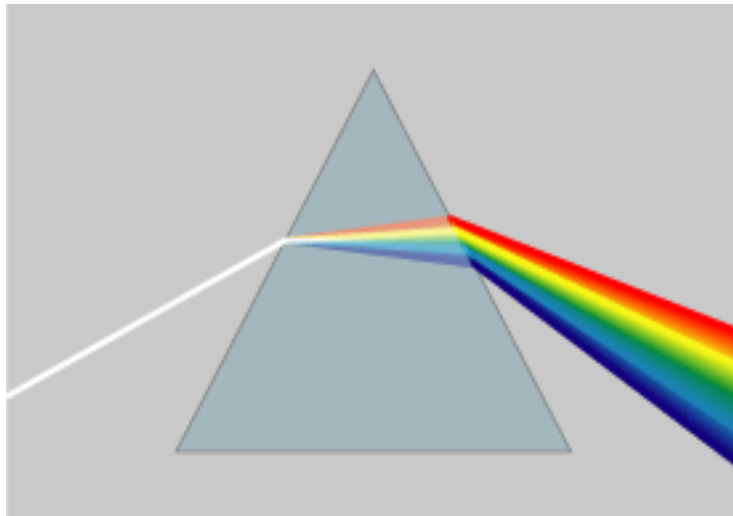
$$\mu \approx \mu_0 \rightarrow n \approx \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$$

Reemplazando en la fórmula de Snell, se obtiene:

$$\sin(\alpha_2) = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} \sin(\alpha_1) \quad ; \quad \sin(\alpha_2) = \frac{n_1}{n_2} \sin(\alpha_1)$$

El fenómeno de refracción de la luz permite el diseño y fabricación de lentes ópticos y la construcción de lentes de vidrio transparente destinadas a dirigir la luz en las direcciones que se desea iluminar.

A esto hay que agregar que la permitividad dieléctrica y permeabilidad magnética varían según la frecuencia de la luz (su color) y, por lo tanto, el ángulo de refracción también varía según la frecuencia del rayo incidente. En efecto, al hacer pasar la luz por un prisma de difracción, los diferentes colores contenidos en la luz natural blanca se separan según su respectivo índice de refracción. Como se puede ver en la Ilustración 8-6, el índice de refracción del color azul es mayor que el del rojo, es decir, dicho índice aumenta según la frecuencia, lo que permite explicar el fenómeno del arco iris.



*Ilustración 8-6: refracción de la luz blanca en un prisma de difracción*

En la Tabla 8-1 se muestra al valor del índice de refracción de algunos materiales transparentes.

Tabla 8-1: índices de refracción de distintos elementos transparentes

Material	Índice de refracción
Aire	1,00029
Azúcar	1,59
Diamante	2,417
Mica	1,58
Benceno	1,504
Glicerina	1,47
Agua	1,333
Alcohol etílico	1,367
Cuarzo	1,456
Vidrio	1,46 a 1,96 <sup>37</sup>
Polietileno	1,53
Acrílico	1,46

### 8.2.3.1 Ángulo límite de refracción

Cuando el ángulo del rayo incidente  $\alpha_1$  es relativamente grande, si el índice de refracción del segundo medio es menor que el del primero, existe la posibilidad de que el ángulo del rayo refractado alcance los  $90$  [°sex], es decir, que resulte paralelo a la superficie de separación. Dado que no es posible que el ángulo del rayo refractado sea mayor a  $90$  [°sex], éste desaparece. En este caso toda la energía del rayo incidente se transmite al rayo reflejado y la luz no logra pasar al otro medio: la superficie de separación se comporta como un espejo.

El ángulo límite de incidencia  $\alpha_l$  es el ángulo del rayo incidente (con respecto a la normal) que genera un rayo refractado paralelo a la superficie de separación, es decir, igual a  $90$  [°sex]. Su valor se puede calcular a partir de la Ley de Snell considerando  $\alpha_2 = 90$ [°sex]:

$$\sin(\alpha_l) = \frac{n_1}{n_2} \sin(90^\circ) = \frac{n_1}{n_2}$$

---

<sup>37</sup> Varía según su composición

$$\alpha_l = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) ; \frac{n_2}{n_1} < 1$$

Para el caso del vidrio, cuyo índice de refracción es del orden de 1,5, el ángulo límite con respecto al aire es de 41,81 [°sex]:

$$\alpha_l = \arcsin\left(\frac{1,00}{1,50}\right) = 41,81 \text{ [°sex]}$$

Esta cifra nos está indicando que si los rayos incidentes tienen un ángulo igual o superior a 41,81 [°sex], la superficie del vidrio se comportará como un espejo.

Esta particularidad ha permitido el desarrollo de las fibras ópticas de vidrio u otros materiales similares (plásticos, acrílicos, entre otros), en las cuales la luz se mueve por su interior, como por un tubo de luz, sin poder escapar hacia el exterior. Naturalmente que para que esto sea posible, el radio de curvatura debe ser lo suficientemente grande en comparación con el diámetro de las fibras, de tal manera que el ángulo de incidencia de la luz al interior de la fibra óptica, siempre sea superior al ángulo límite  $\alpha_l$ .

En la Ilustración 8-7 se ha dibujado un trozo de fibra óptica (azul) inmerso en aire (azul claro), en el cual un rayo de luz incide en la superficie de separación con un ángulo  $\alpha_l$ . Considerando que la fibra tiene un radio de curvatura  $R$  y un diámetro  $D$  se tiene:

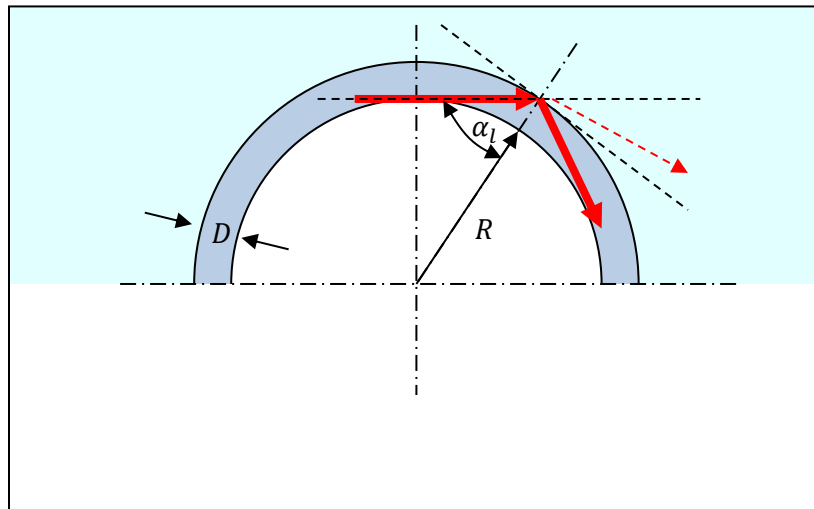


Ilustración 8-7: reflexión total de un rayo de luz en fibra óptica

$$\sin(\alpha_l) = \frac{R}{R + D}$$

El radio de curvatura mínimo que garantiza reflexión total se obtiene despejando de esta relación

$$R \geq \frac{\sin(\alpha_l)}{1 - \sin(\alpha_l)} D$$

Reemplazando ahora el ángulo límite por los respectivos índices de refracción:

$$R = \frac{n_2}{n_1 - n_2} D$$

$$r = \frac{R}{D} = \frac{1}{\frac{n_1}{n_2} - 1}$$

Para el caso del vidrio ( $n_1 = 1,5$ ) con respecto al aire ( $n_2 = 1,0$ ), el radio de curvatura comparado con el diámetro de la fibra es:

$$r = \frac{1}{\frac{1,5}{1,0} - 1} = 2,0$$

Esta posibilidad es irrealizable en vidrio. En efecto, como se trata precisamente de vidrio, cuya rigidez y fragilidad son muy altas, independientemente de cualesquiera otras consideraciones, las fibras de vidrio no admiten grandes flexiones pues se fracturan. No obstante, podrían ser de plástico que se pueden doblar fácilmente sin dañarse.

En la práctica las fibras de vidrio para telecomunicaciones se construyen en filamentos de vidrio muy fino, embebidos en materiales plásticos, que le dan protección y el cuerpo suficiente para evitar grandes flexiones. Un cable de fibra de vidrio comercial para telecomunicaciones puede estar compuesto por siete a ocho fibras de cristal de, aproximadamente,  $100 \text{ } [\mu\text{m}]$  de diámetro cada una, incorporadas en varias capas de plásticos, todo cubierto de diferentes materiales plásticos resistentes a la corrosión, humedad, presiones mecánicas y golpes, que le dan el aspecto de un cable de unos  $10 \text{ } [\text{mm}]$  diámetro, con la protección necesaria para evitar que el radio de curvatura sea inferior a unos  $500 \text{ } [\text{mm}]$ .

Las fibras de vidrio que se utilizan para este tipo de cables están hechas de cristales de alto índice de refracción, del orden de  $1,66$ , embebidas en plásticos, cuyo índice de

refracción es del orden de 1,53. Considerando estas cifras, el radio de curvatura mínimo capaz de garantizar el funcionamiento óptico de la fibra debe ser superior a 12 veces el diámetro de los filamentos.

Para  $n_1 = 1,66$  y  $n_2 = 1,53$

$$r = \frac{R}{D} = \frac{1}{\frac{1,66}{1,53} - 1} = 11,8$$

En la práctica, sin embargo, dado que el radio mínimo de curvatura que garantizan los cables armados protegidos con múltiples capas de polietileno es del orden de 0,5 [m], mientras que los filamentos de vidrio tienen diámetros del orden de 100 [μm], la relación entre ambos parámetros es:

$$r' = \frac{R}{D} = \frac{0,50[m]}{100[\mu m]} = 5000$$

La gran diferencia entre ambas cifras permite utilizar filamentos de vidrio con índices de refracción no tan altos, a condición que sea ligeramente superior al índice de refracción del polietileno que las recubre. Por ejemplo, si el índice de refracción del vidrio es 1,54 y el del polietileno, 1,53, el radio mínimo de curvatura resulta igual a 153 veces el diámetro de los filamentos de vidrio, cifra que siempre es inferior a 5.000.

Desde su primera aplicación experimental en 1977 hasta la fecha, la tecnología de las fibras ópticas para telecomunicaciones ha progresado muchísimo, lo que hoy día nos permite contar con un amplio surtido de ofertas para múltiples aplicaciones.

En el ámbito de la luminotecnia, últimamente se ha popularizado la aplicación de fibras lumínicas plásticas, acrílicas o de policarbonatos, muy flexibles y de bajos niveles de pérdidas, que permiten dirigir haces de luz solar o artificial en las direcciones deseadas, tanto para fines decorativos, como para iluminar sótanos y zonas a las cuales no llega la luz solar natural. Para este tipo de aplicaciones se pueden agrupar muchas fibras, armando cables de gran diámetro, lo que les da flexibilidad necesaria y gran capacidad de transporte.

¡La idea original de que la luz solo se mueve en línea recta ya no se puede seguir sosteniendo tan fácilmente! Los medios isótropos, homogéneos, libres de gravitación e infinitamente extendidos, como sabemos, no existe en la realidad.

### 8.3 Lámparas y luminarias

Una luminaria es un artefacto, generalmente alimentado con electricidad, capaz de generar luz, emitiendo radiaciones en el espectro visible. Está compuesta por un equipo eléctrico, el emisor de luz (la lámpara), un reflector y un refractor. (Ver Ilustración 8-8)

La geometría de una luminaria se diseña de manera de dirigir los haces luminosos en las direcciones deseadas, evitando que se pierda luz en direcciones no deseadas. Según las características de temperatura del emisor y gases de descargas contenidos en su interior, las lámparas emiten luz de diferentes longitudes de onda. En algunas, una parte importante de la radiación cae fuera del espectro visible. En otras, en cambio, la radiación está mayoritariamente dentro del espectro visible.

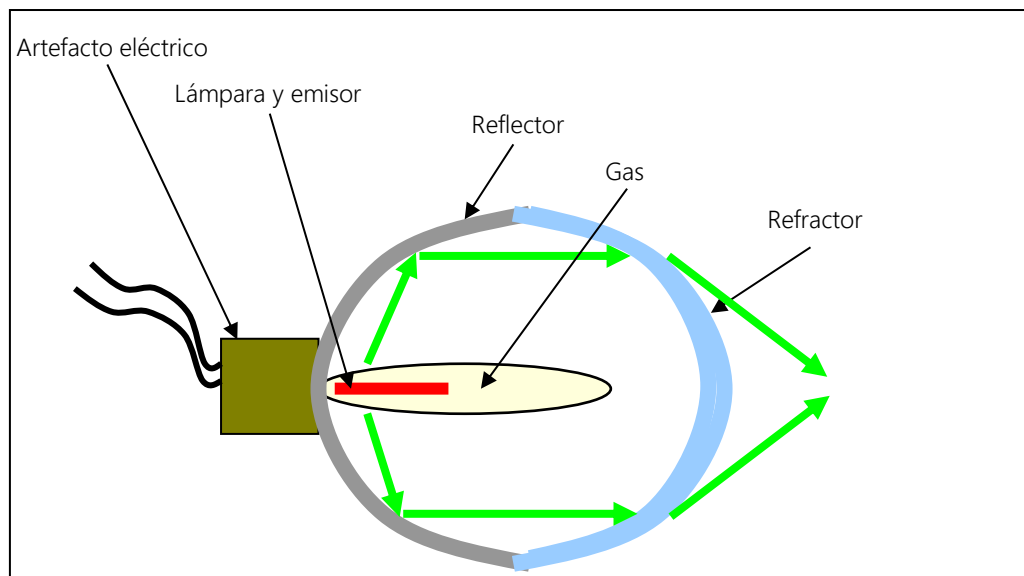


Ilustración 8-8: partes de una luminaria

Tanto el reflector como el refractor absorben parte de la energía lumínica, de acuerdo a sus respectivos índices de resistividad (o conductividad) eléctrica de los materiales.

Teóricamente, cuando la resistividad del material del cual están hechos los reflectores es muy baja (conductividad infinita  $s = \infty$ ), absorben muy poca energía y, por lo tanto, la onda reflejada tiene prácticamente la misma potencia que la incidente, con un rendimiento que bordea la unidad. Por esta razón los espejos se construyen preferentemente de metales de alta conductividad eléctrica como aluminio, plata o mercurio. Según su nivel de pureza, el rendimiento a la reflexión  $\rho_{rfl}$  está comprendido entre 0,80 y 0,99.

Igualmente, cuando la conductividad del material del cual están contruidos los refractores (lentes) es casi nula ( $s \approx 0$ , resistividad muy alta), prácticamente no absorben energía y, por lo tanto, la onda refractada contiene casi la misma potencia que la incidente, no habiendo reflejos y su rendimiento a la refracción es muy similar a la unidad. Por esta razón, los refractores, lentes y fibras ópticas se construyen preferentemente de cristales o materiales plásticos (orgánicos) de muy alta resistividad eléctrica, lo más transparente posible.

En estos materiales, la luz debe propagarse por su interior, por lo tanto, las pérdidas son directamente proporcionales a la distancia que debe recorrer, razón por la cual el rendimiento  $\rho_{rfr}$  resulta inversamente proporcional al espesor del lente, de allí la necesidad de que los lentes sean lo más delgados posible. El rendimiento total de la luminaria  $\rho_{lum}$  es:

$$\rho_{lum} = \rho_{rfl} \cdot \rho_{rfr}$$

Algunas luminarias, sin embargo, solo contienen reflector y, por lo tanto, teóricamente, tienen mejor rendimiento. No obstante, en la práctica, las luminarias sin un refractor exterior o pantalla transparente apropiados, se ensucian fácilmente, con el resultado que su rendimiento lumínico disminuye sensiblemente.

El ideal son las luminarias selladas herméticamente mediante un refractor exterior apropiado (*sealed beam*). En este tipo de luminarias resulta bastante fácil limpiar los vidrios por fuera y, además, dado que es imposible que les entre humedad o polvo, el rendimiento del reflector se mantiene inalterable.

La suciedad depositada en las superficies de los reflectores y refractores, así como el polvo en suspensión en el medio, absorben una parte muy importante de la luz, lo que da



origen al concepto de factor de limpieza de la luminaria  $f_l$  y factor de transparencia del aire  $f_a$ , factores que varían desde cero hasta la unidad. El producto de ambos, el factor de limpieza y transparencia  $f_r$ , es, por lo tanto:

$$f_r = f_l \cdot f_a \quad ; \quad 0 < f_a < 1 \quad ; \quad 0 < f_l < 1$$

## 8.4 Magnitudes lumínicas y sus unidades SI

### 8.4.1 Rendimiento en color de fuentes luminosas<sup>38</sup>

El índice de reproducción del color es un parámetro empírico-subjetivo que permite evaluar el grado de discriminación de los colores que es posible ver cuando una superficie está iluminada por una luz cuya composición de color es incompleta. También se puede definir a partir de algoritmos numéricos que evalúan, por una parte, la composición e intensidad de los colores de la luz incidente y, por la otra, la sensibilidad del ojo humano a los colores:

Así, por ejemplo, si la luz es monocromática, solo será posible distinguir los colores que sean iguales al de la luz incidente. En este caso, el índice de discriminación de los colores es nulo (0 %). En cambio, si la luz incidente es blanca, es posible discriminar todos los colores del arco iris, igual como ocurre con la luz solar. En este caso el índice es total (100 %). Cuando las fuentes luminosas contienen varios colores, entonces es posible distinguir esos colores y otros de frecuencia intermedia, gracias a la capacidad del ojo de compensar o fundir colores. En estos casos el índice de discriminación de los colores puede tener un valor comprendido entre 0 % y 100 %. Si dos fuentes luminosas diferentes presentan el mismo índice de discriminación, esto no significa que sea posible ver los mismos colores. Podría ser que una permita discriminar con facilidad los colores en el entorno de los cálidos (rojo- naranja) y la otra en el entorno de los colores fríos (azul-violeta).

---

<sup>38</sup> Revisión y cálculo del rendimiento en color de fuentes luminosas por Francisco M. Martínez-Verdú y Jaime Pujol.

### 8.4.2 Potencia lumínica o flujo luminoso y rendimiento luminoso

La potencia por unidad de superficie asociada a la propagación de una onda electromagnética está dada por el producto vectorial de los vectores intensidad de campo eléctrico  $\vec{E}$   $\left[\frac{V}{m}\right]$  e intensidad del campo magnético  $\vec{H}$   $\left[\frac{A}{m}\right]$ :

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H} \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

El vector resultante  $\vec{P}$ , conocido como vector Poynting, apunta en la dirección en que se propaga el frente de ondas, es decir, normal al plano formado por los vectores  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$ .

El ojo humano solo es capaz de ver las ondas electromagnéticas cuyas longitudes de onda están comprendidas dentro del espectro visible, entre  $0,38 [\mu m]$  y  $0,72 [\mu m]$ . La sensibilidad a cada una de las frecuencias está, a su vez, matizada por la curva de sensibilidad descrita en Ilustración 8-2, cuyo valor máximo corresponde al color amarillo-verdoso, en el entorno de  $0,555 [\mu m]$ . En base a estos conceptos, la potencia lumínica o flujo luminoso  $F$  debe entenderse como la potencia lumínica asociada a la parte de la potencia total de las ondas electromagnéticas que el ojo humano es capaz de ver, según su sensibilidad al color.

En estricto rigor la potencia lumínica debería medirse en vatios  $[W]$ . No obstante, debido a que la intensidad de la luz que vemos corresponde a una evaluación personal de tipo psicotécnica, imposible de medir con instrumentos, la Comisión Internacional de Pesos y Medidas ha preferido asignarle a esta magnitud, el flujo luminoso, una unidad de medida particular: el lumen  $[lm]$ .<sup>39</sup>

---

<sup>39</sup> Antiguamente en castellano se decía bujía, unidad equivalente a la candela. Se aplicaba a la intensidad luminosa de las bombillas incandescentes esféricas que se comercializaban en el mercado (en vez de la potencia eléctrica que consumían en vatios).

En estricto rigor, todos los emisores, lámparas y bombillas, deberían definirse comercialmente por el flujo luminoso que son capaces de suministrar en lúmenes  $[lm]$  y no por su consumo en vatios  $[W]$  o por su intensidad luminosa, es decir, por lo que son capaces de hacer y no por lo que consumen. El consumo eléctrico es solo es

Este concepto da origen al concepto de rendimiento luminoso, definido como el cociente entre la potencia lumínica o flujo luminoso, medido en lúmenes [ $lm$ ], dividido por la potencia total radiada por el emisor, medida en vatios [ $W$ ]:

$$\rho_l = \frac{F[lm]}{P[W]}$$

El mayor o menor rendimiento lumínico de los distintos tipos de emisores tiene su origen en la mayor o menor proporción de la radiación emitida por las lámparas que está dentro del espectro visible, según la sensibilidad al color del ojo humano.

En el caso de las lámparas incandescentes, por ejemplo, una parte importante de la radiación se encuentra en el ámbito de las radiaciones infrarrojas y, por lo tanto, solo una fracción de la potencia total radiada se encuentra dentro del espectro visible, en el entorno del color rojo y el naranja, aun cuando, en menor proporción, también contiene radiaciones en el ámbito del color azul y el violeta. El resto de la potencia se pierde en forma de calor. Su índice de reproducción del color  $R_a$  está comprendido entre 80 y 100.

Esto mismo ocurre con las lámparas fluorescentes. En este tipo de lámparas una parte importante de las radiaciones se encuentra en el ámbito de las radiaciones ultravioletas. No obstante, a diferencia de las incandescentes, una mayor proporción de las radiaciones están dentro del espectro visible, alrededor del violeta y el azul. Su índice de discriminación del color  $R_a$  esta comprendido entre 80 y 90.

La lámpara de sodio de alta presión (SAP) solo produce luz amarillo dorada, cuya longitud de onda es 0,589 [ $\mu m$ ]. Una gran parte de la potencia radiada por este tipo de emisor es vista como luz, de allí que su rendimiento lumínico sea de los más altos. En efecto, si se aplica la fórmula empírica desarrollada para la sensibilidad cromática, la sensibilidad relativa del ojo humano a esta longitud de onda es de, aproximadamente 0,85.

---

una característica técnica, que varía de un tipo de emisor a otro, que no permite definir sus características luminosas.

El elevado rendimiento lumínico de este tipo de emisores tiene el gran inconveniente de que todo se ve dorado o negro, es decir, no es posible discriminar los demás colores. Su índice de reproducción del color es, por lo tanto, nulo. ( $R_a = 0$ ), no obstante, resultan económicamente muy eficientes, especialmente para la iluminación de carreteras y pistas de circulación públicas, en las cuales solo interesa ver la silueta de los vehículos y obstáculos del camino.

Actualmente existen emisores de sodio de baja presión (SBP) los que, además de las emisiones de color dorado, emiten otros colores más cercanos al centro del espectro visible, lo que mejora sensiblemente la discriminación cromática. Este tipo de emisores combinan economía con cierto nivel de discriminación cromática. Su rendimiento lumínico está comprendido entre  $90 \left[ \frac{lm}{w} \right]$  y  $130 \left[ \frac{lm}{w} \right]$  y su índice de reproducción del color está comprendido entre 30 [%] y 50 [%], predominantemente amarilla.

Las lámparas de haluros metálicos mezclan diversos metales, como por ejemplo el sodio, el talio y el indio, entre otros, que permiten generar diferentes colores: amarillo el sodio, verde el talio, rojo y azul el indio. Estas mezclas de colores mejoran sensiblemente la respuesta cromática, tratando de imitar la luz solar, lo que ha permitido utilizarlas con gran éxito en televisión, en estudios fotográficos y en locales comerciales. Se conocen como emisores de luz día. Su índice de discriminación del color está comprendido entre 90 [%] y 100 [%].

En la Tabla 8-2 se muestra el rendimiento lumínico de diversos tipos de emisores de luz. El valor numérico de este factor o rendimiento lumínico  $\rho_l$  incluye el respectivo coeficiente de proporcionalidad dimensional.

Tabla 8-2: rendimiento lumínico de diversos tipos de emisores de luz

Tipo de emisor	Rendimiento $\rho_l \left[ \frac{lm}{w} \right]$
Lámpara incandescente	10 - 12
Lámpara halógena	112 - 22
Lámpara fluorescente	40 - 80
Lámpara de vapor de mercurio	40 - 60

Diodo led blanco	55 - 65
Lámpara de haluros metálicos	90 – 96
Lámpara de sodio alta presión (SAP)	90 – 130
Lámpara de sodio baja presión (SBP)	130 - 180

### 8.4.3 Luminancia

El concepto de luminancia  $L$  se refiere al flujo luminoso  $F$  por unidad de superficie  $S$  que incide en la retina del ojo humano. Se define, simplemente, como el cociente entre el flujo luminoso que llega a la retina del observador dividido por su superficie. La unidad de medida de esta magnitud es el lux [ $lx$ ]. Se trata, por lo tanto, de un concepto similar o equivalente al vector Poynting, pero referido solo a la parte de la potencia total de la radiación o luz que ve el ojo humano.

Dado que el globo ocular se puede orientar voluntariamente en la dirección de la luz que se desea mirar y que el fondo del ojo, la retina, es prácticamente esférico, los rayos de luz siempre inciden en forma perpendicular en su superficie  $S_r$ . Por lo tanto, la luminancia  $L$  corresponde a la siguiente relación entre el flujo luminoso  $F$  y la superficie  $S_r$  de la retina sensible a la luz:

$$L = \frac{F [lm]}{S_r [m^2]}$$

Dimensionalmente, un lux corresponde a un lumen por metro cuadrado:

$$1 [lx] = 1 \left[ \frac{lm}{m^2} \right]$$

Considerando que la sensibilidad de la retina no es uniforme en toda su superficie, disminuyendo hacia la periferia del campo visual, es preferible plantear esta definición en términos incrementales o puntuales:

$$L = \frac{\partial F [lm]}{\partial S_r [m^2]}$$

La medición del flujo luminoso en lúmenes [ $lm$ ], así como la medición de la luminancia en lux [ $lx$ ] es virtual debido, justamente, a que la evaluación pasa por una

instancia psicológica, en función de lo que el observador ve o no ve. En efecto, el investigador envía haces de luz de diferentes intensidades y colores al ojo del observador, el cual debe responder de viva voz qué o cuánto es lo que ve, con palabras tales como intenso, débil, fuerte, suave, más suave, muy intenso y/o verde, marrón, rojo, lila, etc. El investigador registra la intensidad del respectivo color informado, lo que le permite construir curvas estadísticas, a las cuales les asigna números subjetivos como:

- 0,2 : Muy débil
- 0,4 : Débil
- 0,6 : Mediano
- 0,8 : Intenso
- 1,0 : Muy intenso

Se trata, por lo tanto, de una evaluación psicotécnica que no utiliza instrumentos digitales o análogos. Luego, mediante técnicas de cálculo estadístico, el investigador construye las gráficas de sensibilidad normal que conocemos.

#### 8.4.4 Iluminancia, claridad o nivel de iluminación

El concepto de claridad o iluminancia  $E$  se refiere al flujo luminoso  $F$  por unidad de superficie  $S$  que baña una superficie cualquiera. Corresponde a la densidad superficial de potencia lumínica por metro cuadrado, asociada al frente de ondas que incide sobre la superficie. Se define mediante los mismos conceptos con que se define la luminancia y, por lo tanto, su unidad de medida también es el lux [ $lx$ ]:

$$E[lx] = \frac{F}{S} \quad ; \quad E[lx] = \frac{\partial F[lm]}{\partial S[m^2]}$$

En nuestro idioma el concepto de claridad se aplica preferentemente a superficies iluminadas por luz natural, mientras que el concepto de iluminación, en cambio, se aplica preferentemente a objetos o superficies bañados por luz artificial. En francés se utiliza la palabra *éclairage* (claridad). Sin embargo, en estricto rigor, ambas palabras se refieren a la misma magnitud física, siendo equivalentes.

Las normas de seguridad industrial se refieren específicamente al nivel de iluminación, iluminancia o claridad que deben tener las diferentes superficies de trabajo, así como los pasillos de circulación, carreteras, salas de clase y, en general, todos los espacios públicos.

La Norma Chilena Eléctrica 4/2003 Instalaciones de consumo en baja tensión fija los niveles mínimos que deben cumplir las instalaciones de uso domiciliario, comercial e industrial. Estos niveles deben medirse a la altura normal de trabajo, según las características de cada lugar.

Para medir esta magnitud se utiliza un instrumento llamado fotómetro, que también se le conoce como luxómetro. Este instrumento recibe la luz incidente sobre la superficie de su pantalla, la transforma en electricidad mediante una celda fotoeléctrica, la que finalmente mueve un voltímetro graduado en luxes. La sensibilidad del instrumento está ajustada de manera similar a la sensibilidad cromática del ojo humano medio normal, lográndose, de esta manera, que el instrumento emule la sensación de luz que ve el ojo humano.

En el ámbito de la actividad industrial y comercial, este instrumento se utiliza para evaluar los niveles reales de iluminación que existen sobre las superficies y áreas de trabajo o de circulación del público, particularmente en todos aquellos lugares en donde es necesario certificar la seguridad y cumplimiento de las normas de sanidad ambiental. También es muy utilizado por fotógrafos y camarógrafos.

Dado que la iluminancia se refiere a la luz que incide sobre las superficies iluminadas, lo correcto es colocar la pantalla del instrumento paralela a la superficie que se desea evaluar. Según el ángulo en que se coloque la pantalla receptora con respecto a la dirección de la luz incidente, el instrumento medirá en función del coseno del ángulo de proyección:

$$E_{\alpha} = E_N \cos(\alpha)$$

En la Tabla 8-3 se muestran algunos valores recomendados para diversos tipos de recintos públicos y privados.

Tabla 8-3: iluminancia de referencia

Tipo de recinto	Iluminancia [Lx]
-----------------	------------------

Camino y vías públicas secundarias	5
Carreteras y vías principales	10
Pacios galerías y lugares de paso	20
Manipulación de mercancías	50
Salas de máquinas, depósitos y almacenes	100
Actividades de manufactura de baja precisión	200
Oficinas y bancos de trabajo	300
Salas de clase	400
Ebanistería y mecánica de precisión	500 – 1.000
Joyerías, imprentas, salas de dibujo	1.000
Exposición de algunas zonas en vitrinas	1.500
Estadios para transmisiones de TV	1.200 – 1.500
Zonas para filmaciones especiales de televisión	2.000

#### 8.4.5 Intensidad luminosa

La intensidad luminosa  $I$  se refiere al flujo luminoso por unidad de ángulo sólido que radia un emisor luminoso puntual. Se define como el cociente entre el flujo luminoso  $F$  [ $lm$ ] emitido, dividido por el ángulo sólido  $\Omega$  [ $sr$ ] a través del cual se propaga el flujo luminoso. Su unidad de medida en el sistema SI es la candela [ $cd$ ]:

$$I = \frac{F [lm]}{\Omega [sr]} \quad ; \quad I = \frac{\partial F [lm]}{\partial \Omega [sr]}$$

$$1 [cd] = 1 \left[ \frac{lm}{sr} \right]$$

Lo interesante de este concepto es que su valor es independiente de la distancia considerada para su evaluación  $I[cd] = f(\alpha)$ . Esta magnitud se utiliza para calificar las características de emisión lumínica de los diversos tipos de luminarias y focos de luz, incluso estrellas, independientemente del tamaño de las superficies iluminadas. Con este objeto, se utilizan diagramas polares que describen la intensidad luminosa en función del ángulo de radiación, en la forma en que se muestra a continuación.



Apliquemos estos conceptos al caso de una lámpara (bombilla o ampolleta) incandescente de 60 [W] y supongamos que la luz que emite se propaga en todas direcciones con igual intensidad, como si se tratara de una esfera. Considerando un rendimiento lumínico de  $12 \frac{lm}{W}$ , la bombilla de 60 [W] emite 720 [lm]. Al aplicar la definición de intensidad se obtiene:

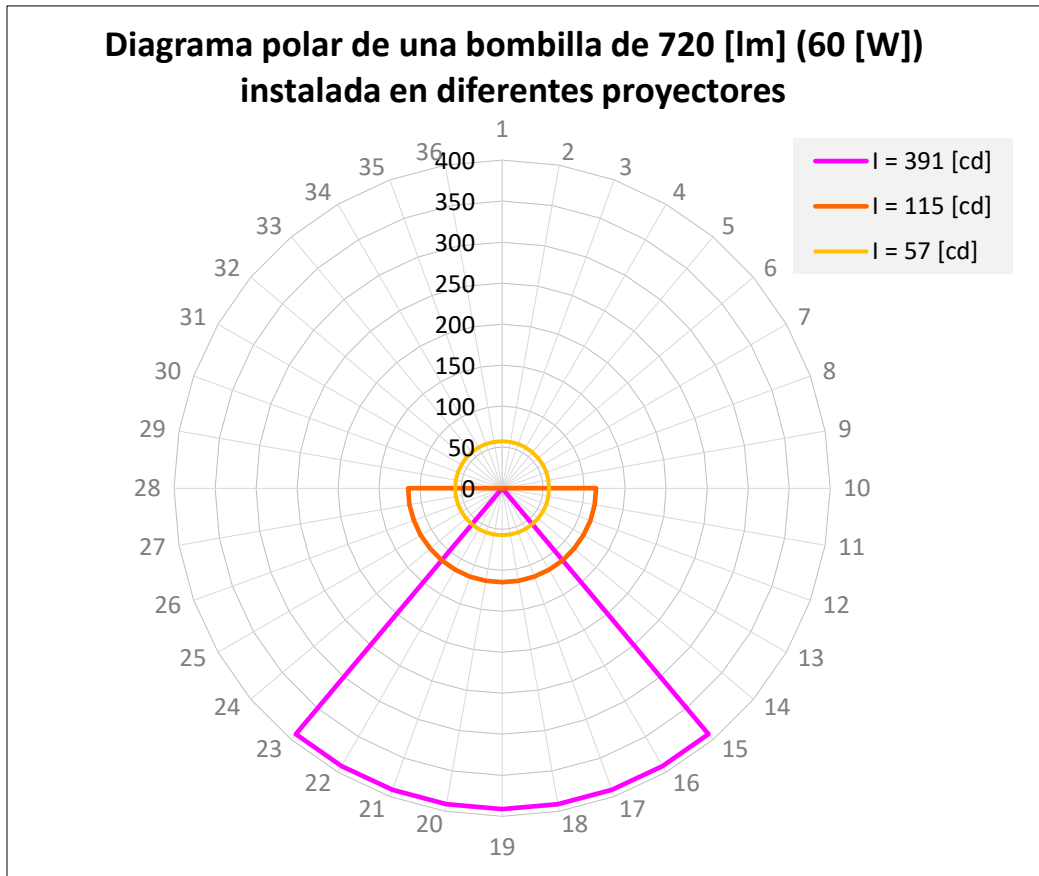
$$I = \frac{720 [lm]}{4\pi [sr]} = 58 [cd]$$

Como se muestra en la Ilustración 8-9, si el ángulo al centro es de 45 [°sex]. la intensidad luminosa dentro del ángulo sólido es:

$$\alpha = 45 [°sex] \quad ; \quad I = 391 [cd]$$

Si la misma bombilla se monta en una luminaria con un reflector y un refractor capaces de canalizar el flujo luminoso dentro de un determinado ángulo sólido de proyección  $\Omega$ , la intensidad resulta proporcionalmente mayor. En efecto, el ángulo sólido  $\Omega$  está dado por la siguiente relación trigonométrica, en función del ángulo plano al centro  $\alpha$ :

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos(\alpha))$$



Si en vez de la difusión esférica descrita, la bombilla se instala en un reflector plano con un globo difusor semiesférico, entonces la intensidad de la difusión es, para  $\alpha = 90$  [°sex]:

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos(90^\circ)) = 1,57 \text{ [sr]}$$

En este caso la intensidad luminosa es:

$$I = \frac{F}{\Omega} = \frac{720 \text{ [lm]}}{1,57 \text{ [sr]}} = 115 \text{ [cd]}$$

En la Ilustración 8-10 se muestra el efecto que tienen los reflectores de ángulos pequeños, destinados a proyectar luz a grandes distancias. En el ejemplo se ha considerado un reflector 7,5 [°sex] al centro, en el cual se ha montado una lámpara de haluros metálicos de solo 50 [W] de potencia, cuyo rendimiento lumínico es de 60  $\left[\frac{\text{lm}}{\text{W}}\right]$ . El flujo luminoso que es capaz de entregar esta lámpara es de 3.000 [lm]. La intensidad lumínica resultante dentro

del ángulo considerado alcanza a 55.810 [cd], cifra desde luego muchísimo más alta que las consideradas en el ejemplo anterior.

En efecto:

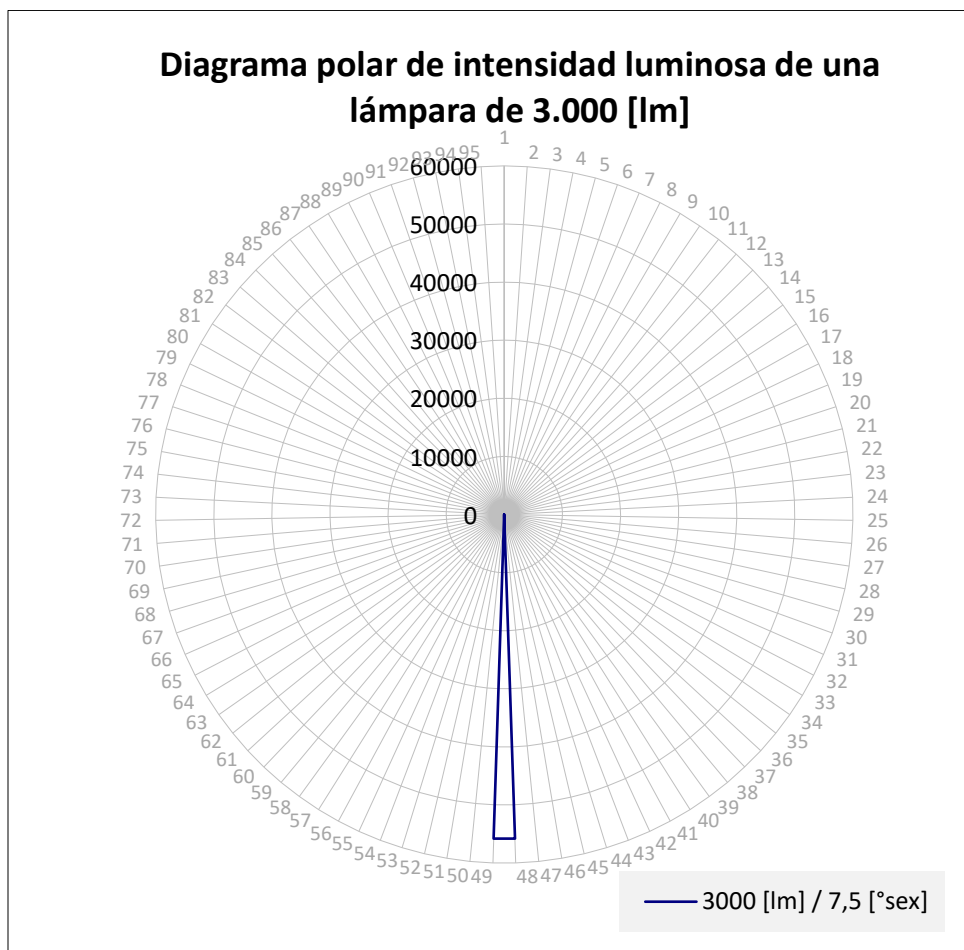
$$F = P \cdot \rho_l = 50 [W] \cdot 60 \left[ \frac{lm}{W} \right] = 3.000 [lm]$$

Para  $\alpha = 7,5 [^\circ sex]$

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos(7,5^\circ)) = 0,0538 [sr]$$

Por lo tanto, la intensidad luminosa es:

$$I = \frac{3.000 [lm]}{0,0538 [sr]} = 55.810 [cd]$$



*Ilustración 8-10: intensidad luminosa de lámpara de 3000 [lm]*

En la hoja "bombilla 720lm" y en la hoja "lámpara 3000lm" del archivo asociado al Capítulo 8 en la página web del libro, el lector puede replicar estos ejemplos, mientras que en la hoja "leds" se puede encontrar un ejemplo aplicado.

En la hoja "l(a)" del archivo asociado al Capítulo 8 en la página web del libro, el lector puede observar cómo varía la intensidad lumínica de una luminaria corregida por un cristal refractor para distintos ángulos.

#### 8.4.6 Definición de la candela en el sistema SI

La Conferencia Internacional de Pesos y Medidas definió la candela como la intensidad luminosa de un emisor monocromático de 540 [THz] que radía  $\frac{1}{683} \left[ \frac{W}{sr} \right]$ .

Esta frecuencia corresponde al color amarillo-verdoso, es decir, la frecuencia a la cual el ojo humano normal tiene la más alta sensibilidad relativa, correspondiente a 555 [nm]. Según esta definición, el flujo luminoso al interior del ángulo sólido de 1 [sr], es:

$$F = I \cdot \Omega = 1 [cd] \cdot 1 [sr] = 1 [lm]$$

De tal manera que, considerando que la sensibilidad relativa a esa frecuencia es igual a la unidad (para  $\lambda_0 = 555 [nm]$ ,  $s = 1,0$ ) y la potencia del emisor, asociada a este flujo, es de  $\frac{1}{683} [W]$ . El rendimiento lumínico máximo teórico del emisor monocromático de esta frecuencia es:

$$\rho_{l\text{máx}} = \frac{F}{P} = \frac{1 [lm]}{\frac{1}{683} [W]} = 683 \left[ \frac{lm}{W} \right]$$

A partir de esta definición es posible calcular el coeficiente de conversión dimensional entre la unidad internacional de potencia, el vatio [W], y la unidad internacional de potencia luminosa o flujo luminoso, el lumen [lm]<sup>40</sup>:

$$1 [lm] = \frac{1}{683} [W] \quad ; \quad 1 [W] = 683 [lm]$$

---

<sup>40</sup> A sensibilidad ocular y rendimiento máximos.

## 8.4.7 Relación entre luminancia y/o iluminancia e intensidad luminosa

Los conceptos de luminancia y/o iluminancia se refieren al flujo luminoso por unidad de superficie que incide sobre las superficies, independientemente de cómo o de dónde llega la luz. El concepto de intensidad luminosa, en cambio, se refiere al flujo luminoso que emite un emisor de luz, por unidad de ángulo sólido. La relación entre ambos parámetros se puede deducir de sus respectivas definiciones:

$$L[lx] = \frac{\partial F}{\partial S} \left[ \frac{lm}{m^2} \right] ; \quad E[lx] = \frac{\partial F}{\partial S} \left[ \frac{lm}{m^2} \right] ; \quad I[cd] = \frac{\partial F}{\partial \Omega} \left[ \frac{lm}{sr} \right]$$

Igualando el flujo de ambas expresiones, tenemos:

$$\text{Para la luminancia} \quad : \quad \partial F = L \cdot \partial S = I \cdot \partial \Omega$$

$$\text{Para la iluminancia o claridad} \quad : \quad \partial F = E \cdot \partial S = I \cdot \partial \Omega$$

A la distancia  $r$  del foco luminoso, el incremento de superficie  $\partial S$  es, por definición, igual a:

$$\partial S = r^2 \partial \Omega$$

Reemplazando y simplificando se obtiene la relación buscada. Para la luminancia y/o iluminancia:

$$L = \frac{I}{r^2} ; \quad E_N = \frac{I}{r^2}$$

Vemos así que la luminancia que ve el ojo procedente de una fuente de luz puntual o la iluminancia (claridad) que recibe una superficie es proporcional a la intensidad del flujo luminoso e inversa del cuadrado de la distancia al foco. Vemos además que, dimensionalmente, un lux corresponde a una candela por metro cuadrado:

$$1 [lx] = 1 \left[ \frac{cd}{m^2} \right]$$

## 8.5 Rayo inclinado incidente sobre una superficie plana horizontal

En la figura se ha esquematizado la iluminación de un elemento de superficie horizontal plana  $\partial S_H$  mediante un rayo luminoso de intensidad  $I$ , situado a la distancia  $R$ , que incide en un ángulo  $\alpha$  con respecto a la normal.

La iluminancia  $E_H$  sobre el elemento de superficie horizontal es, por definición:

$$E_H = \frac{\partial F}{\partial S_H}$$

La proyección del elemento de superficie normal al rayo  $\partial S_N$  sobre el plano horizontal y la proyección de la distancia  $R$  sobre la vertical están dados por las siguientes expresiones trigonométricas:

$$\partial S_N = \partial S_H \cos(\alpha) \quad ; \quad H = R \cos(\alpha)$$

Además

$$E_N = \frac{I}{R^2} = \frac{1}{R^2} \frac{\partial F}{\partial \Omega} \quad ; \quad \partial S_N = R^2 \partial \Omega$$

Reemplazando se obtiene la siguiente relación entre la iluminancia (o claridad de una superficie) y la intensidad de la luz incidente según un ángulo  $\alpha$ :

$$E_H = \frac{I \cos^3(\alpha)}{H^2}$$

Esta conocida ecuación se utiliza en todos los programas de cálculo lumínico, justamente para evaluar la iluminancia o claridad punto por punto sobre superficies iluminadas por rayos de intensidad  $I$  procedentes uno o varios reflectores inclinados.

Consideremos, por ejemplo, la luminaria de 3.000 [lm] del ejemplo anterior, cuya intensidad luminosa dentro del cono de proyección de 7,5 [°sex] al centro es de 55.810 [cd]. Supongamos que el reflector se encuentra instalado a 6 [m] de altura y distante 12 [m] del punto de iluminación.

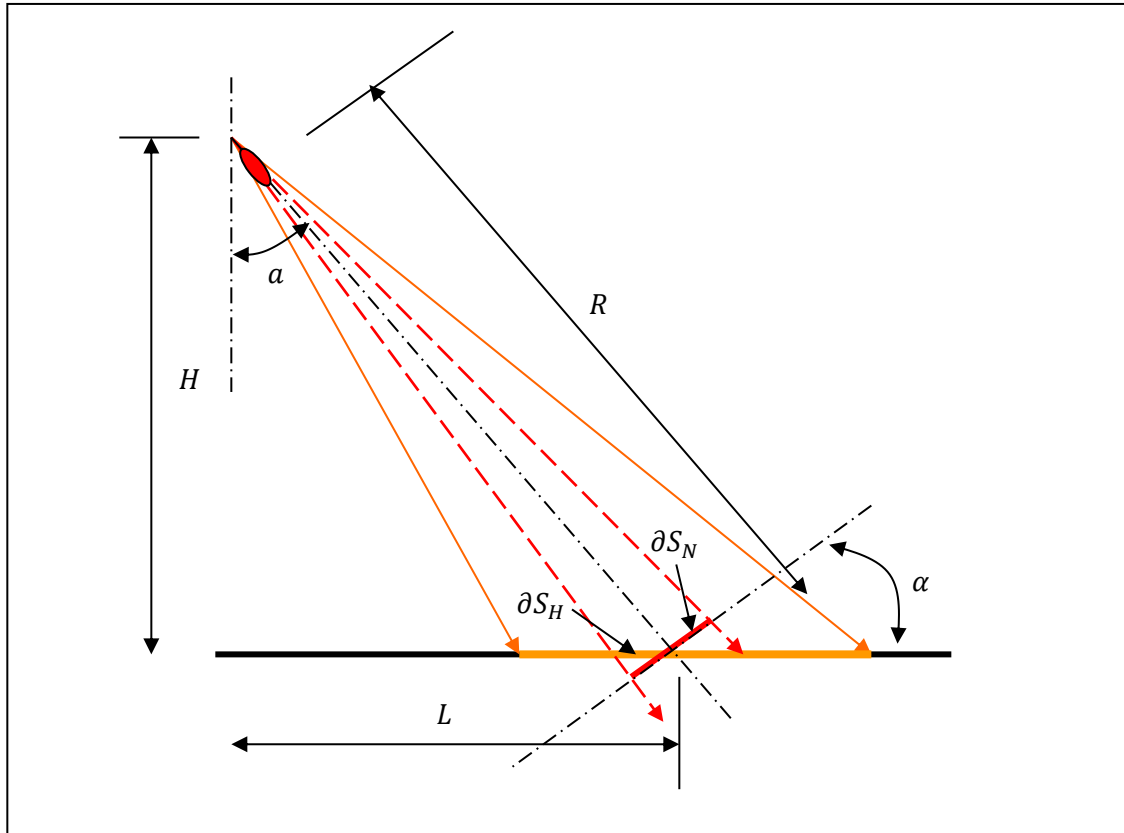


Ilustración 8-11: ejemplo de rayo inclinado incidiendo sobre superficie plana

El coseno del ángulo de incidencia es:

$$\cos(\alpha) = \frac{H}{\sqrt{H^2 + L^2}} = \frac{6}{\sqrt{6^2 + 12^2}} = 0,4472$$

Por lo tanto, la iluminancia en el punto en que el eje del reflector incide sobre la superficie horizontal es:

$$E_H = \frac{I \cos^3(\alpha)}{H^2} = \frac{55.810 \cdot 0,4472^3}{6^2} = 139 \text{ [lx]}$$

El cálculo también se puede hacer considerando la iluminancia media sobre la superficie esférica total iluminada. El ángulo sólido y el cuadrado de la distancia son:

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos(7,5^\circ)) = 0,05838 \text{ [sr]}$$

$$R^2 = H^2 + L^2 = 180 \text{ [m}^2\text{]}$$

La superficie del casco esférico horizontal es:

$$S_H = \frac{R^2 \Omega}{\cos(\alpha)} = \frac{180 [m^2] \cdot 0,0538 [sr]}{0,4472} = 21,65 [m^2]$$

Por lo tanto, la iluminancia media sobre la superficie del casco elíptico horizontal es también:

$$E_{H_{med}} = \frac{F}{S_H} = \frac{3.000 [lm]}{21,65 [m^2]} = 139 [lx]$$

Como vemos, en este ejemplo la iluminancia media sobre la superficie del casco elíptico horizontal coincide exactamente con la iluminancia en el punto en que el eje del reflector incide sobre la superficie.

También es posible evaluar la iluminancia punto por punto sobre la elipse de proyección horizontal. En este ejemplo, el ángulo de incidencia se aleja o acerca del eje del cono de proyección en  $\pm 7,5 [^\circ \text{sex}]$ . La iluminancia máxima resulta de 272 [lx] y la mínima de 54 [lx]:

Ángulo del eje del proyector :  $\alpha = 63,43 [^\circ \text{sex}]$

Ángulo máximo :  $\alpha_{m\acute{a}x} = 70,93 [^\circ \text{sex}]$

Ángulo mínimo :  $\alpha_{m\acute{i}n} = 55,93 [^\circ \text{sex}]$

Por lo tanto, las iluminancias mínimas y máximas son:

$$E_{H_{m\acute{i}n}} = \frac{I \cos^3(\alpha_{m\acute{a}x})}{H^2} = 54 [lx]$$

$$E_{H_{m\acute{a}x}} = \frac{I \cos^3(\alpha_{m\acute{i}n})}{H^2} = 272 [lx]$$

Si quisiéramos evaluar la iluminancia media sobre la superficie plana horizontal, es necesario evaluar la superficie elíptica plana que sustenta esta cuerda en el ángulo de proyección de  $\pm 7,5 [^\circ \text{sex}]$ .

En la hoja "Rayo inclinado" del archivo asociado al Capítulo 8 en la página web del libro, el lector puede replicar este ejemplo con otros valores, mientras que en la hoja "Iluminancia sol" se puede encontrar un ejemplo aplicado.



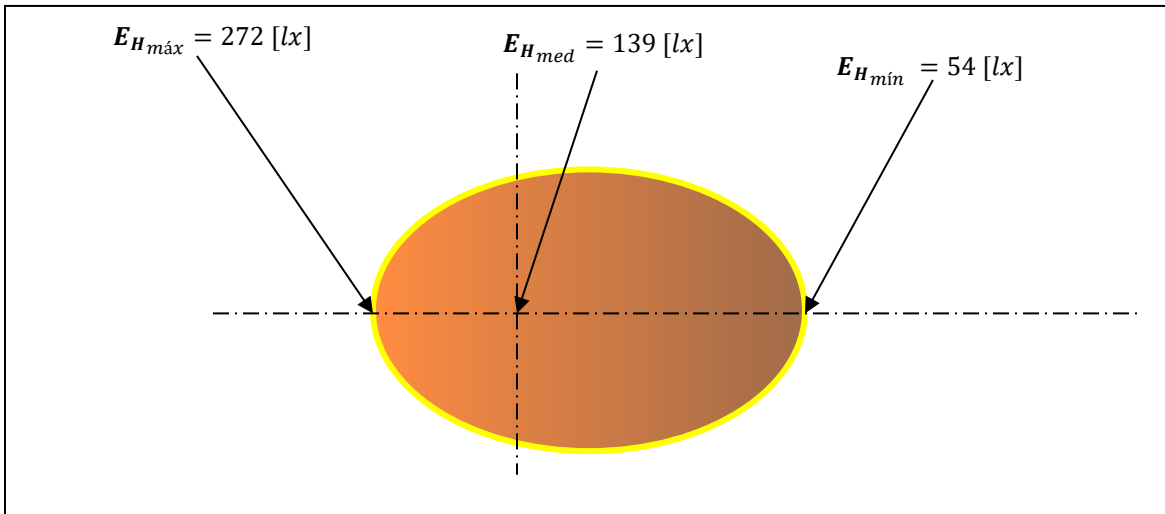


Ilustración 8-12: iluminancia sobre proyección horizontal

## 8.6 Aplicación de los coeficientes de rendimiento lumínico y pérdidas

Hasta aquí los ejemplos desarrollados no han considerado las pérdidas de luz a su paso por los diferentes medios transparentes y reflectantes, desde el emisor hasta las superficies iluminadas:

- $\rho_{rfl}$  [0/1] : rendimiento de las superficies reflectantes;
- $\rho_{rfr}$  [0/1] : : rendimiento de los cuerpos transparentes o refractante;
- $f_l$  [0/1] : factor de limpieza de las superficies de las luminarias y
- $f_a$  [0/1] : factor de limpieza o transparencia del aire.

Sea  $F_r$  el flujo radiado o emitido por la lámpara de potencia eléctrica  $P$ :

$$F_r[lm] = P [W] \cdot \rho_l \left[ \frac{lm}{W} \right]$$

El flujo útil  $F_u$  que llega hasta las superficies iluminadas es, por lo tanto:

$$F_u = F_r \cdot \rho_{lum} \cdot f_l \cdot f_a$$

donde  $\rho_{lum}$  es el rendimiento lumínico total de la luminaria (refractor y reflector):

$$\rho_{lum} = \rho_{rfl} \cdot \rho_{rfr}$$

## 8.7 Ejemplos

### 8.7.1 Iluminación de una cancha de fútbol

#### 8.7.1.1 Enunciado

Se desea iluminar la cancha de un estadio con un nivel de iluminación compatible con los estándares de televisión, mediante un sistema de iluminación basado en cuatro torres ubicadas en las esquinas exteriores (que generan 4 sombras), con grupos de proyectores de alta potencia, de las siguientes características generales:

#### Cancha a iluminar

Largo	:	$l = 120 [m]$
Ancho	:	$a = 80 [m]$
Nivel medio de iluminancia	:	$E = 1.500 [lx]$

#### Coefficientes técnicos:

Rendimiento luminoso lámpara de haluros metálicos	:	$\rho_l = 70 \left[ \frac{lm}{W} \right]$
Flujo luminoso de cada lámpara de haluros metálicos	:	$F_l = 91 \left[ \frac{klm}{unidad} \right]$
Eficiencia del reflector	:	$\rho_{rfl} = 98 [\%]$
Factores de limpieza del reflector	:	$\rho_{rfr} = 97 [\%]$
Eficiencia del refractor	:	$f_l = 85 [\%]$
Transparencia del aire	:	$f_a = 98 [\%]$
Eficiencia sistema MT/BT, cableados, electrónica luminaria	:	$\rho_e = 86,6 [\%]$

Se desea determinar el número de luminarias y la potencia eléctrica por torre.

#### 8.7.1.2 Desarrollo

La superficie a iluminar y su flujo luminoso son:

$$S = l \cdot a = 120 [m] \cdot 80 [m] = 9.600 [m^2]$$

$$F = E \cdot S = 1.500 [lx] \cdot 9.600 [m^2] = 14.400 [klm]$$

El flujo radiado necesario es:

$$F_r = \frac{F_u}{\rho_{rfl} \cdot \rho_{rfr} \cdot f_l \cdot f_a} = \frac{14.400 [klm]}{0,98 \cdot 0,97 \cdot 0,85 \cdot 0,98} = 18.185,27 [klm]$$

La potencia eléctrica total de las lámparas es:

$$P_l = \frac{F_r}{\rho_l} = \frac{18.185,27 [klm]}{70 \left[ \frac{lm}{W} \right]} = 259,79 [kW]$$

La potencia eléctrica total necesaria es:

$$P_E = \frac{P_L}{\rho_E} = \frac{259,79 [kW]}{0,866} = 300 [kW]$$

Número total de luminarias necesarias del tipo haluros metálicos de alta potencia:

$$N = \frac{F_r}{F_u} = \frac{18.185,27 [klm]}{91 \left[ \frac{klm}{unidad} \right]} \approx 200 [unidades]$$

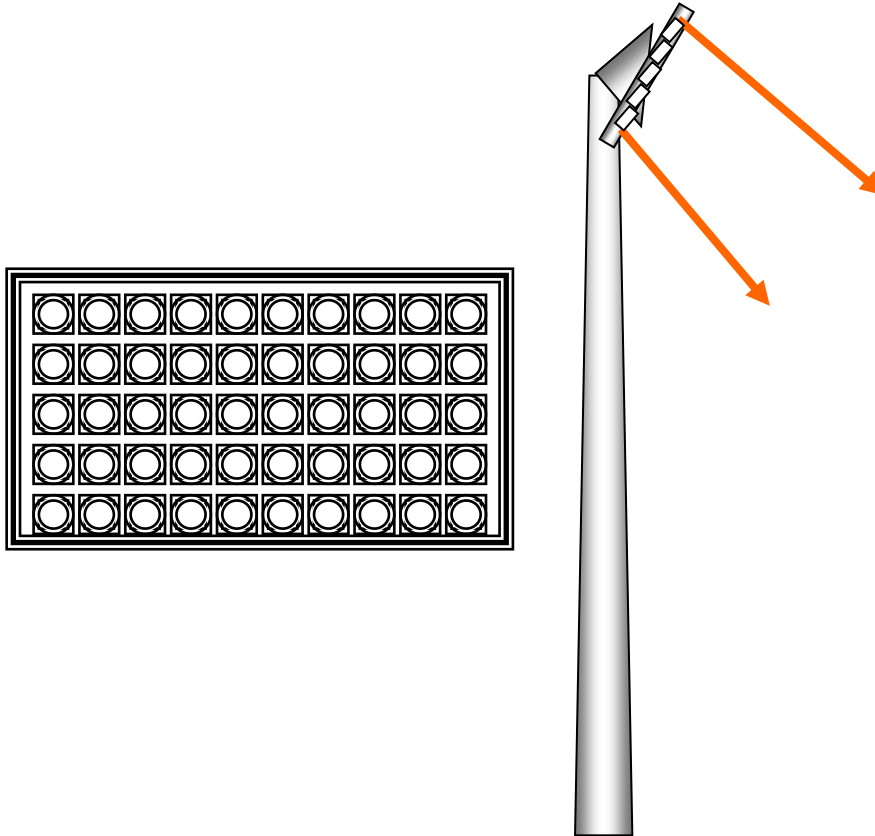
Número de luminarias por torre:

$$n = \frac{200 [unidades]}{4 [torres]} = 50 \left[ \frac{unidades}{torre} \right]$$

Potencia eléctrica por torre:

$$P_{torre} = \frac{300 [kW]}{4 [torres]} = 75 \left[ \frac{kW}{torre} \right]$$

El proyecto considera una estructura inclinada, soportada en lo alto de cada una de las cuatro torres, de aproximadamente 8 [m] x 4 [m], con nichos de 0,5 [m] de diámetro cada uno para contener las 50 luminarias y andadores apropiados para la circulación del personal de montaje y mantenimiento.



*Ilustración 8-13: torre iluminaria necesaria del ejemplo iluminación cancha de fútbol*

## 8.7.2 Iluminación de una bailarina en un escenario

### 8.7.2.1 Enunciado

Se desea iluminar la figura de una bailarina en un escenario con una luz circular-elíptica de haluros metálicos, situada a 9 [m] de altura y distante a 12 [m], que dibuja una elipse en el escenario de 9 [m<sup>2</sup>] con una iluminancia media de 1.500 [lx]. Determinar:

- La potencia del reflector (incluido equipo eléctrico);
- La intensidad del haz de luz emitido y
- El ángulo al centro del reflector.

Coeficientes técnicos:

Rendimiento lumínico	:	$\rho_l = 74,6 \left[ \frac{lm}{W} \right]$
Eficiencia del reflector	:	$\rho_{rfl} = 98 [\%]$
Eficiencia del refractor (sin refractor)	:	$\rho_{rfr} = 100 [\%]$

- Factor de limpieza del reflector :  $f_l = 95$  [%]  
 Transparencia del aire :  $f_a = 97$  [%]  
 Rendimiento del equipo eléctrico :  $\rho_e = 95$  [%]

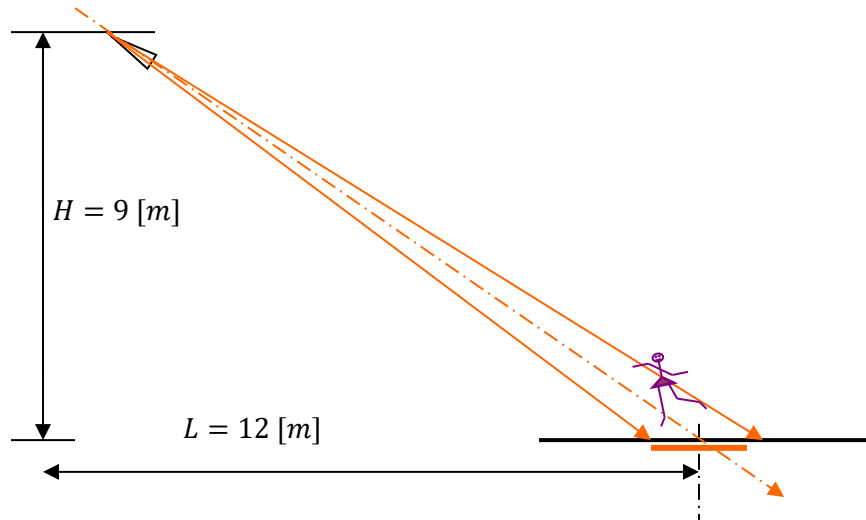


Ilustración 8-14: ejemplo iluminación de una bailarina

### 8.7.2.2 Desarrollo

El flujo útil necesario es:

$$F_u = E \cdot S = 1.500 [lx] \cdot 9 [m^2] = 13.500 [lm]$$

El flujo emitido o radiado es:

$$F_r = \frac{F_u}{\rho_{rfl} \cdot \rho_{rfr} \cdot f_l \cdot f_a} = \frac{13.500 [lm]}{0,98 \cdot 1 \cdot 0,95 \cdot 0,97} = 14.949 [lm]$$

La potencia eléctrica de la luminaria sin el equipamiento eléctrico es:

$$P_l = \frac{F_r}{\rho_l} = \frac{14.949 [lm]}{74,6 \left[ \frac{lm}{W} \right]} \approx 200 [W]$$

La potencia eléctrica del reflector necesario, considerando el equipamiento eléctrico, es:

$$P_{rfl} = \frac{P_l}{\rho_E} = \frac{200 [W]}{0,95} = 210,52 [W]$$

Para determinar la intensidad del haz radiado utilizamos la siguiente expresión:

$$E_{Hl} = \frac{I \cos^3(\alpha)}{H^2}$$

$$I = \frac{E_{Hl} \cdot H^2}{\cos^3(\alpha)}$$

La iluminancia o claridad a la altura de la luminaria es:

$$E_{Hl} = \frac{E_{Hs}}{\rho_{rfl} \cdot \rho_{rfr} \cdot f_l \cdot f_a} = \frac{1.500 [lx]}{0,98 \cdot 1 \cdot 0,95 \cdot 0,97} = 1.661 [lx]$$

El coseno del ángulo formado entre la luminaria y la vertical es:

$$\cos(\alpha) = \frac{H}{\sqrt{L^2 + H^2}} = \frac{9}{\sqrt{12^2 + 9^2}} = 0,6$$

Por lo tanto, la intensidad del haz es:

$$I = \frac{1.661 [lx] \cdot (9 [m])^2}{0,6^3} = 622.875 [cd]$$

El ángulo sólido del haz es:

$$\Omega = \frac{F_r}{I} = \frac{14.949 [lm]}{622.875 [cd]} = 0,024 [sr]$$

Finalmente, el ángulo al centro del reflector es:

$$\alpha = \arccos\left(1 - \frac{\Omega}{2\pi}\right) = \arccos\left(1 - \frac{0,024[sr]}{2\pi}\right) = 5,0 [^\circ sex]$$

### 8.7.3 Iluminación de una superficie por una y varias lámparas

En la hoja "Lámpara" del archivo asociado al Capítulo 8 en la página web del libro, el lector puede observar cómo varía la iluminancia de una luminaria en un área con mesas de trabajo.

En las hojas "lam 1", "lam 2", "lam 3", "lam 4", "lam 5" y "lam 6" del mencionado archivo, se puede observar cómo varía la iluminancia de una lámpara colocada en distintas posiciones. Luego, en la hoja "todas las lámparas", se puede observar la iluminancia de las 6 lámparas en conjunto.

## Capítulo 9

# Introducción al análisis y diseño de sistemas de puesta a tierra

*Para cerrar el libro, se describen diversas configuraciones de puesta a tierra y el cálculo de resistividad de terreno, junto con entregarse cálculos y aplicaciones prácticas, tales como la descripción detallada de una descarga atmosférica*

### 9.1 Introducción

En el ámbito de la ingeniería eléctrica de potencia y de telecomunicaciones distinguimos varios tipos de sistemas de puesta a tierra, cada uno de los cuales está concebido para cumplir funciones eléctricas completamente diferentes entre sí. Entre otras, estas funciones son:

- Proveer superficies equipotenciales con fines de seguridad.
- Absorber y disipar rayos y descargas atmosféricas.
- Descargar Interferencias inducidas en cables de antena.
- Utilizar la tierra como conductor de retorno en transmisión unifilar de potencia.

Los temas vinculados al cálculo y diseño de mallas y electrodos de puesta a tierra se encuentran ampliamente tratados en múltiples publicaciones y documentos técnicos. En este capítulo se expone una visión de conjunto, de carácter general, orientado a facilitar e introducir al proyectista en el tema.<sup>41</sup>

---

<sup>41</sup> Los temas teóricos vinculados con sistemas de puesta a tierra se caracterizan por contener un conjunto de conceptos teóricos y esquemas empíricos de diseño de interpretación analítica relativamente compleja. Esta dificultad frecuentemente conduce a proyectos y obras sobredimensionados, a veces completamente inútiles, que encarecen artificialmente las obras. Al respecto creemos que el mejor proyecto de ingeniería tanto en cuanto a calidad, seguridad y costo es, justamente, aquel que no le falta ni le sobra nada.

Igualmente, los temas de seguridad eléctrica también se encuentran ampliamente desarrollados y publicados bajo la forma de normas, leyes y reglamentos. Sin embargo, en este tipo de documentos, en general, no se abordan los aspectos teóricos o experimentales respecto de cómo, o de qué manera, las descargas eléctricas afectan a las personas. Por esta razón en la sección 9.6 Aplicaciones prácticas hemos agregado algunos datos y estudios relativos al tema, el cual está estrechamente ligado al diseño de mallas y electrodos de puesta a tierra.

## 9.2 Electrodo de puesta a tierra ideales y cálculo de sus resistencias

Entendemos por electrodo de conexión a tierra a un conjunto de conductores de muy baja resistencia propia (cobre, hierro u otros metales y materiales de baja resistividad), interconectados entre sí, soterrados y en contacto eléctrico directo con el suelo natural, con el objeto de utilizar la tierra como elemento físico conductor de corrientes eléctricas entre puntos distantes y/o como elemento disipador de energía.

El concepto de ideal se refiere a electrodos hechos de metales conductores de resistencia propia nula (o despreciable), cuya geometría corresponde a cuerpos de simetría axial regular: esferas, conos, cilindros, varillas, láminas, etc., interconectados entre sí, formando conjuntos (mallas) de geometría regular.

Cuando a este tipo de configuraciones se le aplica una tensión eléctrica, el campo eléctrico resultante, así como la geometría de las superficies equipotenciales generadas a su alrededor, también tiene geometría regular, lo que facilita su análisis mediante ecuaciones y fórmulas de fácil deducción.

### 9.2.1 Resistencia y conductancia eléctrica de un cuerpo conductor irregular

La resistencia eléctrica  $R$  es, por definición, la diferencia de tensión por unidad de corriente que es necesario aplicar entre dos superficies equipotenciales de un cuerpo para que entre ellas circule una corriente eléctrica. Análogamente, la conductancia eléctrica  $G$  es la corriente por unidad de tensión que circula entre dos superficies equipotenciales, cuando



entre ellas se aplica una diferencia de tensión. Corresponde al valor recíproco de la resistencia eléctrica.

Según la Ley de Ohm la resistencia eléctrica y/o la conductancia quedan definidas por:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1}{G} ; G = \frac{I}{U}$$

En estas expresiones:

- $U$  : caída o diferencia de tensión entre dos superficies equipotenciales de un cuerpo, medida en voltios [V];
- $I$  : corriente que circula entre ambas superficies equipotenciales, medida en amperios [A];
- $R$  : resistencia eléctrica entre ambas superficies equipotenciales, medida en ohmios [ $\Omega$ ] y
- $G$  : conductancia eléctrica medida en siemens [S].

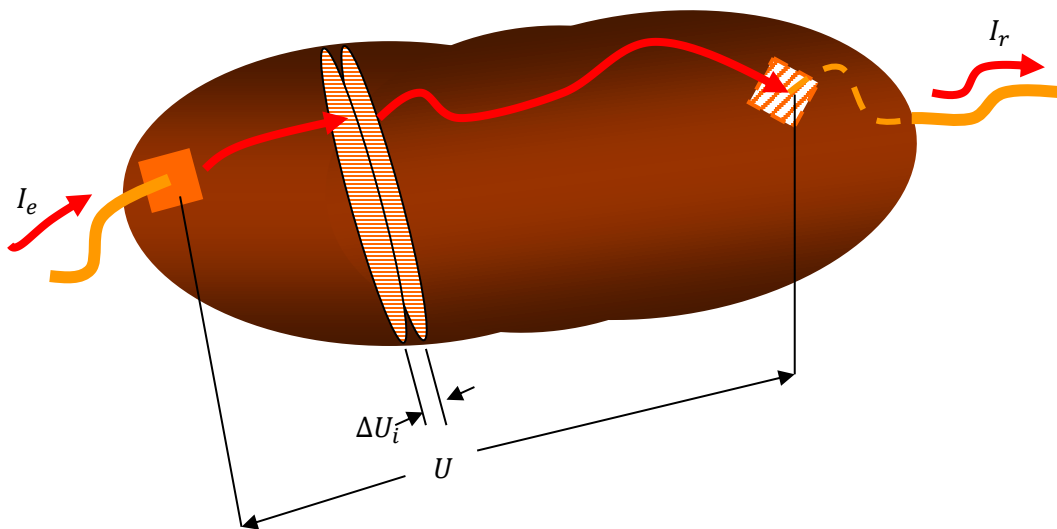


Ilustración 9-1: corriente y caída de tensión por un cuerpo irregular

La 1ª Ley de Kirchhoff, aplicada al cuerpo irregular, dibujado en la Ilustración 9-1, nos indica que la corriente  $I_e$ , que entra por el extremo emisor, es igual a la corriente  $I_r$  que sale por el extremo receptor y, también, la misma que va traspasando todas las superficies equipotenciales que encuentra a su paso a lo largo de su recorrido a través del cuerpo. La 2ª

Ley de Kirchhoff, nos indica que la suma de las caídas de tensión en cada uno de los segmentos, limitados por superficies equipotenciales adyacentes, es igual a la diferencia de tensión total aplicada a los extremos. Por lo tanto, la suma de las resistencias de cada uno de los segmentos del cuerpo irregular (conectados en serie), es igual a la resistencia total:

$$I_e = I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_i = I_r$$

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 + \dots + \Delta U_i = U$$

Por lo tanto:

$$R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_i = R = \frac{U}{I}$$

Igualmente, si la misma diferencia de tensión se aplica a varios cuerpos irregulares conectados en paralelo, la corriente total  $I$  se distribuye en cada uno de ellos según su respectiva conductancia, por lo tanto, según la 1ª Ley de Kirchhoff, dado que la corriente total es la suma de las corrientes en cada rama, la conductancia total es igual a la suma de las conductancias de cada cuerpo conductor:

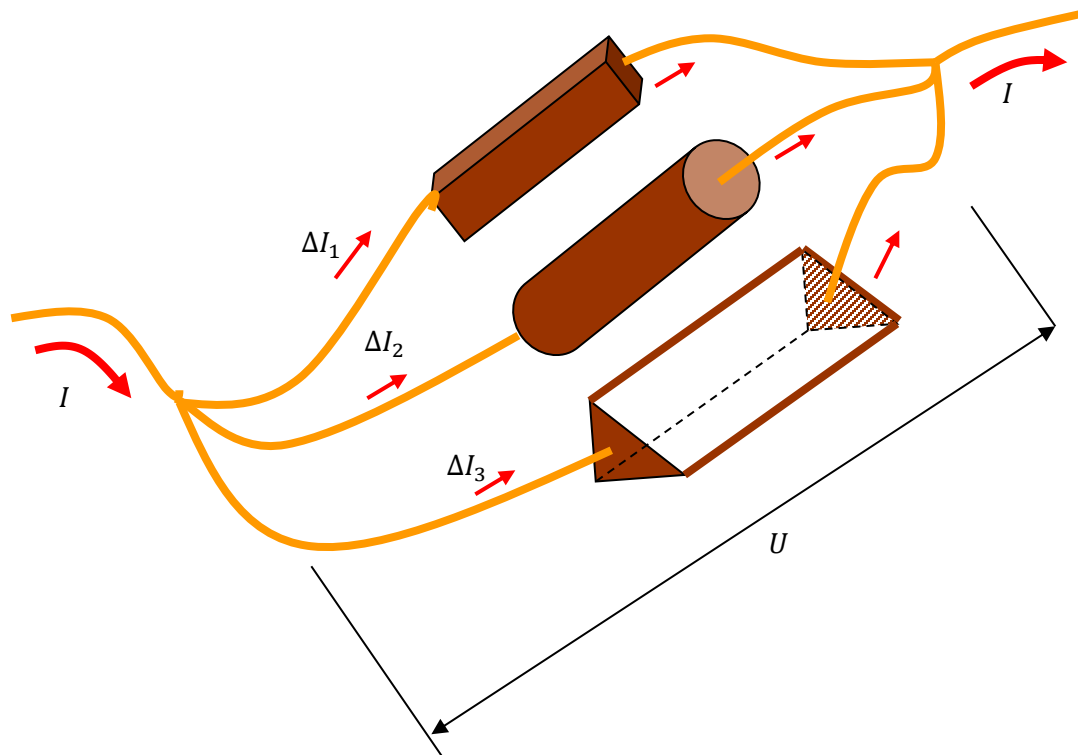


Ilustración 9-2: corriente y tensión en cuerpos irregulares en paralelo

En efecto, como:

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = U_4 \dots \dots = U_i$$

$$\Delta I_1 + \Delta I_2 + \Delta I_3 + \dots + \Delta I_i = I$$

Por lo tanto:

$$G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_i = G = \frac{I}{U}$$

Vemos entonces que si se conoce la corriente  $I$  y la diferencia de tensión  $U$  entre dos electrodos que hacen contacto con la superficie de un cuerpo irregular, mediante la simple aplicación de la Ley de Ohm es posible determinar experimentalmente el valor de la resistencia  $R$  entre ellos.

El problema, entonces, no es cómo medir la resistencia del cuerpo irregular. El problema es cómo determinar analíticamente, a partir de su geometría, la resistencia entre dos electrodos irregulares aplicados a un cuerpo irregular. Este es el problema que se plantea cuando se requiere calcular la resistencia de una configuración de electrodos, destinado a conducir corrientes, a veces bastante grandes, cuya geometría es irregular y en donde, además, la resistividad de los suelos varía de un punto a otro.

La conductancia o la resistencia de un trozo de material irregular de longitud  $\Delta r$ , limitado por dos fragmentos de superficie  $\Delta S$ , entre las cuales circula una corriente, están dadas por:

$$\Delta G = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta S}{\Delta r} \quad ; \quad \Delta R = \rho \frac{\Delta r}{\Delta S}$$

En estas expresiones:

- $\Delta G$  : conductancia del fragmento elemental;
- $\Delta R$  : resistencia del fragmento elemental;
- $\rho$  : resistividad del material entre las superficies equipotenciales;
- $\Delta r$  : distancia elemental entre las superficies equipotenciales y
- $\Delta S$  : superficie elemental del fragmento.

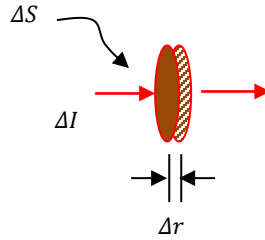


Ilustración 9-3: conductancia de trozo de material

Dado que, en general, la resistividad  $\rho$  del material varía de un punto a otro, para calcular la resistencia entre dos superficies equipotenciales de un cuerpo, es necesario hacer una doble integración: la que corresponde a las superficies equipotenciales y la que corresponde a las distancias o recorridos por donde circula la corriente:

### 1ª Integración

Cálculo de la conductancia total de cáscaras de superficie  $S_r$  de espesor  $\Delta r$ , limitadas por superficies equipotenciales: la conductancia  $G_r$  entre dos superficies o cáscaras equipotenciales de espesor  $\Delta r$ , situada a la distancia  $r$ , es la suma (la integral) del aporte a la conductancia total de cada uno de los fragmentos de superficie infinitesimal  $\Delta S_{r,j}$  limitados por las mismas superficies equipotenciales:

$$G_r = \iint_r \partial G_r = \frac{1}{\Delta r} \iint_r \frac{\partial S_r}{\rho}$$

### 2ª Integración:

A partir del valor recíproco de la conductancia de cada cáscara se calcula la resistencia total por integración a lo largo del recorrido  $r$ :

$$\Delta R_r = \frac{1}{G_r} \quad ; \quad R_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \partial R_r = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\partial r}{\iint_r \frac{\partial S_r}{\rho}}$$

## 9.2.2 Resistencia a tierra (intrínseca) de cuerpos esféricos soterrados

Supónganse dos electrodos esféricos, de radio  $a$  y  $b$ , respectivamente, enterrados profundamente en el suelo o sumergidos en el mar o en un lago, muy distantes entre sí, entre los cuales se ha aplicado una diferencia de potencial  $U$ , en la forma que se muestra en Ilustración 9-4:

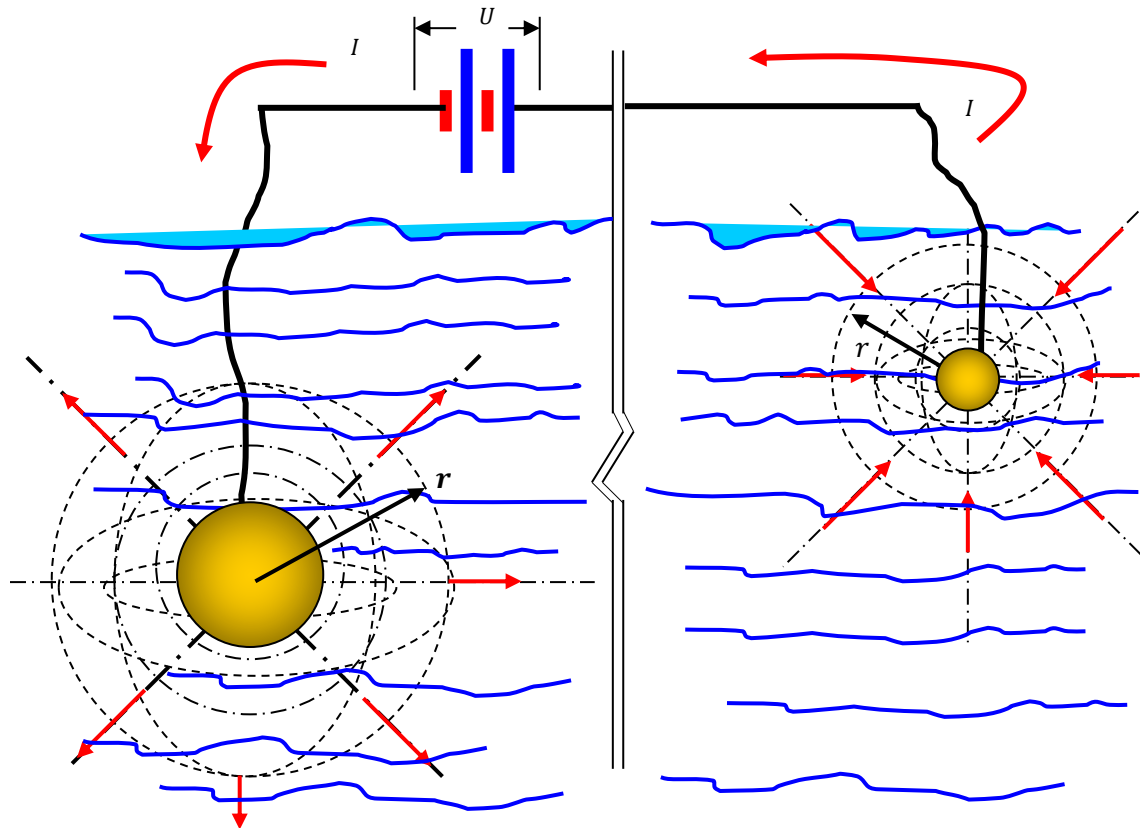


Ilustración 9-4: electrodos esféricos sumergidos en un medio

Debido a las características conductoras del medio, se establece un circuito eléctrico: la corriente  $I$ , impulsada por la fuente de tensión  $U$ , fluye por el cable de alimentación hasta la superficie exterior de la primera esfera (el electrodo emisor) desde donde se difunde en forma radial hacia el medio conductor (la tierra o el mar). Luego, desde muy lejos, el flujo de corriente converge en forma radial hacia el otro electrodo (el electrodo receptor), que recoge el flujo y lo canaliza hacia el conductor de retorno, cerrándose así el circuito eléctrico.

El circuito equivalente de esta configuración está compuesto por la fuente y tres (3) resistencias conectadas en serie: la resistencia  $R_a$ , correspondiente a la resistencia del medio entre la superficie exterior de la primera esfera y una superficie equipotencial distante entre ambos electrodos; la resistencia  $R_b$ , correspondiente a la resistencia del medio entre dicha superficie equipotencial distante y la superficie exterior del segundo electrodo, y la resistencia  $R_c$  del circuito de alimentación, compuesta por la resistencia interna propia de los conductores metálicos y el metal de los electrodos.

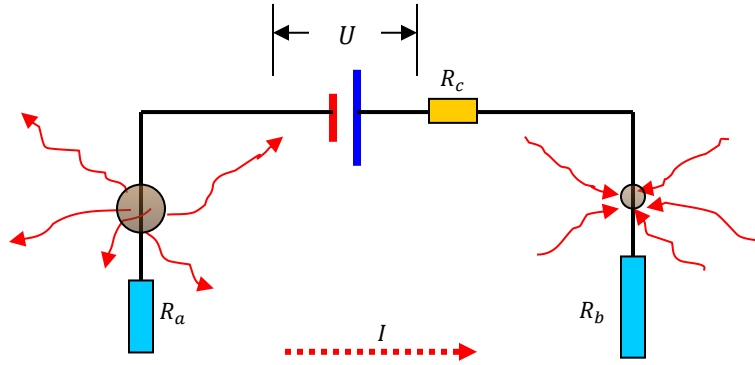


Ilustración 9-5: circuito equivalente electrodos de la Ilustración 9-4

$$R_T = R_a + R_b + R_c \quad ; \quad I = \frac{U}{R_a + R_b + R_c}$$

Según este circuito, si los electrodos esféricos están lo suficientemente alejados uno del otro, el campo eléctrico alrededor de cada uno tendrá simetría radial esférica. Esto significa que la corriente total  $I$  se difundirá en dirección radial, traspasando en forma homogénea, todas las superficies equipotenciales que se establecen alrededor de los electrodos esféricos.

Si suponemos que en el espacio que rodea a cualquiera de las esferas la resistividad  $\rho$  es constante y homogénea, la primera integración (descrita en 9.2.1) nos permite calcular la conductancia  $G_r$  de cada cáscara de radio  $r$  y espesor  $\Delta r$ . Para:  $\rho = \text{cte}$  y  $S_r = 4\pi r^2$

$$G_r = \iint_r \partial G_r = \frac{1}{\Delta r} \iint_r \frac{\partial S_r}{\rho} = \frac{4\pi r^2}{\rho \Delta r}$$

La resistencia eléctrica total  $R_{a,r}$  entre la superficie del electrodo de radio  $a$  y la esfera equipotencial de radio  $r$  es, por lo tanto, la integral de la resistencia elemental de cada cáscara de conductividad  $G_r$ , de superficie  $S_r$  y espesor  $\Delta r$ :

$$R_{a,r} = \int_a^r \partial R_r = \int_a^r \frac{\rho_a \partial r}{2\pi r^2}$$

$$R_{a,r} = \frac{\rho_a}{4\pi a} \left(1 - \frac{a}{r}\right)$$

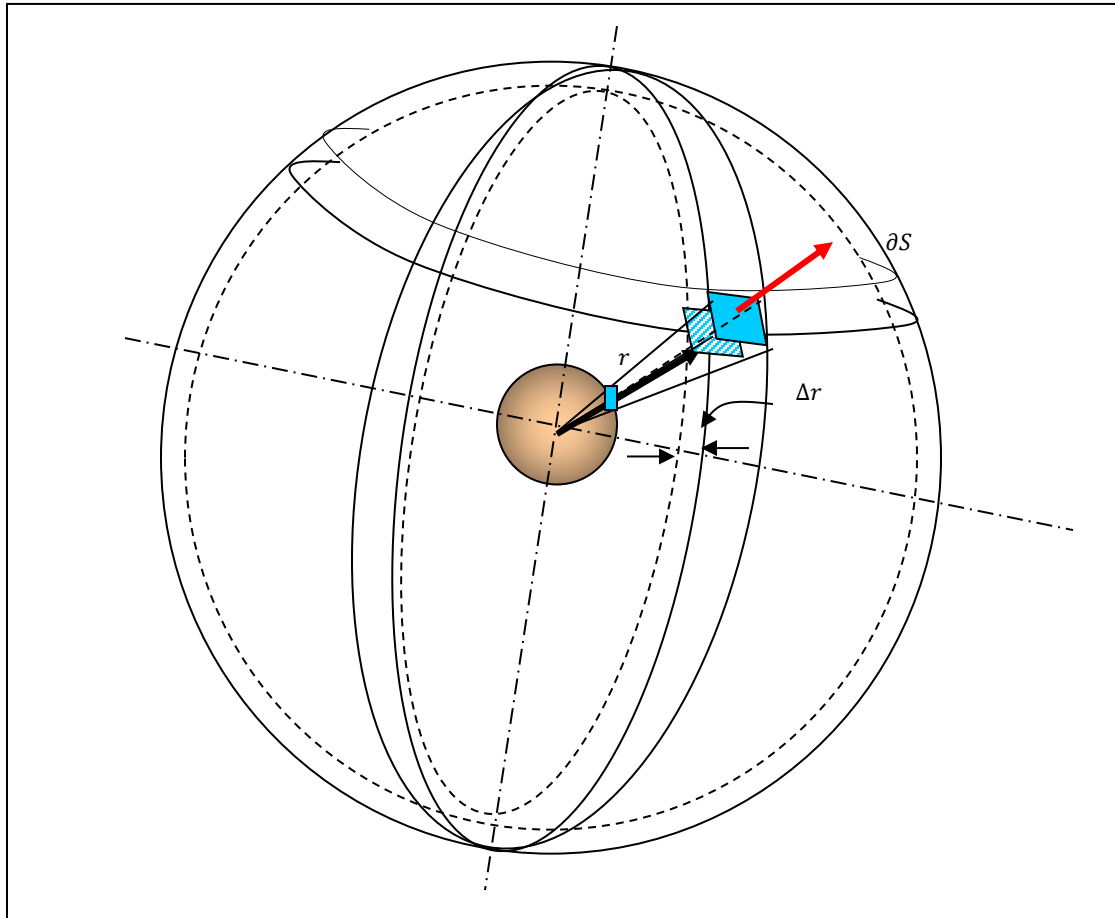


Ilustración 9-6: valor de la resistencia hasta una superficie equipotencial

En el límite, cuando la distancia  $r$  tiende a infinito, la resistencia  $R_{a,r}$ , corresponde a la resistencia entre la superficie equipotencial del electrodo de radio  $a$  y una esfera equipotencial de radio infinito:

$$R_{a,r} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\rho_a}{4\pi a} \left(1 - \frac{a}{r}\right) = \frac{\rho_a}{4\pi a}$$

Por lo tanto, la resistencia  $R_a$  entre la superficie de la esfera de radio  $D_a = 2r_a$  hasta una superficie equipotencial situada a gran distancia es:

$$R_{T_a} = \frac{\rho_a}{2\pi D_a}$$

Por definición, esta es la resistencia del electrodo  $a$  con respecto al medio. Análogamente, la resistencia del segundo electrodo con respecto al medio es:

$$R_{T_b} = \frac{\rho_b}{2\pi D_b}$$

Como vemos, el valor  $R_{T_a}$  y  $R_{T_b}$  de las resistencias de las esferas con respecto al medio es sólo función de sus dimensiones exteriores y de la resistividad del medio que los rodea. La suma de ambas resistencias conectadas en serie es independiente de la distancia entre ellas.

Este interesante resultado nos indica que es posible interconectar dos puntos de la Tierra, arbitrariamente distantes entre sí, con una caída de tensión que solo depende de las dimensiones exteriores de los electrodos y de la resistividad del material que los rodea, independientemente de la distancia que los separa.

En la Ilustración 9-7 se muestra como varia el valor de las resistencias  $R_{ar}$  y  $R_{br}$  desde la superficie de cada electrodo hasta una superficie equipotencial situada a la distancia  $r$ . Las cifras están referidas a dos electrodos esféricos de 5 [m] y 2 [m] de radio (10 [m] y 4 [m] de diámetro), respectivamente, inmersos en un medio homogéneo, cuya resistividad es 50 [ $\Omega$ m].

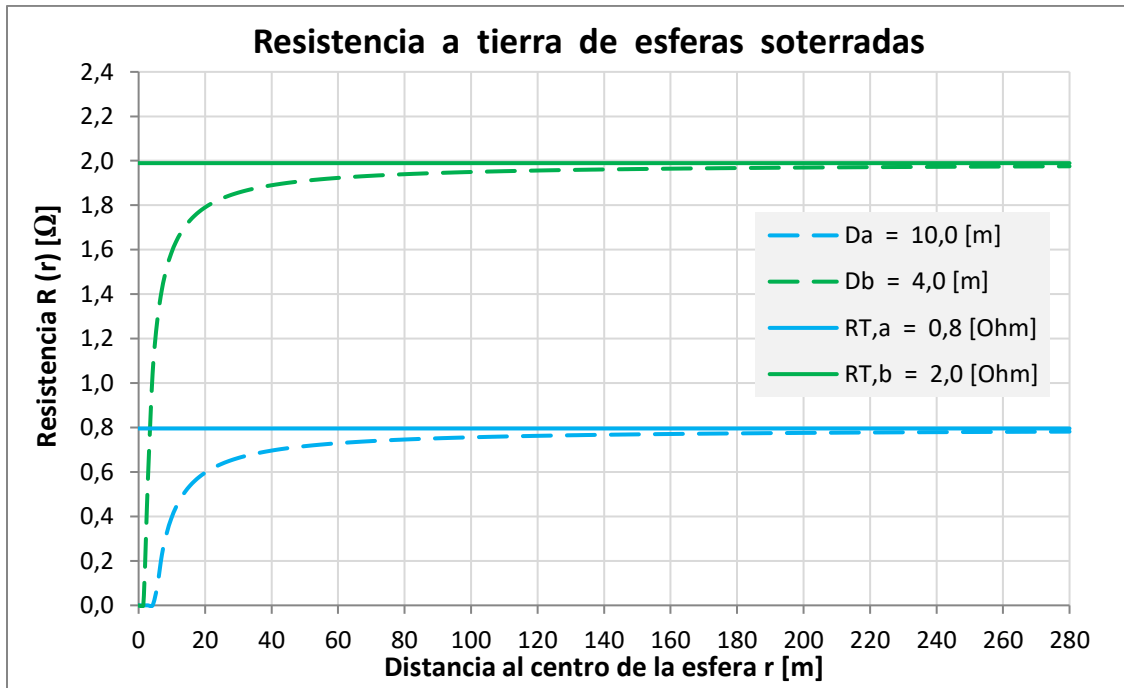


Ilustración 9-7: resistencia a tierra de electrodos esféricos soterrados



La aplicación de la fórmula deducida para la resistencia intrínseca (la resistencia a tierra de los electrodos) conduce a los siguientes resultados:

$$R_{T_a} = \frac{50 [\Omega m]}{2 \cdot \pi \cdot 10 [m]} = 0,8 [\Omega] \quad ; \quad R_{T_b} = \frac{50 [\Omega m]}{2 \cdot \pi \cdot 4 [m]} = 2,0 [\Omega]$$

En la hoja " RT esfera soterrada" del archivo asociado al Capítulo 9, el lector podrá graficar la resistencia para otras dimensiones y resistividad.

Si estos dos electrodos correspondieran al electrodo a tierra de una subestación emisora y al electrodo a tierra de una subestación receptora de un sistema de alta tensión, cuya tensión al neutro fuera 100 [kV] y si, eventualmente hubiese una falla de aislamiento a tierra en la subestación receptora, entonces la corriente de falla  $I_F$  sería de 35,7 [kA]:

$$R_c \approx 0 \quad ; \quad I_F = \frac{100 [kV]}{0,8 + 2,0[\Omega]} = 35,7 [kA]$$

Entre otras consideraciones, esto significa que el cableado del sistema debería ser capaz de conducir esta corriente. Además, la densidad de corriente en la superficie de contacto de la esfera menor con el material de la tierra deberá ser capaz de disipar este nivel de corriente. En este caso hipotético, dado que la esfera del ejemplo tiene un diámetro de 4 [m], la densidad de corriente es:

$$J_b = \frac{I_F}{S_b} = \frac{I_F}{\pi D_b^2} = \frac{35,7 [kA]}{\pi \cdot 4^2} = 710 \left[ \frac{A}{m^2} \right]$$

### 9.2.3 Resistencia a tierra (intrínseca) de configuraciones geométricas regulares

#### 9.2.3.1 Esfera enterrada a profundidad $h$

Normalmente las mallas de tierra se entierran a profundidades relativamente superficiales, de tal manera que el flujo se propaga sólo por debajo del nivel del suelo. En la Ilustración 9-8 se muestra un electrodo esférico de diámetro  $D$ , semienterrado, cuyo centro se encuentra a una profundidad  $h$ .

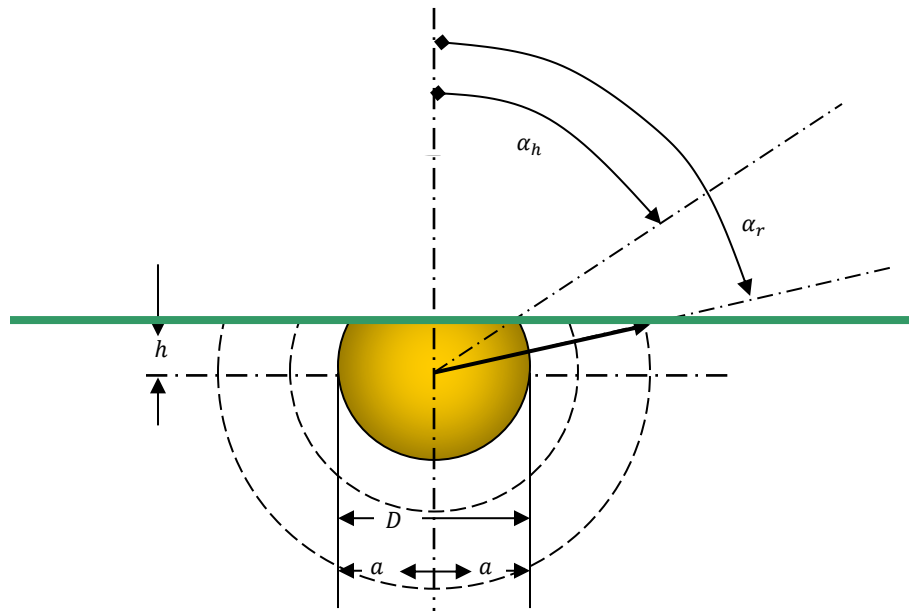


Ilustración 9-8: electrodo esférico semienterrado

En esta figura:

$$D = 2a \quad ; \quad \cos(\alpha_r) = \frac{h}{r}$$

La superficie útil o activa del electrodo es la que corresponde solo a la parte enterrada. El campo eléctrico en el medio por el que se propaga la corriente tiene simetría parcialmente esférica. La corriente se difunde en forma radial, atravesando cáscaras de espesor  $\Delta r$ , cuya superficie es:

$$S_r = 2\pi r^2(1 + \cos(\alpha_r))$$

La conductancia  $G_r$  de la cáscara situada a la distancia  $\Delta r$  es:

$$G_r = \frac{2\pi r^2(1 + \cos(\alpha_r))}{\rho \Delta r}$$

Reemplazando, ordenando e integrando entre límites, la resistencia a tierra  $R_{T_r}$  de la esfera de radio  $a$  enterrada a la profundidad  $h$  es:

$$R_{T_r} = \frac{\rho}{2\pi} \int_a^r \frac{\partial r}{r^2 + rh} = \frac{\rho}{2\pi h} \ln\left(\frac{r(a+h)}{a(r+h)}\right)$$

En el límite, a gran distancia:

$$R_{Th} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\rho}{2\pi h} \ln \left( \frac{r(a+h)}{a(r+h)} \right) = \frac{\rho}{2\pi h} \ln \left( \frac{a+h}{a} \right)$$

Según la profundidad enterrada, se dan los siguientes casos:

#### 9.2.3.1.1 Electrodo esférico parcialmente enterrado

Para  $h < a$ :

$$R_{Th < a} = \frac{\rho}{2\pi h} \ln \left( \frac{2h}{D} + 1 \right)$$

#### 9.2.3.1.2 Electrodo esférico enterrado hasta su centro

Para  $h = 0$ :

$$R_{Th=0} = \frac{\rho}{\pi D}$$

En este caso, el valor de la resistencia a tierra es el cociente entre la resistividad  $\rho$  y el perímetro ecuatorial (circunferencia máxima de la esfera) y corresponde al doble del valor de la resistencia a tierra de una esfera enterrada (sumergida) profundamente.

#### 9.2.3.1.3 Electrodo esférico completamente enterrado

Para  $h = a$ :

$$R_{Th=a} = \frac{\rho}{2\pi h} \ln(2) = 0,693 \frac{\rho}{\pi D}$$

#### 9.2.3.1.4 Electrodo esférico profundamente enterrado (sumergido)

Para  $h \gg a$ :

$$R_{Th \gg a} = \frac{\rho}{2\pi D} = 0,5 \frac{\rho}{\pi D}$$

#### 9.2.3.2 Varillas verticales

En muchas aplicaciones se acostumbra a utilizar como electrodo de tierra una o varias varillas verticales interconectadas. En este caso es necesario considerar que el campo eléctrico alrededor del manto de la varilla vertical tiene simetría cilíndrica y simetría semiesférica en la punta. En la Ilustración 9-9 se muestra una varilla cilíndrica de diámetro  $d$ ,

enterrada una profundidad  $l$ . La conductancia  $G_r$  de la cáscara de superficie  $S_r$ , de espesor  $\Delta r$ , situada a la distancia  $r$ , es:

$$G_r = \frac{S_{l_r} + S_{d_r}}{\rho \Delta r}$$

En que:

$S_{l_r}$  : superficie del manto cilíndrico equipotencial de radio  $r$  y largo  $l$  y

$S_{d_r}$  : superficie de la semiesfera equipotencial (en la punta) de radio  $r$ .

La superficie del manto y la semiesfera son:

$$S_{l_r} = 2\pi r l \quad ; \quad S_{d_r} = 2\pi r^2$$

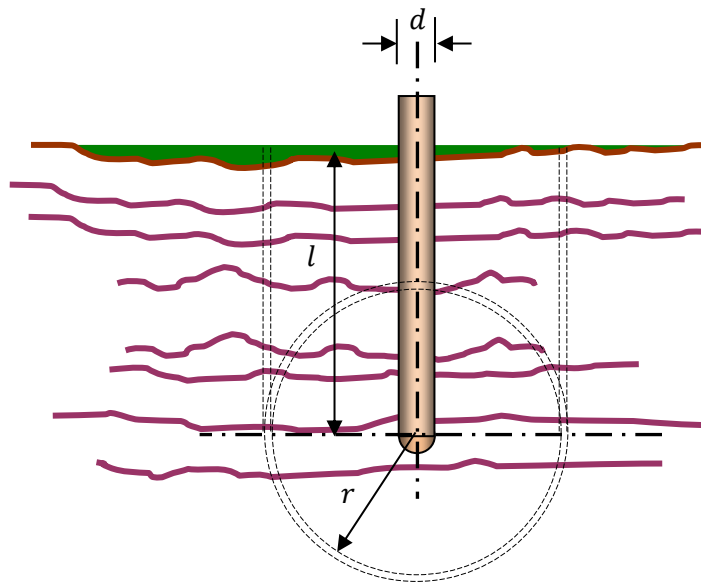


Ilustración 9-9: electrodo varilla enterrada

La resistencia  $R_r$  entre la superficie del electrodo de radio  $a$  y la superficie equipotencial de radio  $r$  está dada por:

$$R_{r_v} = \frac{\rho}{2\pi} \int_a^r \frac{\partial r}{r^2 + rl} = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \left( \frac{r(a+l)}{a(r+l)} \right)$$

En el límite, a gran distancia:

$$R_{r_v} = \lim_{r \rightarrow \infty} \left( \frac{\rho}{2\pi l} \ln \left( \frac{r(a+l)}{a(r+l)} \right) \right) = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \left( \frac{2l}{d} + 1 \right)$$

Como vemos, en este caso (como en todos) la resistencia a tierra de una varilla también es independiente de la distancia al electrodo de corriente y su valor es sólo función de las características eléctricas del medio y de su propia geometría.

La aplicación de esta fórmula a una varilla enterrada 1,5 [m] de 16[mm] de diámetro (5/8”), en un suelo de 50 [ $\Omega m$ ] de resistividad, presenta una resistencia de 27,8 [ $\Omega$ ]:

$$R_{L,D} = \frac{50 [\Omega m]}{2 \cdot \pi \cdot 1,5 [m]} \ln \left( \frac{2 \cdot 1,5 [m]}{0,016 [m]} + 1 \right) = 27,8 [\Omega]$$

### 9.2.3.3 Semiesfera virtual equivalente

Entendemos por semiesfera virtual equivalente a una esfera de diámetro  $D_{sev}$  parcialmente enterrada a la profundidad  $h$ , cuya resistencia intrínseca tiene el mismo valor del electrodo o malla de tierra real que se desea medir o evaluar.

El Teorema de Gauss aplicado a campos eléctricos nos plantea que la integral de la proyección del vector desplazamiento sobre cualquier superficie cerrada que envuelve un conjunto de conductores cargados, es igual a la carga total contenida en los conductores:

$$\iint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q \quad ; \quad \varepsilon \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q$$

Si el campo eléctrico tiene simetría esférica, entonces:

$$\vec{E}_{sev} = \frac{Q}{4\pi r^2} \hat{r}$$

Dado que el campo eléctrico de cualquier configuración de conductores cargados disminuye en función de cuadrado de la distancia, visto desde gran distancia, adquiere también simetría esférica. Por lo tanto, en el límite, siempre es posible encontrar una esfera virtual equivalente, semienterrada a la profundidad  $h$ , cuya resistencia a tierra sea igual a la de cualquier configuración de electrodos soterrados irregulares.

Así, por ejemplo, el diámetro  $D_{sev}$  de la semiesfera virtual equivalente representativa de la resistencia a tierra de una varilla de diámetro  $d$ , hincada a la profundidad  $h$ , se puede calcular igualando ambas expresiones.

$$R_{T_v} = R_{sev}$$

$$\frac{\rho}{2\pi h} \ln\left(\frac{2l}{d} + 1\right) = \frac{\rho}{\pi D_{sev}}$$

$$D_{sev} = \frac{2}{\ln\left(\frac{2l}{d} + 1\right)}$$

### 9.3 Medición de la resistencia a tierra

#### 9.3.1 Medición directa en espacios abiertos

Teóricamente, para medir la resistencia a tierra de cualquier malla o configuración de electrodos, basta con inyectarle una corriente  $I$  y medir la tensión entre la malla y puntos de la superficie del terreno circundante situados a distancias concéntricas crecientes, en la forma que se muestra en Ilustración 9-10. Para esto es necesario disponer de una batería o fuente de poder de capacidad suficiente de tensión  $U_{BB}$ , un electrodo de corriente, situado a una distancia  $L$  arbitrariamente lejana destinado a cerrar el circuito de retorno, y un electrodo de potencial para medir la tensión  $U_r$  en el punto  $P$ , situado a la distancia  $r$ .

El cociente entre esta tensión y la corriente corresponde al valor de la resistencia a tierra  $R_r$  entre la superficie del electrodo principal y la superficie equipotencial de radio  $r$ :

$$R_r = \frac{U_r}{I}$$

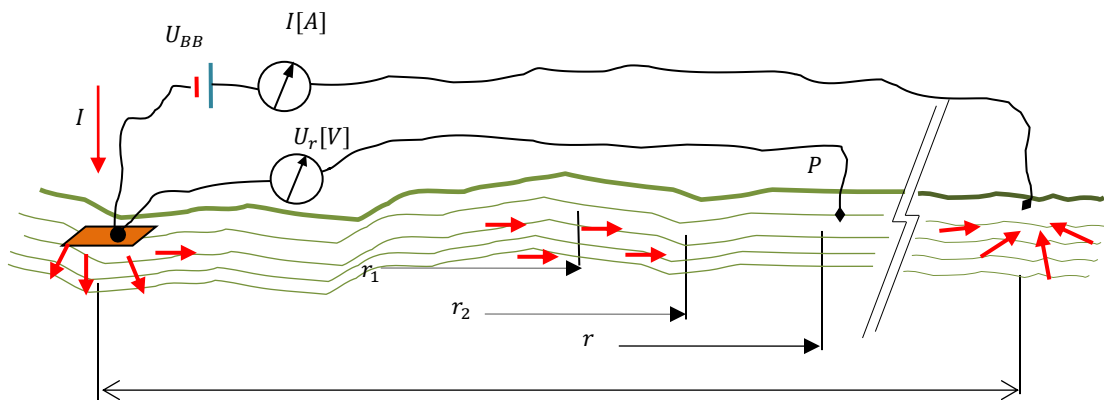


Ilustración 9-10: montaje medición resistividad a tierra

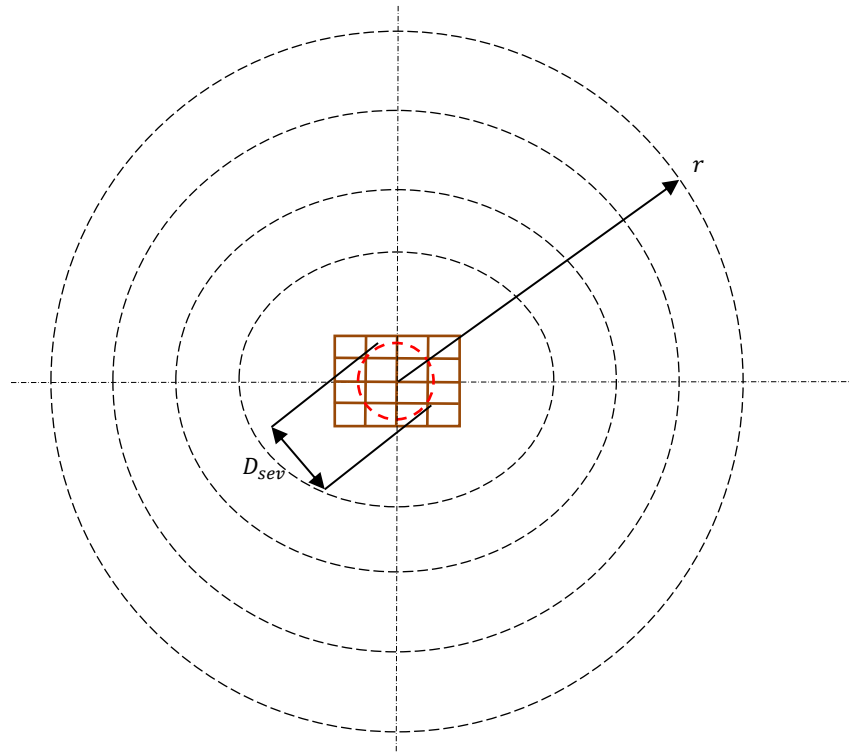


Ilustración 9-11: medición resistencia intrínseca

En la medida que la distancia de medición  $r$  aumenta, la resistencia, así medida, tiende asintóticamente a  $R_T$ . Obviamente cuanto mayores sean las distancias, mejor será la aproximación al valor de la resistencia intrínseca  $R_T$ .

Para  $D_{sev} \gg r \ll L$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} R_r = \frac{\rho}{\pi D_{sev}} \left( 1 - \frac{D_{sev}}{2r} \right) = R_T$$

El error entre la resistencia  $R_r$ , medida a la distancia  $r$  y la resistencia intrínseca  $R_T$  es:

$$\Delta R [\%] = \left( -\frac{D_{sev}}{2r} \right) 100$$

Así, por ejemplo, si las dimensiones lineales de la malla (el diámetro de la semiesfera virtual) es del orden de  $10 [m]$  y si el punto de medición se encuentra a 10 veces esta medida, el error de la medición será de  $- 5,0\%$ .

Obviamente si deseamos disminuir este error, debemos aumentar las distancias de medición hasta lograr la precisión deseada. En este ejemplo, el electrodo de corriente debería

instalarse a más o menos 200 [m], para lo cual, entre otros detalles operativos, se requiere disponer de cables que puedan cubrir estas distancias.

Tabla 9-1: error de medición en función de la distancia del ejemplo  $D_{sev} = 10$  [m]

Distancia $r$ [m]	Error [%]
20	-25,00
40	-12,50
60	-8,33
80	-6,25
100	-5,00
120	-4,17

### 9.3.2 Distancia óptima de medición en espacios limitados

En las prácticas de terreno es muy común que no haya espacio suficiente para hacer mediciones a grandes distancias. Sin embargo, con los mismos instrumentos y recursos es posible determinar con exactitud el valor de la resistencia a tierra en espacios limitados, en la forma indicada en la Ilustración 9-12.

Con este objeto es necesario analizar el campo eléctrico que resulta de la combinación del campo eléctrico creado por la malla o electrodo principal y el campo eléctrico secundario creado por el electrodo lejano de corriente. Este análisis nos permite evaluar la tensión en todos los puntos intermedios a lo largo de la línea recta entre ambos electrodos, lo que a su vez, nos permite determinar la resistencia  $R_T$  con toda precisión. En efecto, los campos eléctricos creados por ambos electrodos en el punto  $P$  situado a la distancia  $r$  del electrodo principal están dados por:

$$\vec{E}_1 = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \hat{r} \quad ; \quad \vec{E}_2 = \frac{-Q}{4\pi\epsilon (L-r)^2} \hat{r}$$



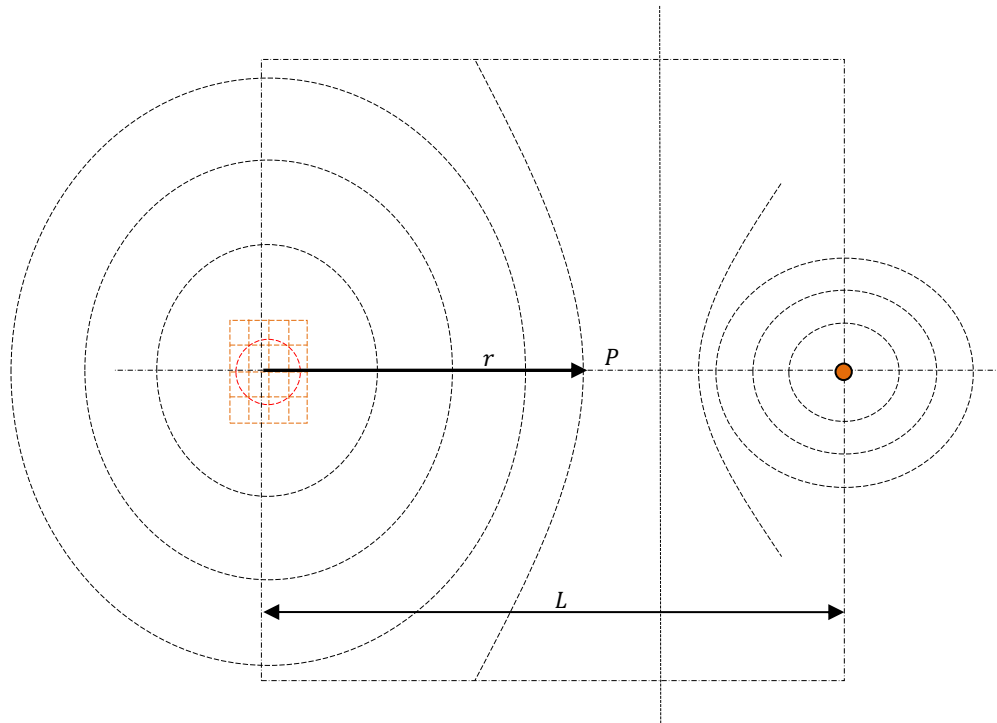


Ilustración 9-12: campo eléctrico por malla y electrodo lejano

Por lo tanto, el campo eléctrico total y la tensión en el punto  $P$  están dados por la suma de ambos campos:

$$\vec{E}_r = \left( \frac{Q}{4\pi\epsilon} \right) \left( \frac{1}{r^2} - \frac{1}{(L-r)^2} \right) \hat{r} \quad ; \quad U_r = \left( \frac{Q}{4\pi\epsilon} \right) \int_{\frac{D}{2}}^r \left( \frac{1}{r^2} - \frac{1}{(L-r)^2} \right) \hat{r} \cdot \partial \vec{r}$$

En que:

- $D$  : diámetro semiesfera virtual representativa de la malla ( $D = 2a$ );
- $d$  : diámetro semiesfera virtual representativa del electrodo de corriente y
- $L$  : distancia entre centros de ambas semiesferas virtuales.

La resolución de esta integral conduce a la siguiente expresión para la tensión  $U_r$  medida en el punto  $P$  situado a la distancia  $r$ :

Para  $\frac{D}{2} = a$ :

$$U_r = \left( \frac{Q}{4\pi\epsilon} \right) \left[ \frac{1}{(L-r)} - \frac{1}{r} \right]_a^r$$

$$U_r = \left( \frac{Q}{4\pi\epsilon} \right) \left[ \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{L-a} \right) - \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{L-r} \right) \right]$$

Aplicando ahora la relación de semejanza geométrica que existe entre la capacidad electrostática  $C$  y la conductancia eléctrica  $G$  entre dos conductores sometidos a la misma diferencia de potencial, la resistencia entre la superficie de la esfera virtual principal y la superficie equipotencial  $U_r$ , situada a la distancia  $r$ , es, para  $Q(\infty) \varepsilon \rho I$ :<sup>42</sup>

$$R_{T,r} = \frac{U_r}{I} = \left(\frac{\rho}{4\pi}\right) \left[ \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{L-a}\right) - \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{L-r}\right) \right]$$

Dado que este análisis se refiere a cuerpos esféricos sumergidos en un ambiente homogéneo de resistividad  $\rho$ , la resistencia, así calculada, corresponde a semiesferas virtuales profundamente enterradas ( $h \gg a$ ).

El sistema de medición descrito está basado en una semiesfera virtual equivalente enterrada hasta su diámetro, mediante mediciones hechas a nivel del suelo ( $h = 0$ ). Dado que, según este modelo, la superficie activa de la esfera es la mitad de la superficie de la esfera completa, la resistencia medida con este sistema es igual al doble de la que se deduce de esta ecuación. Por lo tanto, la resistencia a tierra de la malla, medida al nivel del suelo, es, para  $h = 0$  y  $R_{T_0} = 2R_{T,r}$ :

$$R_{r_0} = \frac{U_r}{I} = \left(\frac{\rho}{2\pi}\right) \left[ \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{L-a}\right) - \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{L-r}\right) \right]$$

El valor de la resistencia, así medido, aumenta a medida que aumenta el valor de la distancia  $r$ , desde cero hasta su valor máximo: En la superficie de la semiesfera virtual la resistencia medida es nula:

$$r = a \rightarrow R_{T_0} = 0$$

A medida que el electrodo de potencial se va alejando, manteniendo fijo el electrodo de corriente, el valor aumenta, hasta alcanzar su valor máximo en la superficie del electrodo de corriente. En este punto el valor es, para  $r = L - b$ :

---

<sup>42</sup> Consultar semejanza geométrica entre capacidad electrostática  $C$  y conductancia eléctrica  $G$  entre dos superficies conductoras sometidas a una tensión eléctrica  $U$  en la sección 6.2 "Parámetros unitarios distribuidos".

$$R_{TL} = \left(\frac{\rho}{2\pi}\right) \left[ \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) - \left(\frac{1}{L-a} + \frac{1}{L-b}\right) \right]$$

En esta expresión tenemos:

$$R_{TL} = R_{Ta} + R_{Tb} - R_{Tm}$$

$$R_{Ta} = \left(\frac{\rho}{2\pi a}\right) \quad ; \quad R_{Tb} = \left(\frac{\rho}{2\pi b}\right) \quad ; \quad R_{Tm} = \left(\frac{\rho}{2\pi L}\right) \left(\frac{1}{1-\frac{a}{L}} + \frac{1}{1-\frac{b}{L}}\right)$$

En que:

- $R_{Ta}$  : resistencia intrínseca de la semiesfera de radio  $a$ , representativa de la malla de tierra en estudio;
- $R_{Tb}$  : resistencia intrínseca de la semiesfera de radio  $b$ , representativa del electrodo de corriente y
- $R_{Tm}$  : resistencia mutua entre ambas esferas equivalentes, cuyo valor disminuye en forma inversa de la distancia  $L$ . Para grandes distancias es nula.

Vemos así que, en algún punto intermedio a lo largo de la línea que une ambas esferas equivalentes, existe un punto  $P_0$ , situado a la distancia  $r_0$ , en el cual el valor de la resistencia  $R_r$  es igual al valor de la resistencia a tierra intrínseca de la semiesfera virtual de diámetro  $D_{sev}$ :

$$0 < R_T < R_{TL}$$

Para  $r = r_0$  :

$$R_r = R_T = \frac{\rho}{2\pi a}$$

Al igualar ambas expresiones, estamos en condiciones de determinar la distancia  $r_0$  buscada, conocida como distancia óptima de medición  $r_0$ :

$$R_T = \left(\frac{\rho}{2\pi}\right) \left[ \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{L-a}\right) - \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{L-r_0}\right) \right] = \left(\frac{\rho}{2\pi a}\right)$$

Despejando  $r_0$ :

$$r_0 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{D}{L}\right) \left( \sqrt{1 + \frac{2\left(2 - \frac{D}{L}\right)}{\left(1 - \frac{D}{L}\right)^2}} - 1 \right) L$$

En la tabla siguiente se muestra el valor de la distancia óptima de medición  $r_0$ , referida a la distancia  $L$  del electrodo de corriente, para diversas proporciones de esta distancia, referida al diámetro  $D$  de la semiesfera virtual: en el límite, cuando la distancia  $L$  es muy grande, la distancia óptima de medición tiende a  $0,618L$ :

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \frac{r_0}{L} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{D}{L} \right) \left( \sqrt{1 + \frac{2 \left( 2 - \frac{D}{L} \right)}{\left( 1 - \frac{D}{L} \right)^2}} - 1 \right) = \frac{1}{2} (\sqrt{5} - 1) = 0,618$$

Tabla 9-2: distancia óptima de medición

$\frac{L}{D}$	$\frac{r_0}{L}$
2,5	0,643
5,0	0,630
10,0	0,624
20,0	0,621
$\infty$	0,618

Como vemos en la Tabla 9-2, la distancia óptima de medición se encuentra entre un máximo igual al 64[%] (para una distancia mínima  $2,5D$ ), hasta un mínimo de 61,8[%], para una distancia  $L$  indefinidamente grande.

En base a este modelo, teóricamente la resistencia intrínseca  $R_T$  se podría medir a distancias reducidas, por ejemplo, instalando el electrodo de corriente a sólo 5 veces las dimensiones lineales de la malla (en vez de 20), midiendo la tensión en el punto óptimo  $r_0$  correspondiente.

No obstante, hay que considerar que el modelo está basado en una semiesfera equivalente la que, en la medida que aumentan las distancias, mejor representa a la malla en estudio. Por esta razón, es necesario tomar suficientes puntos, de manera que sea posible asegurar que el punto óptimo de medición se encuentre en la zona plana de la curva, a la derecha del punto de inflexión.

En la Ilustración 9-13 se han tabulado curvas de medición para distancias crecientes del electrodo de corriente, en un terreno cuya resistividad es  $50 [\Omega m]$ , para una malla

representada por una semiesfera virtual de 10 [m]. El valor de la resistencia intrínseca correspondiente es de 1,59 [Ω]. Como es obvio, mientras mayor es la distancia, más clara y definida resulta la zona plana, en cuya zona central se encuentra el punto de inflexión, a la izquierda del punto óptimo de medición  $r_0$ . En la hoja "Mediciones RT" del archivo asociado al Capítulo 9 en la página web, el lector podrá graficar la resistencia para otras distancias de medición y valores de resistividad.

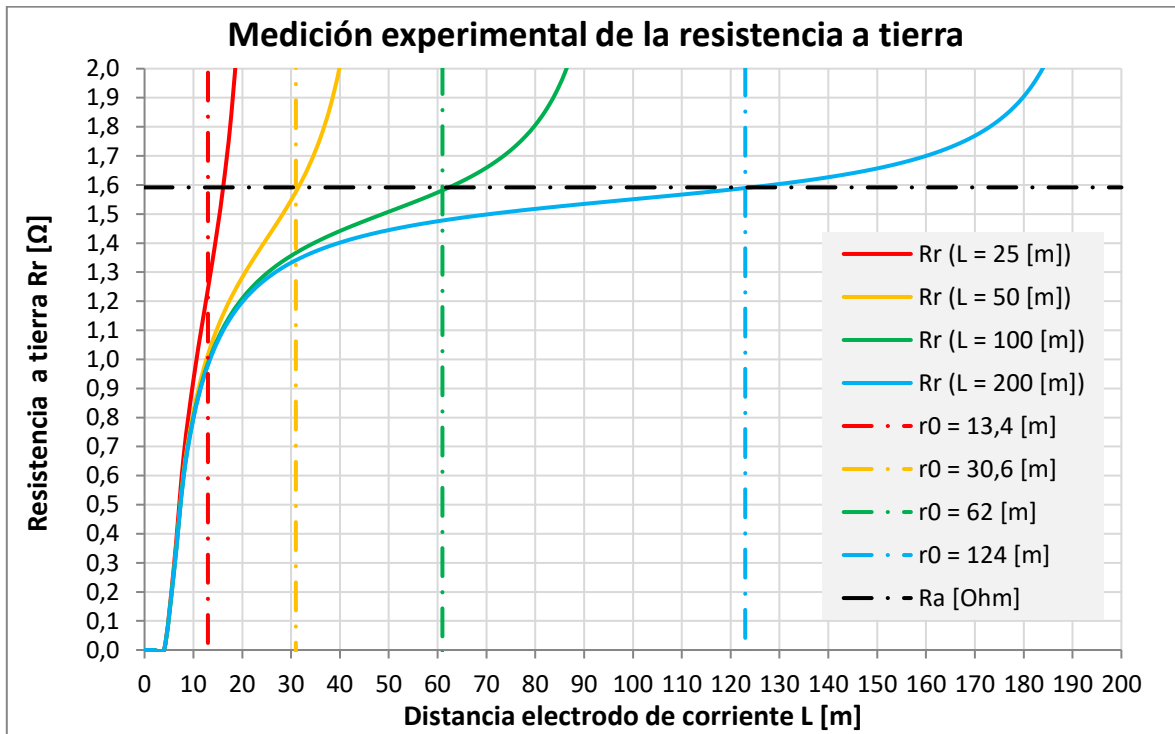


Ilustración 9-13: determinación experimental de la resistencia a tierra para diversas distancias de medición

## 9.4 Medición y cálculo de la resistividad del terreno

### 9.4.1 Medición mediante electrodo de geometría conocida

La resistividad de los terrenos se puede calcular a partir de la medición de la resistencia a tierra  $R_T$  de un electrodo de geometría regular conocida. En efecto, en primer lugar, es necesario medir la resistencia a tierra de un electrodo de geometría conocida y, en segundo lugar, a partir de su ecuación característica, determinar por cálculo el valor de la resistividad. El valor, así calculado, corresponde a la resistividad media equivalente en la zona de influencia del electrodo de medición.

Así, por ejemplo, si se hinca 0,50 [m] una varilla de 16 [mm] de diámetro y se mide una resistencia a tierra de 70 [Ω], la resistividad  $\rho$ , calculada a partir de su ecuación característica, es 53[Ωm]. Para:  $R_{T,L,d} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{2L}{d} + 1\right)$

$$\rho = \frac{2\pi L}{\ln\left(\frac{2L}{d} + 1\right)} R_{T,L,d} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,5 [m]}{\ln\left(\frac{2 \cdot 0,5 [m]}{0,016 [m]} + 1\right)} \cdot 70 [\Omega] = 53[\Omega m]$$

Este resultado, si bien es correcto, sólo representa las características del terreno en la zona de influencia del electrodo de medición. La teoría aplicada considera que la resistividad  $\rho$  de los suelos es homogénea y la misma en todas direcciones. Sin embargo, como sabemos, varía muchísimo de una zona geográfica a otra. En la Tabla 9-3 se muestran algunos valores típicos.

Tabla 9-3: Valores típicos de resistividad de suelos

Resistividad de suelos y aguas	$\rho$ [Ωm ]
Agua de mar	0,1 a 5
Suelos vegetales húmedos	10 a 50
Arcillas, gredas, limos	20 a 60
Agua de noria	10 a 150
Arenas arcillosas	80 a 120
Suelos cultivados	50 a 250
Fangos, turbas	150 a 130
Aguas de lagos y ríos	100 a 400
Arenas húmedas	250 a 500
Arenas secas	1.000 a 3.000
Suelos pedregosos	300 a 400
Agua de lluvia	800 a 1.200
Agua destilada comercial	1.000 a 4.000
Glaciales	3.000 a 10.000
Rocas	1.000 a 10.000
Concreto húmedo	100 a 240
Concreto seco	10.000 a 50.000
Agua químicamente pura	>> 250.000

También hay que considerar que lo normal es que los suelos presenten capas de diversos espesores y profundidades, cuyas características geoelectricas también son diferentes. Por esta razón, y dado que la zona de influencia de una malla real es mucho mayor que la de una simple varilla enterrada solo  $0,5 [m]$ , el cálculo y diseño de mallas de tierra requiere conocer, con relativa exactitud, el valor de la resistividad media de los terrenos en donde se instalarán las mallas de puesta a tierra, tanto en cuanto a su extensión horizontal como en cuanto a su profundidad.

#### 9.4.2 Sondeo geoelectrico: método de los cuatro (4) electrodos

Esta técnica de medición, conocida como Configuración Schlumberger, permite explorar el valor de la resistividad media de los terrenos a las profundidades que sean necesarias. Se basa en la instalación de cuatro (4) varillas (estacas), dispuestas en la forma indicada en la Ilustración 9-14: dos (2) de corriente ( $C_1$  y  $C_2$ ) instaladas a la distancia  $l$  y dos (2) de potencial ( $P_1$  y  $P_2$ ) instaladas a la distancia  $m$  del punto central de medición. Dado que esta configuración es simétrica, la superficie del plano vertical que pasa por el punto central  $P$  es equipotencial.

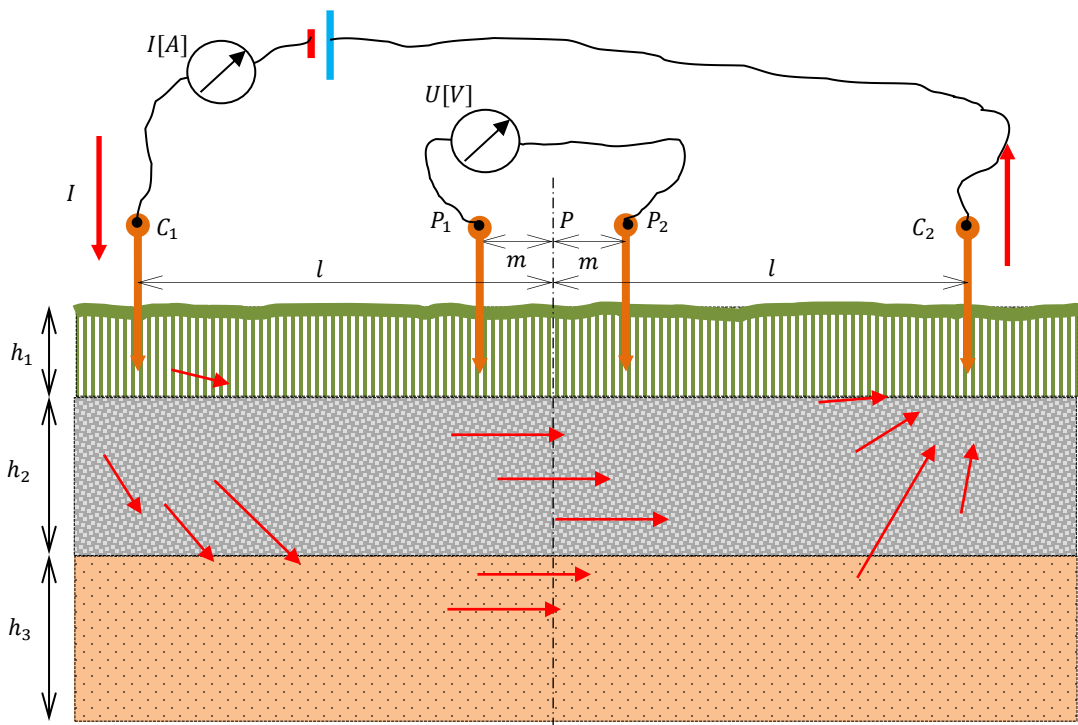


Ilustración 9-14: configuración Schlumberger de medición de resistividad de terreno

Según las ecuaciones desarrolladas en 9.2.3.2, para varillas de radio equivalente  $a$ , la resistencia a tierra del electrodo  $C_1$  hasta el punto central  $P$  es:

$$R_{TC1,P} = \left(\frac{\rho}{2\pi}\right) \left[ \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{L-a}\right) - \left(\frac{1}{l} - \frac{1}{L-l}\right) \right]$$

Análogamente, la resistencia a tierra del electrodo  $C_1$  hasta el punto  $P_1$  es:

$$R_{TC1,P1} = \left(\frac{\rho}{2\pi}\right) \left[ \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{L-a}\right) - \left(\frac{1}{l-m} - \frac{1}{L-l+m}\right) \right]$$

Por lo tanto, la resistencia a tierra del electrodo  $C_1$  en el tramo comprendido entre  $P_1$  y el punto central  $P$ , es la diferencia entre estas dos resistencias:

$$R_{TP1,P} = \left(\frac{\rho}{2\pi}\right) \left[ \left(\frac{1}{l-m} - \frac{1}{L-l+m}\right) - \left(\frac{1}{l} - \frac{1}{L-l}\right) \right]$$

Pero como  $L = 2l$ :

$$R_{TP1,P} = \left(\frac{\rho}{2\pi}\right) \left( \frac{1}{l-m} - \frac{1}{l+m} \right)$$

Igualmente, por razones de simetría y dado que la superficie del plano vertical que pasa por el punto central  $P$  es equipotencial, la resistencia del electrodo  $C_2$  hasta el punto central  $P$  tiene también este mismo valor. Por lo tanto, la resistencia que miden los instrumentos entre el punto  $P_1$  y el punto  $P_2$  corresponde a la suma de ambas resistencias. Para  $R_{TP1,P} = R_{TP2,P}$  :

$$R_{TP1,P2} = R_{TP1,P} + R_{TP2,P} = 2R_{TP1,P}$$

$$R_{TP1,P2} = \left(\frac{\rho}{\pi}\right) \left( \frac{1}{l-m} - \frac{1}{l+m} \right)$$

Despejando y ordenando, la resistencia y la respectiva resistividad del tramo de terreno comprendido entre los electrodos de potencial  $P_1$  y  $P_2$ , están dadas por las siguientes expresiones:

$$R_{TP1,P2} = \frac{2m}{\pi(l^2 - m^2)} \rho$$

$$\rho = \frac{\pi(l^2 - m^2)}{2m} R_{TP1,P2}$$



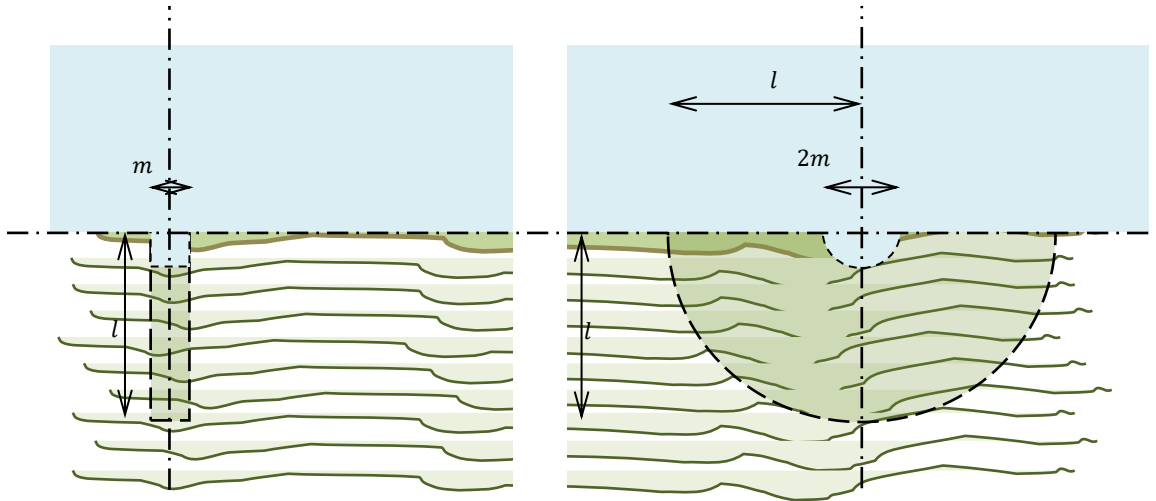


Ilustración 9-15: esquema de resistividad de tierra medida

Este resultado se caracteriza por las siguientes propiedades geométricas:

$$S_l = \frac{1}{2} \pi l^2 \quad : \quad \text{corresponde a la mitad de superficie de un círculo de radio } l.$$

$$S_m = \frac{1}{2} \pi m^2 \quad : \quad \text{corresponde a la mitad de la superficie de un círculo de radio } m.$$

Como se muestra en la Ilustración 9-15, la diferencia entre estas dos superficies corresponde a la mitad de la superficie de un círculo de radio  $l$ , con una perforación central de radio  $m$ , cuya superficie equivalente  $S_{l,m}$ , es:

$$S_{l,m} = S_l - S_m = \frac{1}{2} \pi l^2 - \frac{1}{2} \pi m^2$$

Por lo tanto, la resistencia y la respectiva resistividad medida entre  $P_1$  y  $P_2$  se pueden expresar según las siguientes relaciones.

$$\text{Para } R_{T_{P1,P2}} = \left( \frac{m}{S_{l,m}} \right) \rho$$

$$\rho_{med} = \left( \frac{S_{l,m}}{m} \right) R_{T_{P1,P2}} = \frac{\pi (l^2 - m^2)}{2m} R_{T_{P1,P2}}$$

Las expresiones deducidas corresponden a la resistencia  $R_{T_{P1,P2}}$  y la respectiva resistividad media  $\rho_{med}$  de un trozo de terreno con la forma de un cilindro horizontal de longitud  $m$  y de radio exterior  $l$ , con una perforación central de radio  $m$ , enterrado hasta su

diámetro. Vemos, además, que mientras mayor sea la distancia  $l$  a la cual se instalan los electrodos de corriente  $C_1$  y  $C_2$ , mayor será la profundidad del sondeo geoelectrico.

El resultado de esta medición corresponde a las características geo-eléctricas medias del terreno bajo el punto  $P$  hasta la profundidad  $l$ .

En la práctica, lo que se hace es fijar los electrodos  $P_1$  y  $P_2$  a una distancia  $2m$  fija conocida y luego, con el auxilio de dos (2) cintas métricas, se toman lecturas a diferentes distancias simétricas de los dos electrodos de corriente  $C_1$  y  $C_2$ . Las lecturas, así obtenidas, permiten medir la resistencia y calcular la respectiva resistividad media  $\rho_{med l_j}$  a diferentes profundidades  $l_j$  bajo el punto central de medición  $P$ <sup>43</sup>.

## 9.5 Fórmulas empíricas y cálculos prácticos

Las mallas y electrodos de puesta a tierra se proyectan para cumplir con una o varias funciones eléctricas: protección, descargas atmosféricas, conductor de retorno, entre otras.

Las reglamentaciones legales y de seguridad vigentes, así como las especificaciones técnicas de los fabricantes de equipos, exigen que la resistencia a tierra sea menor o a lo sumo igual a ciertos valores máximos normalizados. Igualmente, en particular para la protección contra descargas atmosféricas, se exige que las inductancias del sistema de puesta a tierra sean también lo más bajas posibles. Adicionalmente, los conductores y electrodos de tierra deben ser capaces de transportar los niveles de corriente previstos y disipar la energía de las descargas, de manera que sus cualidades físicas y eléctricas permanezcan estables en el tiempo.

---

<sup>43</sup> En algunas publicaciones se acostumbra a expresar las distancias al centro  $l$  y  $m$  de los electrodos de corriente y potencial en función de las siguientes distancias alternativas:

$$a = 2m \ ; \ b = l - m$$

Al hacer los respectivos reemplazos, la fórmula deducida para el cálculo de la resistividad queda:

$$n = \frac{b}{a} \ ; \ (\pi n(n + 1)a) \cdot R_{T P_1, P_2}$$

Esta fórmula corresponde a la conocida fórmula de Schlumberger que utilizan algunos especialistas.

Hay que tener presente que mientras mayores sean las dimensiones físicas de las mallas y calibre de los conductores, menor resulta la resistencia a tierra. Igualmente, mientras menos cuadrículas, curvas y cambios de dirección haya, menor resulta el valor de la inductancia.

Dado el alto costo que tiene este tipo de obras, en particular las excavaciones, el cobre y el acero inoxidable, el proyectista debe diseñar configuraciones que sean lo más económicas posible, pero que, al mismo tiempo, le permitan garantizar que los parámetros eléctricos se mantengan dentro de los márgenes requeridos: capacidad de disipación, resistencia a tierra e inductancia del sistema, tensión de seguridad, etc.

Para un determinado nivel de disipación y resistencia a tierra es posible construir mallas reticuladas horizontales a base de cable, con o sin varillas verticales adicionales, que resultan mucho más económicas que la instalación de placas o electrodos macizos.

Obviamente, la construcción e instalación de una placa o semiesfera metálica maciza es, desde luego, absurda y antieconómica. Sin embargo, la aplicación del concepto de semiesfera equivalente al tipo y superficie de terreno disponible permite evaluar los valores mínimos teóricos de la resistencia e inductancia a la que se puede aspirar.

### 9.5.1 Mallas reticuladas y placas horizontales

Para la determinación de la resistencia a tierra de una malla reticulada cuadrada como la que se muestra en el dibujo, es posible aplicar la siguiente fórmula aproximada, conocida como Fórmula de D'Alembert:<sup>44</sup>

$$R \approx \frac{\rho}{2} \left( \frac{1}{A} + \frac{1}{L} \right)$$

En que:

$A$  : arista del cuadrado y

---

<sup>44</sup> Además de la fórmula de D'Alembert, Schlumberger y otros, existen muchas otras fórmulas empíricas aproximadas las que, en general, conducen a valores similares.

$L$  : longitud del cable.

Esta fórmula no hace mención al diámetro de los conductores ni a la profundidad de la malla.

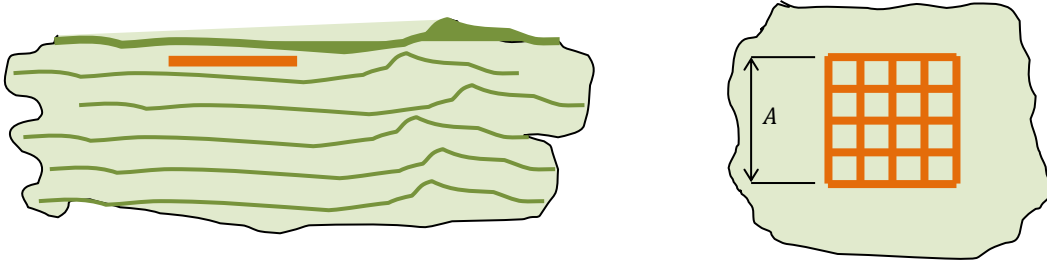


Ilustración 9-16: malla de puesta a tierra reticulada

Si consideramos que la malla está compuesta por  $N$  cuadrículas por lado, la longitud de los conductores es:

$$L = 2(N + 1)A$$

Por lo tanto, según esta fórmula, la resistencia a tierra es:

$$R = \frac{\rho}{2A} \left( 1 + \frac{1}{2(N + 1)} \right)$$

Si la malla es de una sola cuadrícula, es decir, si tiene un solo cable por todo el perímetro ( $N = 1$ ), el valor máximo de la resistencia a tierra es:

$$R_{m\acute{a}x} = \frac{\rho}{2A} \left( 1 + \frac{1}{4} \right) = 0,625 \left( \frac{\rho}{A} \right)$$

Vemos también que, mientras más cuadrículas o conductores paralelos se instalen al interior del área, menor será la resistencia a tierra resultante. En el límite, cuando todo el espacio se llene de conductores, como si se tratara de una lámina de metal macizo, el valor de la resistencia adquiere su valor mínimo:

$$R_{m\acute{i}n} = \lim_{N \rightarrow \infty} R = \frac{\rho}{2A} = 0,500 \left( \frac{\rho}{A} \right)$$

La aplicación de esta fórmula al caso de una placa metálica compacta enterrada horizontalmente nos está demostrando que en el espacio del cuadrado de lado  $A$ , el valor

de la resistencia a tierra resultante tiene un valor límite mínimo, por debajo del cual es imposible rebajar el valor de la resistencia a tierra.

El diámetro  $D$  de la semiesfera equivalente, representativa de la malla de  $N$  cuadrículas por lado  $A$ , se puede calcular igualando ambas expresiones:

$$R_N = R_D$$

$$\frac{\rho}{2A} \left( 1 + \frac{1}{2(N+1)} \right) = \frac{\rho}{\pi D}$$

Despejando:

$$D = \frac{2}{\pi} \left( \frac{2N+2}{2N+3} \right) A$$

En la Tabla 9-4 se muestra el valor del diámetro de la semiesfera equivalente para mallas con un número creciente de cuadrículas. Como vemos, según el número de cuadrículas, la proporción varía desde un mínimo de 0,51 hasta un máximo de 0,64.

Tabla 9-4: diámetro semiesfera equivalente para malla reticulada

$N$	$\frac{D}{A}$
1	0,51
2	0,55
4	0,58
8	0,60
16	0,62
32	0,63
Placa	0,64

Lo que normalmente ocurre es que el espacio dentro del cual se puede construir la malla de tierra está limitado por superficies aproximadamente rectangulares de lado mayor  $a$  y lado menor  $b$ . En estas condiciones la resistencia a tierra de la mayor malla que se puede construir en el terreno  $ab$ , está dada por:

$$A = a + b = \frac{P_{a,b}}{4} ; L = (N_a + 1) \cdot b + (N_b + 1) \cdot a$$

$$R_{ab} = \left(\frac{\rho}{a+b}\right) \left(1 + \frac{(a+b)}{(N_a+1)b + (N_b+1)a}\right)$$

En que:

$N_a$  : número de cuadrículas del lado  $a$  y

$N_b$  : número de cuadrículas del lado  $b$ .

La resistencia mínima que se puede lograr en un terreno de estas dimensiones está dada por:

$$R_{a,b\min} = \lim_{N \rightarrow \infty} R_{a,b} = \left(\frac{\rho}{(a+b)}\right) = \left(\frac{2\rho}{A}\right)$$

Vemos así que, en definitiva, el valor de la resistencia a tierra de una malla reticulada horizontal está comprendido entre los siguientes límites:

Valor máximo (con una sola cuadrícula  $N = 1$ ):

$$R_{m\acute{a}x} = \left(\frac{5}{8}\right) \frac{\rho}{A} = \left(\frac{5\sqrt{2}}{8}\right) \frac{\rho}{D} = \left(\frac{5}{2}\right) \frac{\rho}{P}$$

Valor mínimo (lámina compacta):

$$R_{a,b\min} = \left(\frac{1}{2}\right) \frac{\rho}{A} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \frac{\rho}{D} = 2 \frac{\rho}{P}$$

Los respectivos valores numéricos son:

En función de la arista  $A$  :  $0,500 \left(\frac{\rho}{A}\right) < R_a < 0,625 \left(\frac{\rho}{A}\right)$

En función de la diagonal  $D$  :  $0,500 \left(\frac{\rho}{A}\right) < R_{a,b} < 0,625 \left(\frac{\rho}{A}\right)$

En función del perímetro  $P$  :  $2,00 \left(\frac{\rho}{P}\right) < R_{a,b} < 2,25 \left(\frac{\rho}{P}\right)$

Vemos, además, que la resistencia a tierra mínima que se puede lograr con una malla reticulada o placa horizontal en una superficie rectangular  $ab$  es proporcional a la resistividad media  $\rho$  del terreno e inversa de su perímetro  $P$ , cuya semiesfera equivalente tiene un diámetro igual a 0,64 veces la longitud del lado medio.

### 9.5.2 Mallas con varillas verticales por el contorno

En todos aquellos casos en que, por las limitaciones del terreno, no es posible reducir el valor requerido de la resistencia a tierra o, como se verá en el la sección 9.6 Aplicaciones prácticas, cuando es necesario descargar rayo, se agregan varillas verticales por el contorno, hincadas a profundidades de 1,5 [m], 3 [m] o más. La mayor profundidad que alcanzan las varillas aumenta el área de influencia, lo que permite reducir considerablemente el valor de la resistencia a tierra del conjunto.

Considerando, en primera aproximación, que las varillas están instaladas en los vértices de un polígono regular de  $n$  lados, es posible calcular resistencia a tierra de la configuración considerando el perímetro activo, determinado por el ángulo al centro  $\alpha_n$  del polígono de diámetro o diagonal  $D$ .

Según lo presentado en la sección 9.5.1, el valor de la resistencia a tierra de la malla reticulada horizontal de diagonal o diámetro  $D$ , sin varillas, es aproximadamente igual a:

$$R_D \approx \frac{2\rho}{\pi D}$$

Si se llena el perímetro con varillas verticales, el valor mínimo de la resistencia a tierra de esta configuración corresponde a la de un cilindro de diámetro  $D$ , enterrado verticalmente hasta la profundidad  $L$ . Según lo presentado en la sección 9.2.3.2, el valor de la resistencia a tierra es:

$$R_{L,D} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{2L}{D} + 1\right)$$

La resistencia a tierra  $R_T$  de la configuración de  $n$  varillas perimetrales tiene un valor intermedio comprendido entre estos dos valores límites. El autor acostumbra a interpolar linealmente entre estos dos valore límites, mediante la siguiente fórmula empírica, cuyos resultados resultan bastante aproximados. Según el autor:

$$R_T \approx R_{L,D} - \left(\frac{R_{L,D} - R_D}{1 + n}\right)$$

Apliquemos esta metodología al cálculo de la resistencia a tierra de una malla para una radioestación de telefonía celular cuya resistencia a tierra debe ser menor o a lo sumo igual a 5,0[Ω]. Las características del suelo y dimensiones máximas son las siguientes:

- Resistividad media del suelo :  $\rho = 140 [\Omega m]$
- Diámetro o diagonal máxima de la malla horizontal :  $D = 10 [m]$
- Profundidad de las varillas verticales perimetrales :  $L = 1,5 [m]$

El valor máximo (sin varillas) es:

$$R_{T\text{máx}} = R_D(n = 0) = \frac{2\rho}{\pi D} = 8,91 [\Omega]$$

El valor mínimo es:

$$R_{T\text{mín}} = \lim_{N \rightarrow \infty} R_{L,D} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{2L}{D} + 1\right) = 3,90 [\Omega]$$

En la Tabla 9-5 se muestra el resultado de aplicar esta fórmula empírica para un número creciente de varillas perimetrales.

Tabla 9-5: resistencia en función de número varillas perimatrales según fórmula empírica

$n$	$R_T[\Omega]$
0	8,91
4	4,90
8	4,45
12	4,28
16	4,19
$n \rightarrow \infty$	3,90

Como se ve, agregando cuatro (4) o más varillas perimetrales, el valor de la resistencia a tierra se puede reducir fácilmente hasta alcanzar los 5,0 [Ω] exigidos.

En la Ilustración 9-17 se muestra el efecto de agregar varillas en el contorno. La zona Z1 corresponde a la zona de influencia de cada varilla hasta toparse con las zonas de influencia de las vecinas, mientras que la zona Z2 considera que la zona de las varillas es homogénea, como si se tratase de un cilindro homogéneo que tiene el radio del polígono.



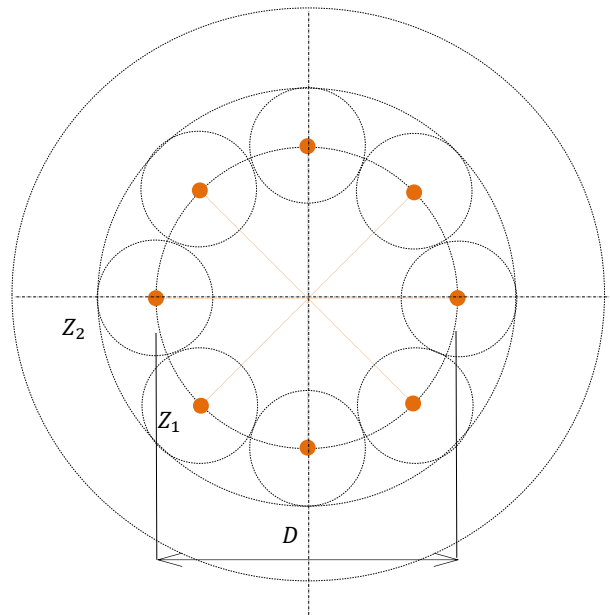


Ilustración 9-17: esquema de varillas perimetrales

### 9.5.3 Resistividad de capas horizontales estratificadas

Como se muestra en la Ilustración 9-18, si la distancia de medición  $l_1$  es inferior al espesor de la primera capa de espesor  $h_1$ , la resistividad media, medida con el sistema de cuatro (4) electrodos, coincide con la resistividad  $\rho_1$  de la primera capa:

$$m < l < h_1 \quad ; \quad \rho_{med} = \rho_1$$

Cuando la distancia de medición  $l$  es mayor al espesor  $h_1$ , el valor medio de la resistividad corresponderá al promedio ponderado de la conductancia de la superficie del cilindro equivalente que se encuentra en la primera capa  $h_1$  y la conductancia de la superficie del cilindro equivalente que se encuentra en la segunda capa  $h_2$ :

$$G_{l,h_1} = \left( \frac{\Delta S_{l,h_1}}{m} \right) \frac{1}{\rho_1} \quad ; \quad G_{l,h_2} = \left( \frac{\Delta S_{l,h_2}}{m} \right) \frac{1}{\rho_2}$$

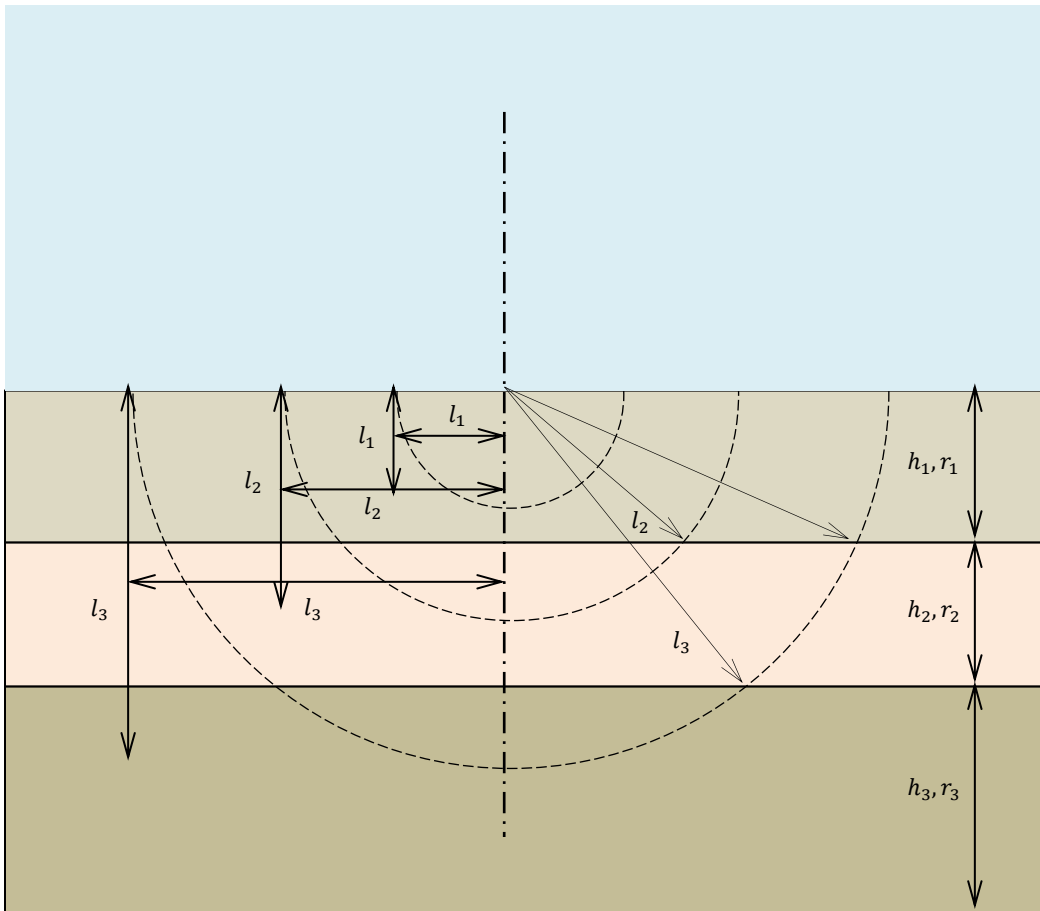


Ilustración 9-18: resistividad para distintos estratos

Por lo tanto, la resistividad media equivalente, medida a la distancia  $l$ , está dada por:

$$G_l = G_{l,h_1} + G_{l,h_2} = \left(\frac{S_l}{m}\right) \frac{1}{\rho_{l,med}}$$

$$\rho_{l,med} = \frac{S_l}{\frac{\Delta S_{l,h_1}}{\rho_1} + \frac{\Delta S_{l,h_2}}{\rho_2}}$$

En este ejemplo, las superficies de los segmentos de círculo a la profundidad  $y$  están dados por:

$$\Delta S_{l,y} = 2 \int_{y_1}^{y_2} \sqrt{l^2 - y^2} \partial y = \left[ \left(\frac{y}{l}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{y}{l}\right)^2} + \arcsin\left(\frac{y}{l}\right) \right]_{y_1}^{y_2} \cdot l^2$$

El segmento de círculo entre dos profundidades  $y_1$  y  $y_2$  de espesor  $h_1$ , está dado por:

$$\Delta S_{l,y_1,y_2} = \left( \left( \frac{y_2}{l} \right) \sqrt{1 - \left( \frac{y_2}{l} \right)^2} - \left( \frac{y_1}{l} \right) \sqrt{1 - \left( \frac{y_1}{l} \right)^2} + \arcsin \left( \frac{y_2}{l} \right) - \arcsin \left( \frac{y_1}{l} \right) \right) \cdot l^2$$

O bien, para  $\left( \frac{y}{l} \right) = \sin(\alpha)$ :

$$\Delta S_{l,y_1,y_2} = \left[ \frac{1}{2} (\sin(2\alpha_2) - \sin(2\alpha_1)) + \alpha_2 - \alpha_1 \right] \cdot l^2$$

Esta expresión permite calcular la superficie activa de cada uno de los sectores del círculo que se encuentran en cada una de las capas de espesor  $h_j$ .

$$G_{l,h_1} = \left( \frac{\Delta S_{l,h_1}}{m} \right) \frac{1}{\rho_1} \quad ; \quad G_{l,h_2} = \left( \frac{\Delta S_{l,h_2}}{m} \right) \frac{1}{\rho_2} \quad ; \quad G_{l,h_3} = \left( \frac{\Delta S_{l,h_3}}{m} \right) \frac{1}{\rho_3}$$

La resistividad media equivalente, medida a la distancia  $l$ , estará dada por:

$$G_l = G_{l,h_1} + G_{l,h_2} + G_{l,h_3} = \left( \frac{S_l}{m} \right) \frac{1}{\rho_{l,med}} \quad ; \quad \rho_{l,med} = \frac{S_l}{\frac{\Delta S_{l,h_1}}{\rho_1} + \frac{\Delta S_{l,h_2}}{\rho_2} + \frac{\Delta S_{l,h_3}}{\rho_3}}$$

Este cálculo se puede generalizar para cualquier número de capas: 2, 3, 4 o más. Cuando se trata de mallas de tierra comunes, de 10 [m] a 15 [m] de extensión, basta con analizar las primeras dos o tres capas. Sin embargo, en el caso de mallas de tierra grandes e importantes, se hace necesario identificar la profundidad, espesor y resistividad de cuatro (4) o más capas, o al menos, hasta una profundidad similar a la extensión de la malla. Por ejemplo, 100[m].<sup>45</sup>

Para:

$$S_l = \frac{\pi}{2} l^2 \quad ; \quad \Delta S_{l,h_j} = \left[ \frac{1}{2} (\text{sen}(2\alpha_{j+1}) - \text{sen}(2\alpha_j)) + (\alpha_{j+1} - \alpha_j) \right] \cdot l^2$$

---

<sup>45</sup> Esta técnica de sondeo geoelectrico también es aplicable en prospecciones mineras, petroleras o de mecánica de suelos. La determinación de la resistividad, profundidad y espesor de cada estrato permite complementar la información geológica existente, evitando la necesidad de hacer muchas perforaciones o calicatas.

$$\rho_{l,med} = \frac{S_l}{\frac{\Delta S_{l,h_1}}{\rho_1} + \frac{\Delta S_{l,h_2}}{\rho_2} + \frac{\Delta S_{l,h_3}}{\rho_3} + \frac{\Delta S_{l,h_4}}{\rho_4} \dots}$$

Al graficar la resistividad media  $\rho_{l,med}$  en función de la distancia (profundidad)  $l$ , la curva resultante mostrará cambios de la pendiente justamente en cada una de las cotas en las cuales se detecta una capa de diferente resistividad. De esta manera, la simple observación de la gráfica permite determinar la profundidad y espesor de cada estrato.

En la Tabla 9-6 y Tabla 9-7 que se muestran a continuación se han desarrollado los datos correspondientes a los siguientes dos casos típicos.<sup>46</sup>

Tabla 9-6: resistividad de distintas capas: Sondeo A

Sondeo A					
	Cultivada	Arena y ripio	Napa de agua	Arcilla	Roca ígnea
<b>j</b>	1	2	3	4	5
<b><math>\rho</math>[<math>\Omega m</math>]</b>	20,0	600,0	50,0	100,0	900,0
<b><math>h_j</math>[m]</b>	0,6	9,4	2,0	8,0	500,0
<b><math>\Sigma h_j = 0</math></b>	0,6	10,0	12,0	20,0	520,0

Tabla 9-7: resistividad de distintas capas: Sondeo B

Sondeo B					
	Natural lavada	Napa de agua	Arcilla	Turbas	Roca ígnea
<b>j =</b>	1	2	3	4	5
<b><math>\rho</math>[<math>\Omega m</math>]</b> =	600,0	50,0	200,0	20,0	900,0
<b><math>h_j</math>[m]</b> =	0,8	4,0	20,0	8,0	500,0
<b><math>\Sigma h_j = 0</math></b>	0,8	4,8	24,8	32,8	532,8

<sup>46</sup> Por razones prácticas, se acostumbra a presentar este tipo de gráficas en formato log-log. Las gráficas se pueden presentar en 1, 2, 3, 4 ó más décadas, según el tamaño y grado de precisión requerido.

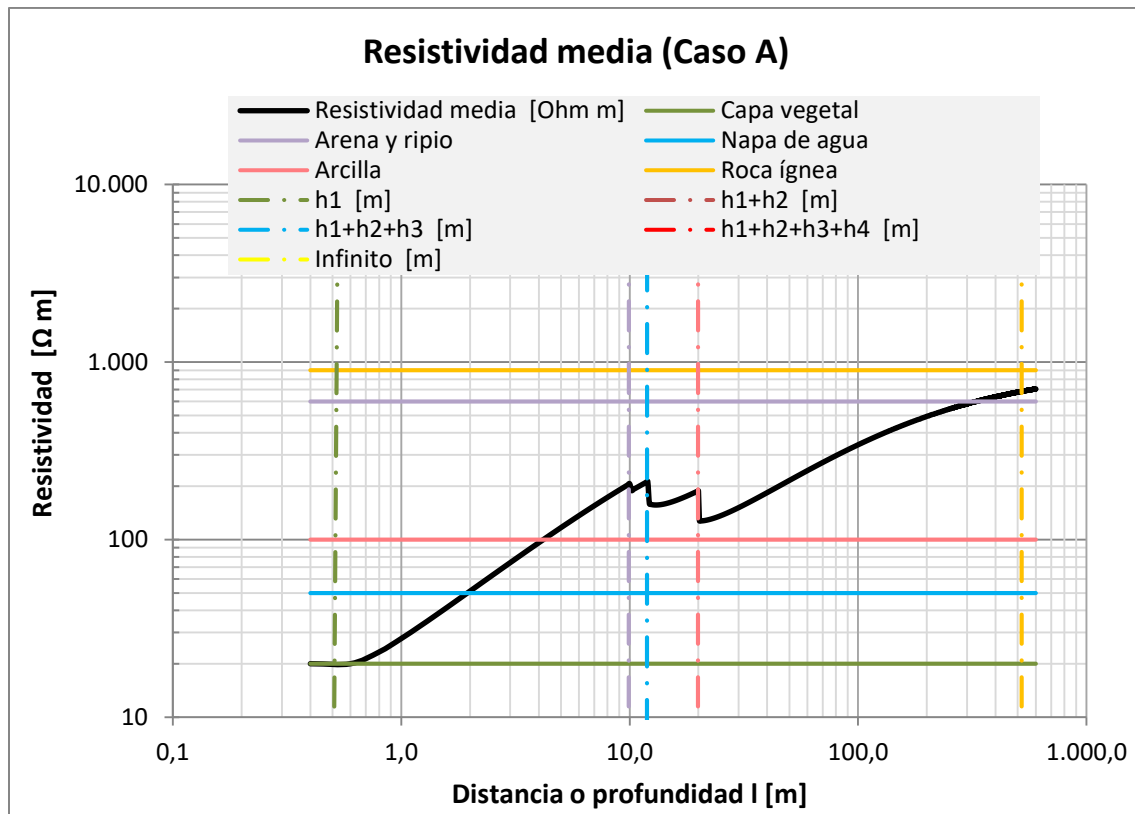


Ilustración 9-19: resistividad en función de la distancia para varias capas, sondeo A

En el caso A, la primera capa, de tierra vegetal cultivada, tiene una resistividad de  $20[\Omega m]$ . Este tipo de suelo es típico de la zona agrícola del valle central de Chile. En esta zona las tierras han sido abonadas, plantadas, regadas, cosechadas y aradas durante mucho tiempo. Por esta razón, dado que contienen abundantes sales y sustancias orgánicas, la conductividad es relativamente alta (baja resistividad). El caso de la gráfica del caso A (en escala log-log, de 3 y 4 décadas respectivamente) se pueden ver claramente el valor de la resistividad y el respectivo punto de quiebre a  $0,6 [m]$ .

En el caso B, la primera capa corresponde a suelos naturales de la Región de Los Lagos, en donde por efecto de las abundantes lluvias, las tierras naturales son muy lavadas. Por esta razón contienen muy pocas sales en disolución y, por lo tanto, su resistividad es relativamente alta. En este caso, la capa vegetal natural presenta una resistividad de  $600 [\Omega m]$  y un espesor de  $0,8 [m]$ .

En la curva del caso A, el quiebre correspondiente a la segunda capa se encuentra a los 10,0 [m], valor que, restado del ancho de la primera capa, nos indica que tiene un espesor de 9,4 [m].

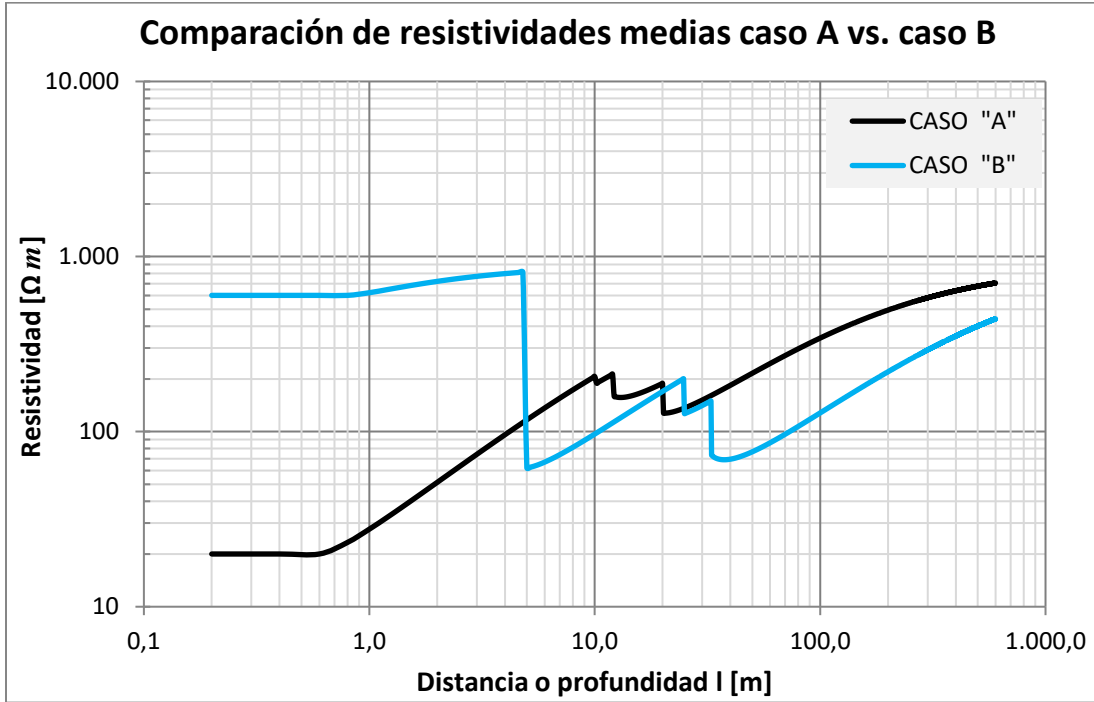


Ilustración 9-20: comparación de resistividades sondeo A y B, largas distancias

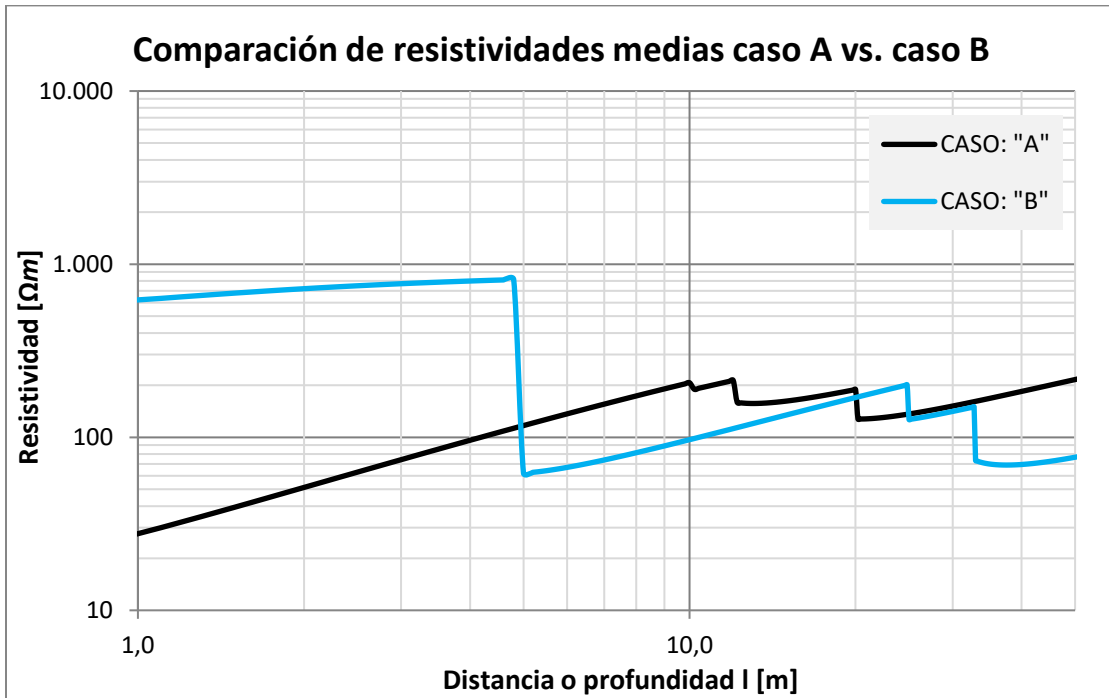


Ilustración 9-21: comparación de resistividades sondeo A y B, cortas distancias

Análogamente, en la curva del caso B, el quiebre correspondiente a la segunda capa se produce a los 4,8 [m], valor que, restado del ancho de la primera capa, nos indica que tiene un espesor de 4,0 [m]. Este procedimiento permite detectar fácilmente la profundidad y ancho de cada capa estratificada. Sin embargo, dado que los valores de la resistividad corresponden al valor medio ponderado a la profundidad  $l$ , no es fácil discriminar el valor de la resistividad de cada capa separadamente.

Para resolver este problema, los ingenieros Ernesto Orellana y Harold M. Mooney, de la Universidad de Minnesota, publicaron en Madrid en el año 1966 un valioso conjunto de curvas titulado *Tablas y curvas patrón para sondeos eléctricos verticales sobre terrenos estratificados*. En este conjunto de tablas y curvas, aparecen dibujadas en escala log-log prácticamente todas las combinaciones de capas, espesores, profundidades y resistividades posibles. La comparación visual de la curva experimental real con alguna de las múltiples curvas que aparecen dibujadas en la mencionada publicación, permite determinar el espesor, profundidad y resistividad de cada capa.

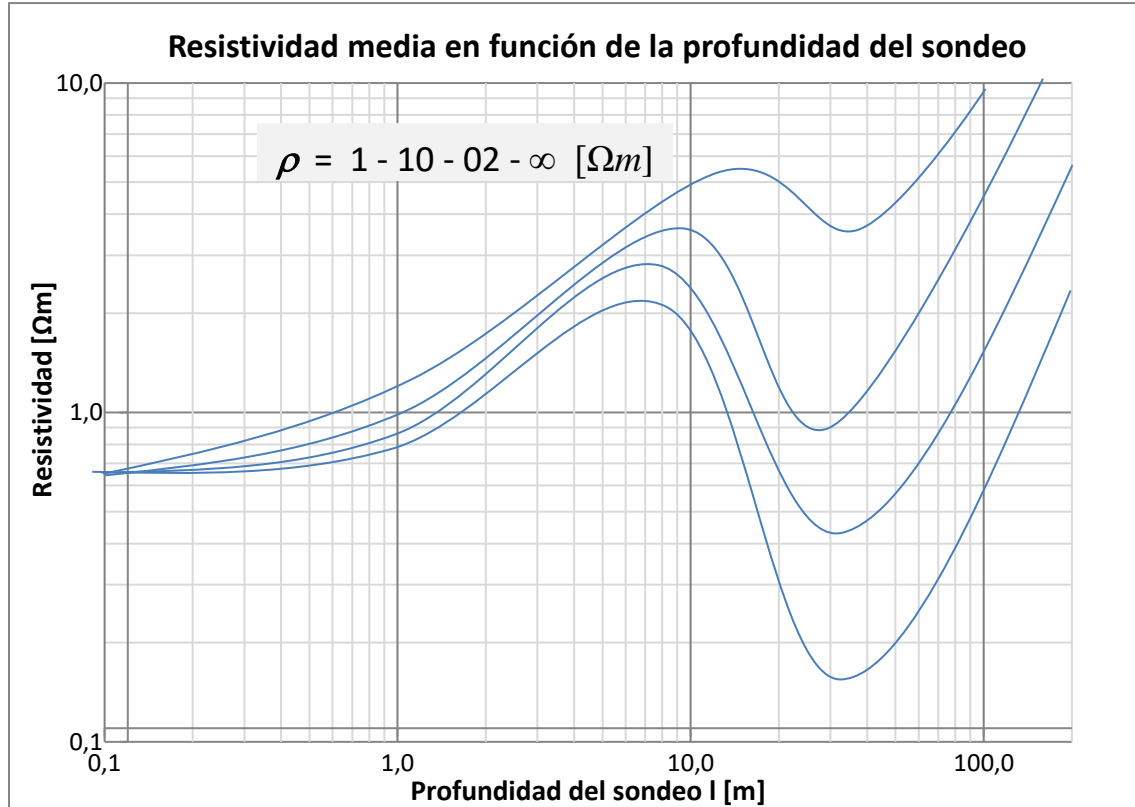


Ilustración 9-22: resistividad media en función de la profundidad de sondeo

Hemos dibujado en la Ilustración 9-22 una curva, similar a las que se muestran en la mencionada publicación, en la cual se muestran tres (3) quiebres o cambios de pendiente, correspondientes a cuatro (4) capas: El primero alrededor de los 0,6 [m], el segundo entre 3 [m] y 8 [m] y el tercero entre 10 [m] y 25 [m].

En esta familia de curvas, el valor de la resistividad de cada una de las cuatro capas es igual a 1, 10, 0,2, 3 e  $\infty$  veces el valor de la resistividad de referencia  $\rho_1$  de la primera capa. Así, por ejemplo, si el valor  $\rho_1$  [m] de la primera capa es 20 [ $\Omega m$ ], entonces el valor de  $\rho_2$  es 200 [ $\Omega m$ ], el de  $\rho_3$  es 4,0 [ $\Omega m$ ], el de  $\rho_4$  es 60 [ $\Omega m$ ] y el valor de  $\rho_5$  arbitrariamente alto.

En la práctica se acostumbra a dibujar las curvas experimentales en papel log-log transparente, lo que permite calzarlas con algunas de las múltiples curvas de la mencionada publicación. Obviamente en la actualidad, es posible encontrar programas computacionales capaces de hacer exactamente el mismo trabajo para lo cual basta con indexar apropiadamente los datos experimentales de terreno para obtener las respuestas buscadas. En la hoja "Resistividad por capas" del archivo asociado al Capítulo 9 en la página web del libro, el lector podrá graficar y tabular la resistividad equivalente para diversos valores de resistividad de terreno y profundidades.

## 9.6 Aplicaciones prácticas

### 9.6.1 Descargas eléctricas sobre las personas

El cuerpo humano es altamente sensible a las descargas eléctricas. Entre otras, las consecuencias son:

- Quemaduras externas e internas;
- Daño irreparable al sistema nervioso y/o cerebro;
- Fibrilación, paro cardíaco o
- Contracción muscular: rigidez, inmovilidad, asfixia.

Desde el punto de vista eléctrico, hay que considerar que tanto el sistema nervioso, como el sistema sanguíneo son buenos conductores de la electricidad: Interconectan todos



los órganos y partes del cuerpo. La piel, en cambio, es relativamente mala conductora y sus propiedades dependen fuertemente de su humedad, grado de sudoración y/o sequedad.

Según diversas experiencias y trabajos estadísticos, el valor de las resistencias del cuerpo presenta características no lineales: cuando las tensiones aplicadas son bajas, las resistencias son relativamente más altas y cuando las tensiones aplicadas son superiores a 1.000 [V], se estabilizan en valores algo inferiores. En la Ilustración 9-24 se muestra el resultado de algunas informaciones que hacen referencia a la norma IEC N° 470-1. Estadísticamente, para tensiones bajas la resistencia del cuerpo está comprendida entre 1,8 [kΩ] y 6,1 [kΩ] y para tensiones superiores a 1.000 [V], los valores se estabilizan entre 0,8 [kΩ] y 1,8 [kΩ].

Los estudios y publicaciones sobre el tema acostumbra a representar cada miembro y parte del cuerpo por una resistencia: resistencia de los brazos, de las piernas, del tronco y del cuello y cabeza<sup>47</sup>.

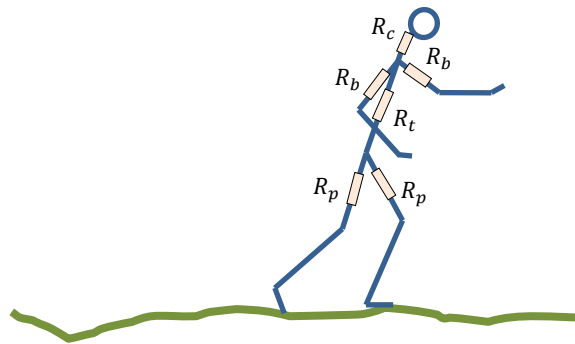


Ilustración 9-23: resistencias en partes del cuerpo humano

La energía  $E$  asociada a una descarga eléctrica está dada, para  $i = \frac{u}{R_H}$ , por:

$$E = \int i^2 \cdot R_H \cdot \partial t = \int \frac{u^2}{R_H} \partial t$$

<sup>47</sup> En algunas publicaciones las resistencias del cuerpo se refieren a la resistencia mano-mano. Las demás resistencias, como por ejemplo pie-pie, mano-pie, mano-cabeza, pie-cabeza, etc., se presentan como una proporción de la resistencia mano-mano.

Esta ecuación nos indica que para atenuar al máximo la energía de las descargas eléctricas y, por lo tanto, los efectos sobre las personas, es necesario minimizar las tensiones, maximizar las resistencias y minimizar el tiempo de exposición lo que, en la práctica, se traduce en las siguientes medidas prácticas:

- Minimizar las tensiones de contacto: establecer ambientes y superficies equipotenciales.
- Maximizar las resistencias: utilizar guantes, zapatos, ropa y cascos de alta resistencia eléctrica.
- Minimizar el tiempo de exposición: detectar y despejar las fallas y contactos a tierra lo más rápido posible.

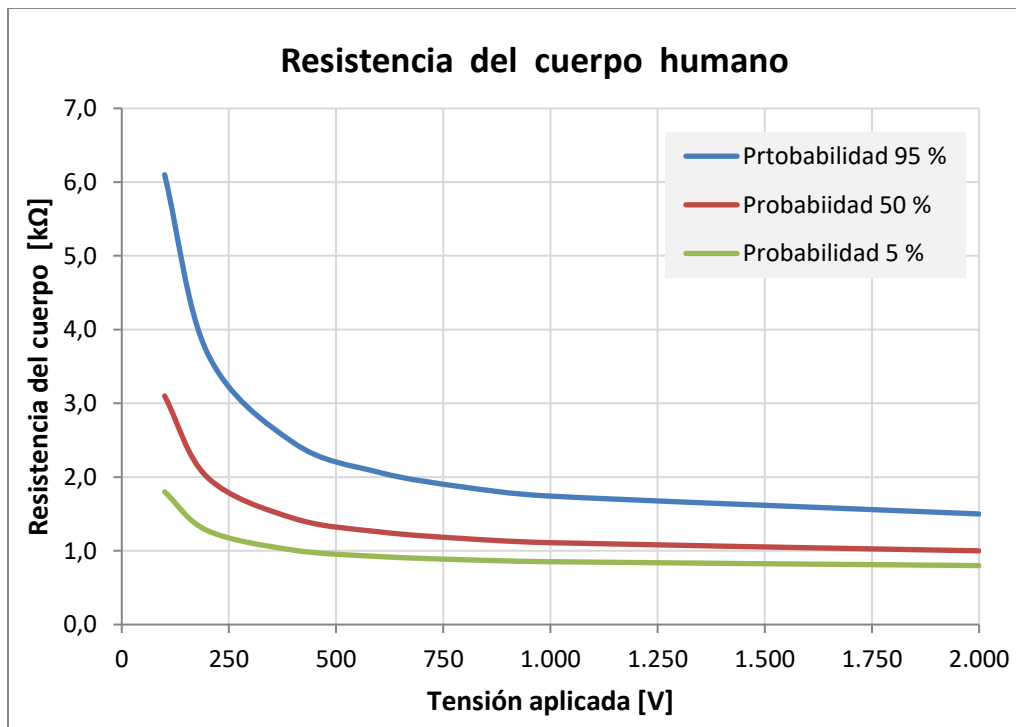


Ilustración 9-24: resistencia del cuerpo humano

Al respecto es necesario considerar que, dado que la experimentación sobre personas es éticamente inadmisibles, algunos investigadores se han dado a la tarea de analizar estadísticamente las causas y efectos sobre personas que han sufrido accidentes reales, lo que, combinado con experiencias realizadas con animales (perros, cerdos y otros) y,

eventualmente, con algunos voluntarios, actualmente nos permite tener un conjunto de informaciones confiables y suficientes para proyectar y construir sistemas seguros.

En la Ilustración 9-25 se muestran algunos resultados estadísticos aproximados, extraídos de informaciones contenidas en la IEC 489-1, que muestran la corriente en función del tiempo de descargas capaces de producir fibrilación cardíaca.<sup>48</sup>

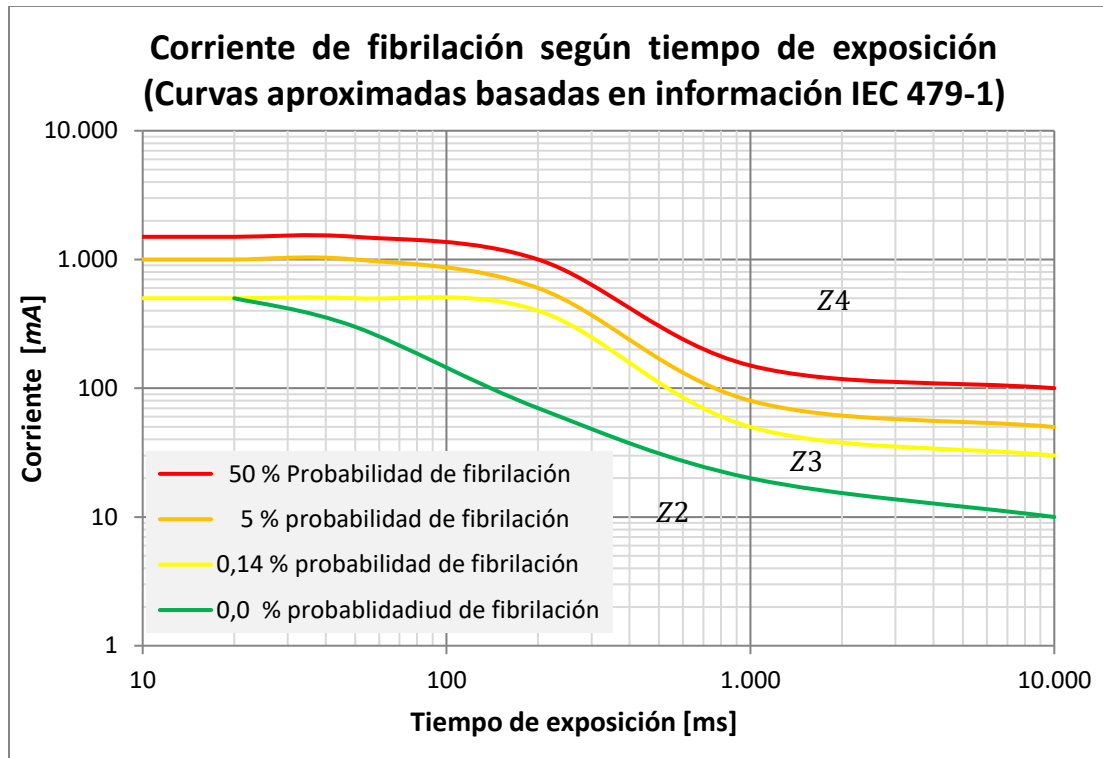


Ilustración 9-25: corriente de fibrilación según tiempo de exposición

Las zonas Z2, Z3 y Z4, se refieren al grado de peligrosidad y/o morbilidad de las descargas eléctricas:

- Zona Z4 : probabilidad de fibrilación mayor al 50 %.
- Zona Z3 : probabilidad de que haya fibrilación.
- Zona Z2 : fibrilación poco probable.

<sup>48</sup> Publicaciones recomendadas:

- Charles F. Dalziel AIEE, Vancouver 1953.
- Chien-Hsing Lee y Skis Meliopoulus, Taiwan 1999.

Estos resultados no hacen mención a otros daños tales como quemaduras y/o contracciones musculares. No obstante, nos dan una idea respecto de la peligrosidad de las descargas eléctricas, tanto en cuanto al nivel de corriente, como a la duración de las descargas. En resumen, independientemente de otras consideraciones técnicas, esta información permite diseñar sistemas de puesta a tierra considerando apropiadamente las condiciones de seguridad necesarias.

Así, por ejemplo, para la tensión domiciliaria máxima de 300 [V] y la resistencia del cuerpo mínima probable de 1 [kΩ], la corriente en el cuerpo podría alcanzar los 300 [mA]. Según la gráfica, en estas circunstancias las protecciones del sistema eléctrico deberían ser capaces de detectar este nivel de corriente e interrumpirla en menos de 50 [ms]. Para sistemas de 50 [Hz], este tiempo corresponde a 2,5 ciclos.

La curva de operación de los protectores diferenciales de 30 [mA], que se comercializan para aplicaciones domiciliarias según normas IEC, presentan las siguientes características:<sup>49</sup>

Tabla 9-8: tiempos de operación para corrientes de falla según IEC

Corriente de falla[mA]	Tiempo de operación[ms]
≤ 20	∞
30	50
300	21
≥ 500	20

Como se ve, al tiempo de operación para la corriente indicada de 300[mA] es del orden de 21 [ms], por lo tanto, cumple perfectamente para las condiciones señaladas.

---

<sup>49</sup> Extraído de un manual técnico / comercial europeo.

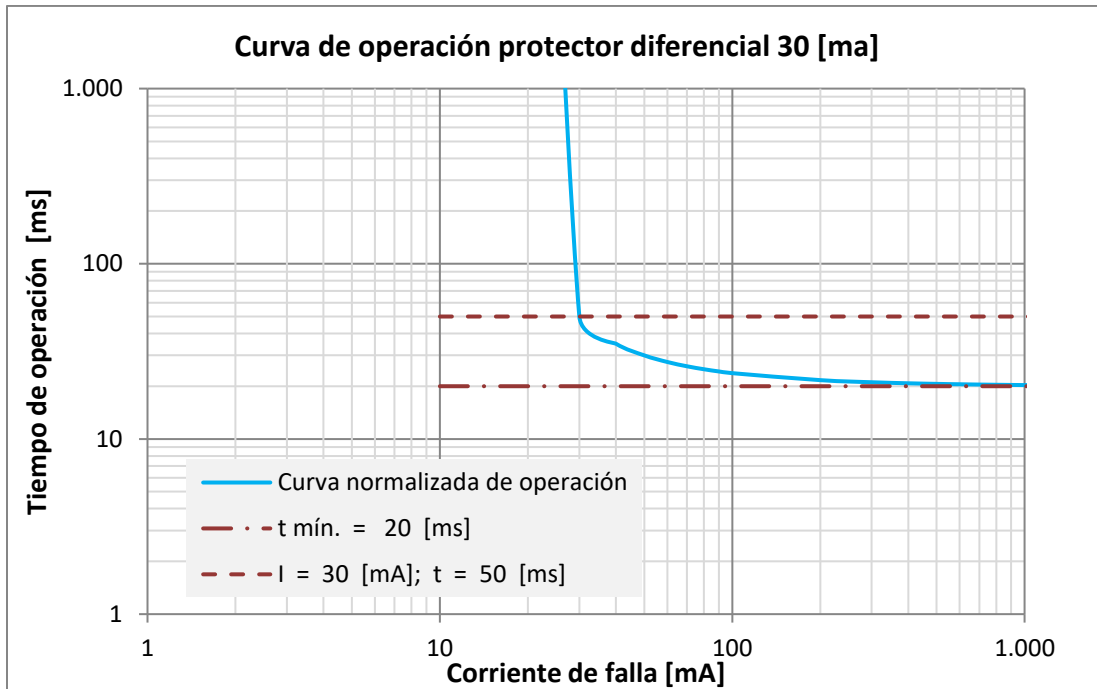


Ilustración 9-26: curva de operación protección diferencial

### 9.6.2 Materiales utilizados en malla de puesta a tierra

Los materiales que comúnmente se utilizan para la construcción de mallas y electrodos de puesta a tierra son, entre otros, los siguientes:

- Cables y alambres de cobre desnudo de diversos calibres;
- Cables flexibles de cobre aislado de diversos calibres;
- Placas, conectores, pernería y piezas fundidas de cobre, latón o bronce;
- Placas, conectores, barras, estacas y piezas mecanizadas de acero inoxidable;
- Varillas rígidas de acero recubierto con cobre depositado por electrolisis,
- Cimientos de hormigón armado;
- Aditivos químicos y
- Empréstitos de tierra vegetal adicional.

Lo normal es que una malla de tierra se construya con diversas combinaciones de estos materiales. Obviamente, la idea es cumplir con el valor de los parámetros eléctricos requeridos al menor costo posible y de manera que permanezcan estables en el tiempo.

#### 9.6.2.1 Cables, láminas y piezas de cobre

Este material es uno de los que mejor se adapta para la construcción de mallas y electrodos de puesta a tierra. Es de muy baja resistividad, dúctil, maleable, soldable y mecanizable, lo que lo hace ideal para cables, láminas y diversas partes y piezas de conexión tales como mordazas, pernos, terminales, etc.

En contacto con el aire en su superficie se forma una delgada película dura de color negro de óxido ( $CuO$ ). El óxido de cobre, si bien no es tan buen conductor, lo sella y protege, evitando que el proceso de oxidación continúe hacia el interior de la pieza. Sin embargo, como sabemos, dado su elevado costo, el proyectista debe tratar de minimizar sus aplicaciones.

El cobre se puede aliar fácilmente en diversas proporciones con estaño y/o zinc para la fabricación de una infinidad de piezas de latón o bronce, tales como terminales, conectores, prensas, mordazas, pernos, entre muchas otras piezas, de amplia aplicación en la construcción de mallas y electrodos de puesta a tierra.

#### 9.6.2.2 Láminas y piezas de acero inoxidable

Las cualidades eléctricas de este material son también muy buenas para su aplicación como electrodo de puesta a tierra. Su costo es menor que el del cobre.

Dado que es muy duro, resistente y poco maleable, no sirve para la fabricación de cables conductores. Se aplica principalmente como lámina de piso o pisadera para que en ella se puedan parar los operadores de instalaciones de alta tensión que, eventualmente, quedan expuestos a algunos riesgos eléctricos durante la operación de conectadores y otros equipos de maniobra de alta tensión. También es común su aplicación en varillas de conexión a tierra, mordazas y piezas mecanizadas para conexionados.

Para su interconexión con cables y terminales de cobre, dado que su electronegatividad es diferente, se produce una diferencia de potencial en la superficie de contacto, que genera corrosión electroquímica. Para evitar este fenómeno es necesario

utilizar conectores, mordazas o prensas de compresión, especialmente contruidos para evitar este fenómeno.

#### 9.6.2.3 Acero y hierro de construcción común

Las cualidades eléctricas de este material también son suficientemente buenas y aceptables para su aplicación como electrodo de puesta a tierra. Su costo es, desde luego, mucho menor que el del acero inoxidable.

En contacto con el oxígeno del aire se oxida fácilmente formándose una cadena de oxidación hacia el interior de la pieza: se van formando cascarillas de óxido ferroso ( $FeO$ ) el que, a su vez, se vuelve a oxidar formando óxido férrico ( $Fe_2O_3$ ), que progresa hacia el interior hasta destruirla completamente. Por esta razón, para poder utilizarlo como electrodo de conexión a tierra, necesariamente debe protegerse contra la corrosión electroquímica y oxidación.

Normalmente se utiliza como varilla o estaca de conexión a tierra. Con este objeto se recubre y protege con una delgada capa de cobre, mediante un económico proceso de electrodeposición por electrólisis. Se comercializa con el nombre de Barras Copperweld en varillas de 16 [mm] de diámetro, de 1,5 [m] ó 3 [m] de longitud.

Aprovechando las cualidades semiconductoras del hormigón, también se utiliza como conductor de puesta a tierra en cimientos y bases de hormigón armado de edificios y torres metálicas. En este tipo de aplicaciones, el cable exterior de cobre se conecta directamente a las armaduras y canastillos el cual, dado que se encuentra completamente protegido y cubierto por el hormigón, se mantiene inalterable en el tiempo. Al igual que en el caso del acero inoxidable, la interconexión con los conductores de cobre debe hacerse mediante prensas especialmente diseñadas para evitar el fenómeno de corrosión electroquímica.

#### 9.6.2.4 Aditivos químicos

Cuando la conductividad del terreno es demasiado alta y resulta imposible rebajar el valor de la resistencia tierra a los valores requeridos, es muy común agregar algunos aditivos químicos tales como cementos conductores, carbón vegetal, sales poco solubles de alta

conductividad, entre otros, de manera que los conductores y electrodos metálicos queden envueltos en estos aditivos. De esta manera, se aumenta artificialmente el diámetro y superficie de contacto del electrodo metálico con el terreno natural, con el resultado de que la resistencia a tierra disminuye notablemente.

En efecto, en vez de aumentar el diámetro de los electrodos con metales de alto costo, lo que se hace es aumentar artificialmente sus dimensiones con materiales semiconductores de bajo costo, lo que, desde luego es mucho más económico.

Así, por ejemplo, si se desea instalar varias varillas Copperweld de 3 [m] de longitud en una roca de alta resistividad, lo que se puede hacer es barrenar la roca con perforaciones de 50 [mm] de diámetro, en las que se introducen las varillas de 16 [mm]. Luego las perforaciones se llenan con alguno de estos aditivos de alta conductividad. La resistencia a tierra resultante disminuye según la siguiente relación. Para:

$$R_1 = \frac{\rho}{2\pi l} \ln\left(\frac{2l}{d_1} + 1\right) \quad ; \quad R_2 = \frac{\rho}{2\pi l} \ln\left(\frac{2l}{d_2} + 1\right)$$

La relación entre las resistencias es:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\ln\left(\frac{2l}{d_2} + 1\right)}{\ln\left(\frac{2l}{d_1} + 1\right)} = \frac{\ln\left(\frac{2 \cdot 3}{0,050} + 1\right)}{\ln\left(\frac{2 \cdot 3}{0,016} + 1\right)} = 0,81$$

En terrenos de alta resistividad también es muy común utilizar tubos de PVC perforados de 100 [mm] de diámetro o mayores, dentro del cual se instala una varilla del tipo Copperweld o tubo de cobre y llenado con algunos de estos cementos o sales conductores poco solubles.

Estos tubos, conocidos como raíces eléctricas, se entierran dejando una boca superior por la cual se vierte agua. Al quedar completamente tapados y humedecidos, las sales escurren por las perforaciones del tubo de PVC, creándose a su alrededor raíces de fibras conductoras que impregnan el suelo natural, con el resultado de que es posible obtener resistencias a tierra sensiblemente más bajas que las que se obtienen con las varillas.



Dado que el PVC es un material aislador y, por lo tanto, no sirve como electrodo de puesta a tierra, en este tipo de soluciones el material que hace el papel de electrodo son justamente las raíces, las cuales, a su vez, están en contacto eléctrico con la varilla o tubo metálico instalado al interior del tubo de PVC.<sup>50</sup>

Si bien este tipo de soluciones son bastante económicas, lo que ocurre en la práctica, particularmente en zonas lluviosas, es que las sales terminan disolviéndose y escurriendo completamente, con el agravante de que, dado de que por medio hay un tubo de PVC aislador, la conducción eléctrica se interrumpe y el electrodo de puesta a tierra deja de funcionar. Por esta razón, no recomendamos este tipo de soluciones a menos, naturalmente, que se trate de zonas en donde nunca llueve, o que, en vez del tubo de PVC, se utilicen tubos de cobre o acero inoxidable.<sup>51</sup>

### 9.6.2.5 Empréstitos de tierra vegetal

También es muy común recurrir a la aplicación de capas de tierra vegetal a lo largo de las excavaciones por donde se tienden los cables de las mallas reticuladas. En estas aplicaciones se acostumbra a aplicar una cama de 0,10 [m] y, luego, antes de tapar y compactar, aplicar otra cama de 0,10 [m]. Para una excavación de 0,5 [m] de ancho, se necesitan alrededor de 0,10 [m<sup>3</sup>] de tierra vegetal por metro lineal de excavación, cuyo costo puede ser bastante alto.

Dado que, en general, este tipo de materiales no está sujeto a reglamentaciones o controles de calidad, en muchos casos no tiene las propiedades eléctricas que se esperan. Para remediar este tipo de incertidumbres es común mezclar la tierra vegetal disponible con carbón vegetal pulverizado, lo que también encarece los costos.

---

<sup>50</sup> La resistencia a tierra resultante obedece a las mismas ecuaciones desarrolladas en los párrafos anteriores, en las cuales es necesario considerar el diámetro medio de las raíces o de la cama de tierra vegetal.

<sup>51</sup> Desgraciadamente algunos instaladores inescrupulosos utilizan este tipo de electrodos solo con el objeto de aprobar las revisiones técnicas, a sabiendas que en el futuro no se mantendrán los valores informados.

### 9.6.3 Aplicaciones prácticas según función de la malla

A continuación, se describen separadamente cuatro (4) tipos de mallas o electrodos de puesta a tierra, cada uno de los cuales está concebido para cumplir funciones eléctricas completamente diferentes entre sí:

- Destinados a proveer superficies equipotenciales con fines de seguridad.
- Destinados a disipar descargas atmosféricas.
- Destinados a descargar interferencias inducidas en cables de antena.
- Destinados a utilizar la tierra como conductor en transmisión unifilar.

En algunos proyectos típicos es necesario considerar varias de estas aplicaciones simultáneamente, lo que plantea la necesidad de analizar separadamente su comportamiento frente a cada una.

#### 9.6.3.1 Sistemas de tierra destinados a proveer superficies equipotenciales

Un conductor ideal es, por definición, una superficie equipotencial de resistencia nula. Cuando por su superficie circula corriente eléctrica no hay pérdidas de energía y por, lo tanto, no hay caídas de tensión. Sin embargo, dado que todos los materiales conductores, en particular los suelos, tienen cierto nivel de resistencia eléctrica, siempre se producen caídas o diferencias de tensión entre los puntos por donde circula corriente eléctrica.

Este concepto, aplicado a las corrientes de cortocircuito a tierra o a las descargas atmosféricas que, eventualmente, se pueden producir en subestaciones, antenas de telecomunicaciones o edificios, nos plantea la posibilidad de que en las áreas de circulación se puedan producir diferencias de potencial mayores a las máximas seguras para las personas y/o equipos.

Por esta razón, es necesario asegurar que las superficies de los equipos, suelo y estructuras accesibles a las personas, mantengan un nivel de resistencia superficial suficientemente bajo, de tal manera que, en la eventualidad de que se produzcan corrientes elevadas, las caídas de tensión entre los puntos de contacto sean inferiores a las máximas admisibles.

Consideremos una subestación o instalación eléctrica de alta tensión, debajo de la cual se ha instalado una malla de tierra reticulada de extensión  $A$ , rodeada por un cerco metálico de seguridad como el que se muestra en la figura, a la cual se han conectado las carcasas de todos los equipos, incluso el cerco metálico.

Consideremos, además, que la resistencia a tierra  $R_T$  de la malla se puede representar por una semiesfera equivalente virtual de diámetro  $D_{sev}$ . Si eventualmente se produce una falla de aislamiento a tierra, la corriente de falla  $I_{cc}$  será, para  $R_T = \frac{\rho}{\pi D_{sev}}$ :

$$I_{cc} = \frac{U_{fn_n}}{R_T}$$

En que:

$U_{fn_n}$  : tensión nominal al neutro del sistema (a tierra).

Al circular corriente desde la fase hacia la malla de tierra y desde allí hacia el suelo natural, la gradiente de potencial, la caída de tensión a la distancia  $r$ , con respecto a la tensión nominal al neutro, está dada por:

$$U(r) = U_{fn_n} \left( 1 - \frac{D_{sev}}{2r} \right)$$

La tensión de paso  $\Delta U_{pp}$ , la diferencia de tensión a la distancia  $r$  entre dos superficies equipotenciales, separadas por un paso  $\Delta L_{pp}$ , es:

$$\Delta U_{pp} = \left( \frac{D_{sev}}{2} \right) \frac{U_{fn_n}}{r^2} \Delta L_{pp}$$

La tensión de paso disminuye en forma inversa de la distancia. Su valor máximo se produce cuando un pie (o la mano) hace contacto directo con el cerco y el otro pie permanece en el suelo fuera de ella, a la distancia  $\Delta L_{pp}$ .

Para  $r = \frac{A}{2}$  y  $A \approx \frac{D_{sev}}{0,6}$

$$\Delta U_{pp_{m\acute{a}x}} = \left( \frac{1,2U_{fn_n}}{A} \right) \Delta L_{pp}$$

Según esta expresión vemos que, si se desea limitar la tensión de paso  $\Delta U_{pp}$  a un determinado valor máximo, para un paso normal  $\Delta L_{pp}$ , la malla debe tener una extensión  $A$  igual o superior a:

$$A(\geq) 1,2 \left( \frac{U_{fn}}{\Delta U_{pp}} \right) \Delta L_{pp}$$

Considerando que la resistencia  $R_{pp}$  (pie-pie) del cuerpo humano mínima probable es  $1,9 [kV]$  y que la corriente máxima tolerable es de  $300 [mA]$  durante un tiempo máximo de  $30 [ms]$ , la tensión de paso debería ser inferior a  $570 [V]$ . Con esta información y, según la ecuación desarrollada, la extensión  $A$  de la malla debería ser igual o mayor a la indicada en la Tabla 9-9.

Tabla 9-9: extensión mínima de malla de puesta a tierra

$U_{fn} [kV]$	$U_{ff} [kV]$	$A [m]$	$D_{sev} [m]$
0,23	0,4	0,2	0,1
2,89	5,0	3,0	1,8
6,93	12,0	7,3	4,4
7,62	13,2	8,0	4,8
8,66	15,0	9,1	5,5
13,3	23	14	8
25	44	27	16
38	66	40	24
64	110	67	40
127	220	134	80
289	500	304	182

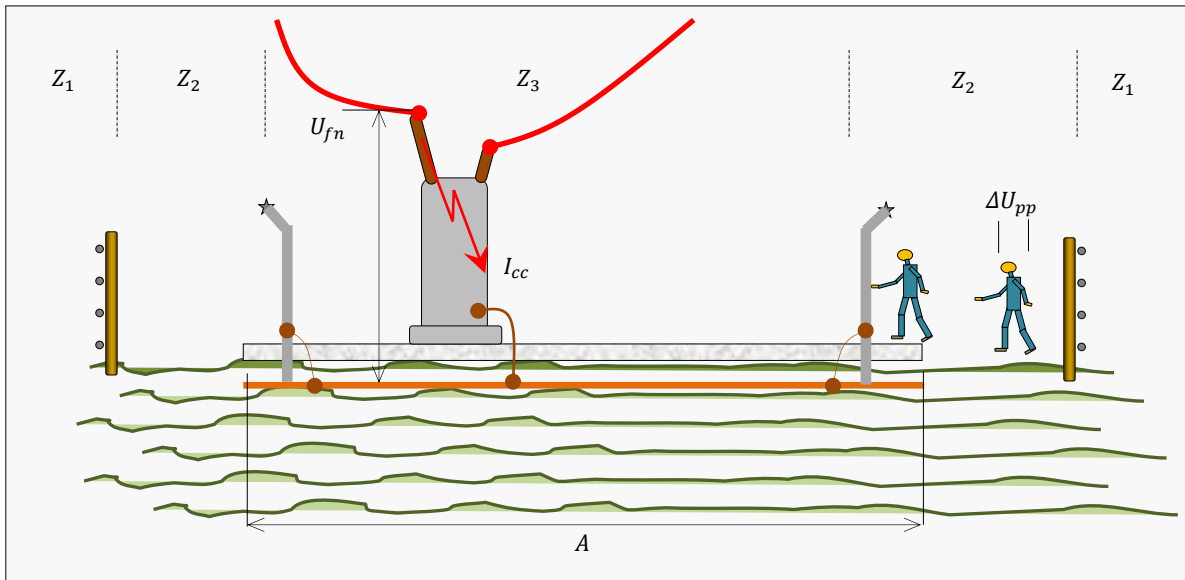


Ilustración 9-27: esquema de extensión de malla de puesta a tierra

En algunos casos, particularmente en subestaciones de alta tensión instaladas en áreas urbanas, no siempre es posible disponer de terrenos tan extensos como los que se deducen de esta relación. Además, dado que el costo de este tipo de obras es proporcional a la superficie cubierta ( $S = A^2$ ), es común aplicar algunas de las técnicas de construcción que se describen a continuación, las cuales permiten reducir la extensión y costo de la malla.

### 9.6.3.2 Cerco metálico de seguridad separado del límite de extensión A

Como se muestra en la Ilustración 9-27, es muy común instalar el cerco perimetral metálico de protección a 1,0 [m] de distancia, detrás del límite A de la malla. El caminante que pretenda apoyarse en el cerco deberá pisar primero sobre el terreno enmallado, lo que lleva automáticamente la tensión  $\Delta U_{pp}$  a cero.

Dado que el suelo bajo el pasillo perimetral exterior y toda el área interior de la instalación está enmallado y, además, la carcasa de todos los equipos y estructuras metálicas están sólidamente conectados a la malla, las superficies conductoras exteriores se encuentran al mismo nivel de tensión. Por lo tanto, la tensión de paso  $\Delta U_{pp}$  (o de toque mano-pie  $\Delta U_{mp}$ ) es, prácticamente, nula.

Este tipo de áreas corresponden y se clasifican como zonas de seguridad categoría  $Z_3$ , dentro de las cuales solo se permite el acceso de personal calificado, equipado con ropa

de seguridad apropiada: zapatos, casco y guantes. Gracias a estos elementos, la resistencia  $R_{pp}$  es mucho mayor a  $1,9 [k\Omega]$  y, por lo tanto, la corriente que, eventualmente podría pasar por el cuerpo humano, es sensiblemente inferior a los  $300 [mA]$  considerados en el cálculo descrito.

#### 9.6.3.3 Cerco adicional secundario económico

Adicionalmente, cuando resulta imposible respetar la extensión mínima  $A$ , se acostumbra a instalar un segundo cerco perimetral exterior, mucho más económico que el metálico de protección, el cual establece un área primaria de seguridad  $Z_2$ , dentro de la cual solo puede entrar personal autorizado, que cuente con ropa y entrenamiento compatible con el nivel de peligro potencial que existe en el área: zapatos, casco y guantes de seguridad.

La zona pública exterior a este cerco corresponde a zonas clasificadas y conocidas como zona de seguridad  $Z_1$ , las cuales se consideran 100 % seguras.

#### 9.6.4 Mallas de tierra destinadas a absorber y disipar descargas atmosféricas

La actividad eléctrica atmosférica tiene su origen en las cargas eléctricas que se acumulan en las nubes por efecto del roce con el aire. Las múltiples experiencias y mediciones realizadas en diversos lugares del planeta demuestran que las cargas acumuladas pueden ser positivas o negativas: ocupan posiciones opuestas dentro de una misma nube o en nubes diferentes o con respecto al suelo conductor.

Dado que el aire es muy buen aislador, la acumulación de cargas entre nubes o con la superficie conductora del suelo crea enormes campos eléctricos, al igual que el campo eléctrico entre los conductores de un condensador electroestático, separados por un medio aislador de permitividad dieléctrica  $\epsilon$ .

Cuando el campo eléctrico en algún punto es lo suficientemente intenso, las moléculas del aire se ionizan y se crea un núcleo conductor. Este nivel de la intensidad del campo eléctrico se conoce como límite de rigidez dieléctrica del aire.<sup>52</sup>

A partir del núcleo ionizado conductor, se acorta la distancia entre las superficies conductoras, al mismo tiempo que aumenta el campo eléctrico entre ellas. Se establece, así, una avalancha de cargas eléctricas en la masa de aire ionizado, que se alarga aceleradamente hasta cerrar el circuito: tal es el origen de las chipas eléctricas, relámpagos y rayos.

Según la temperatura y presión, el valor de la rigidez del aire seco y limpio está comprendido en  $1 \left[ \frac{MV}{m} \right]$  y  $3 \left[ \frac{MV}{m} \right]$ . Sin embargo, cuando el medio se encuentra contaminado, húmedo o más cálido estos valores se reducen a la décima parte, aproximadamente.

Las nubes están compuestas por grandes masas de vapor, agua y hielo pulverizados, de caprichosas formas y de diferentes tamaños, que flotan en la atmósfera a diferentes alturas.

Según la ley de Coulomb, la intensidad del campo eléctrico  $\vec{E}_r$  creado por una esfera conductora cargada es proporcional a la carga e inversa del cuadrado de la distancia al punto exterior considerado:

$$\vec{E}_r = \left( \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \right) \frac{\hat{r}}{r^2}$$

En esta ecuación:

$Q$  : carga eléctrica total acumulada en la nube y

$r$  : distancia entre el centro de la esfera equivalente y un punto exterior.

---

<sup>52</sup> Ver más detalles en la sección 6.8.1 Rigidez dieléctrica

Si, en primera aproximación, consideramos que las nubes presentan formas más o menos esféricas y que las cargas se encuentran distribuidas en su masa, el campo eléctrico a la distancia  $r$  entre la nube y el suelo, distante a la distancia  $a$  (o el campo eléctrico entre dos nubes cuyos centros se encuentran a la distancia  $2a$ ) está determinado por:

$$|Q_2| \approx |-Q_1| = Q$$

$$\vec{E}_r \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r^2} + \frac{1}{(2a-r)^2} \right) \hat{r}$$

La intensidad del campo eléctrico es máxima en la superficie de la nube, en el manto de la esfera equivalente de radio  $r_N$ :

$$\vec{E}_{m\acute{a}x} = \vec{E}_r(r = r_n) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_n^2} + \frac{1}{(2a - r_N)^2} \right) \hat{r}$$

La intensidad del campo eléctrico a nivel del suelo (o en el punto intermedio entre dos nubes) es mínima. Su valor es:

$$\vec{E}_{m\acute{i}n} = \vec{E}_r(r = a) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 a^2} \hat{r}$$

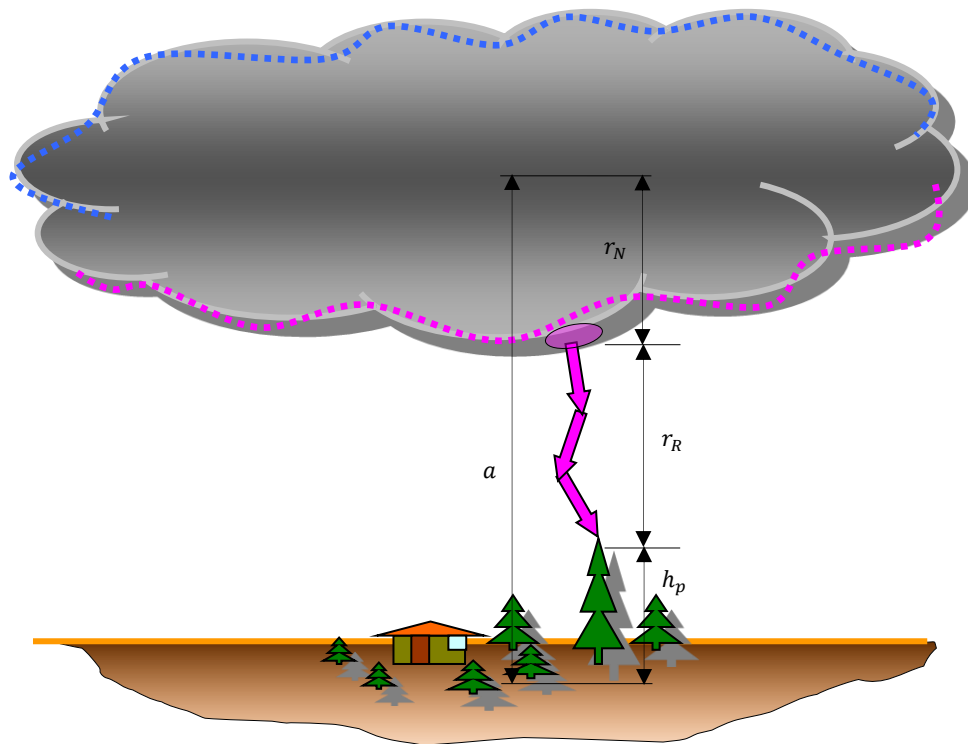


Ilustración 9-28: consideraciones para caracterización de una descarga atmosférica



Si aumenta la carga eléctrica  $Q$  o se acorta la distancia  $a$ , aumenta la intensidad del campo eléctrico. Cuando su valor alcanza el nivel correspondiente a la rigidez dieléctrica  $\vec{E}_{rda}$  del aire, se inicia el proceso de ionización descrito: veremos un relámpago entre nubes o un rayo entre la nube cargada y el suelo.

#### 9.6.4.1 Circuito equivalente y ecuaciones características de un rayo

El circuito equivalente simplificado con que se acostumbra a representar el fenómeno está compuesto por un condensador  $C$ , representativo de la capacidad electrostática del sistema de conductores nube-suelo y una resistencia  $R$  conectada en serie con una inductancia  $L$ , representativas del circuito de descarga.

Cuando el campo eléctrico alcanza el límite de ruptura dieléctrico del aire se cierra el interruptor: se genera el rayo.

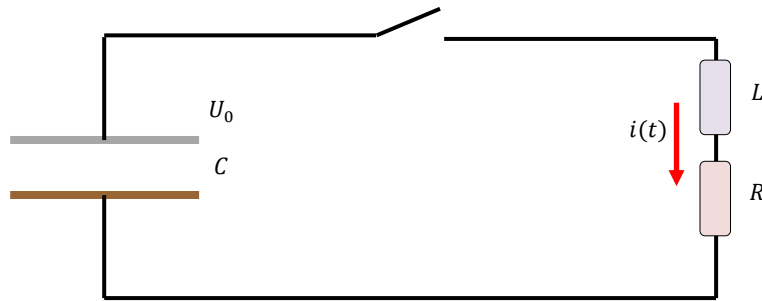


Ilustración 9-29: circuito equivalente de un rayo

Según este modelo, la corriente en el circuito se puede calcular a partir de la siguiente ecuación diferencial lineal:

$$R_A + R_T = R \quad ; \quad q(t) = C \cdot u(t) \quad ; \quad u(t) = \frac{q(t)}{C} = - \left( L \frac{\partial i}{\partial t} + Ri \right)$$

$$L \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + R \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{1}{C} i = 0$$

En esta expresión:

$R_A$  : resistencia del arco del aire ionizado y

$R_T$  : resistencia del circuito de tierra de la instalación.

La resolución de esta ecuación diferencial lineal conduce al siguiente conjunto de ecuaciones características:

$$\tau_1 = \frac{L}{R} \quad ; \quad \tau_2 = RC \quad ; \quad q(t=0) = Q_0 = CU_0 \quad ; \quad i(t=0) = 0$$

- Corriente en función del tiempo:

$$i(t) = \frac{2Q_0}{\tau_2 \sqrt{1 - 4 \frac{\tau_1}{\tau_2}}} \cdot e^{-\frac{t}{2\tau_1}} \cdot \sinh\left(\frac{t}{2\tau_1} \sqrt{1 - 4 \frac{\tau_1}{\tau_2}}\right)$$

- Tensión del sistema nube-suelo en función del tiempo:

$$u(t) = U_0 e^{-\frac{t}{2\tau_1}} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - 4 \frac{\tau_1}{\tau_2}}} \sinh\left(\frac{t}{2\tau_1} \sqrt{1 - 4 \frac{\tau_1}{\tau_2}}\right) + \cosh\left(\frac{t}{2\tau_1} \sqrt{1 - 4 \frac{\tau_1}{\tau_2}}\right) \right]$$

- Potencia descargada en función del tiempo:

$$p(t) = \frac{Q_0 U_0}{\tau_2 \sqrt{1 - 4 \frac{\tau_1}{\tau_2}}} e^{-\frac{t}{\tau_1}} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - 4 \frac{\tau_1}{\tau_2}}} \left( \cosh\left(\frac{t}{\tau_1} \sqrt{1 - 4 \frac{\tau_1}{\tau_2}}\right) - 1 \right) + \sinh\left(\frac{t}{\tau_1} \sqrt{1 - 4 \frac{\tau_1}{\tau_2}}\right) \right]$$

- Tiempo de subida del frente de onda hasta alcanzar la corriente máxima:

$$t_{SI} = \frac{2\tau_1}{\sqrt{1 - 4 \frac{\tau_1}{\tau_2}}} \operatorname{atanh}\left(\sqrt{1 - 4 \frac{\tau_1}{\tau_2}}\right)$$

#### 9.6.4.2 Observaciones de campo y curva de descarga normalizada

Las observaciones de campo han podido demostrar que la mayoría de las descargas atmosféricas presentan un nivel de corriente que aumenta rápidamente en los primeros instantes, alcanza un valor máximo, para luego decaer hasta disiparse.

Teóricamente, según los valores relativos de los parámetros del circuito equivalente, la corriente de descarga podría estar compuesta por un solo pulso que alcanza un valor máximo, para luego decaer exponencialmente (curva A), o por un pulso positivo, seguido de otro negativo que luego decae exponencialmente (curva B) o, también, por una descarga del tipo resonante amortiguada, compuesta por varias oscilaciones alternadas (curva C), tal como se muestra en la Ilustración 9-30.

En base a estas observaciones se ha ideado la Prueba de impulso, concebida justamente para simular los efectos de las descargas atmosféricas sobre los equipos eléctricos (transformadores, aisladores, etc.).

Entre otras publicaciones, cabe mencionar la IEEE Std. 998. Según esta publicación, la norma considera un pulso de subida  $t_s$  comprendido entre 1,2 [ms] y 1,5 [ms] y un tiempo de decaimiento  $t_D$  comprendido entre 40 [ms] y 60 [ms].

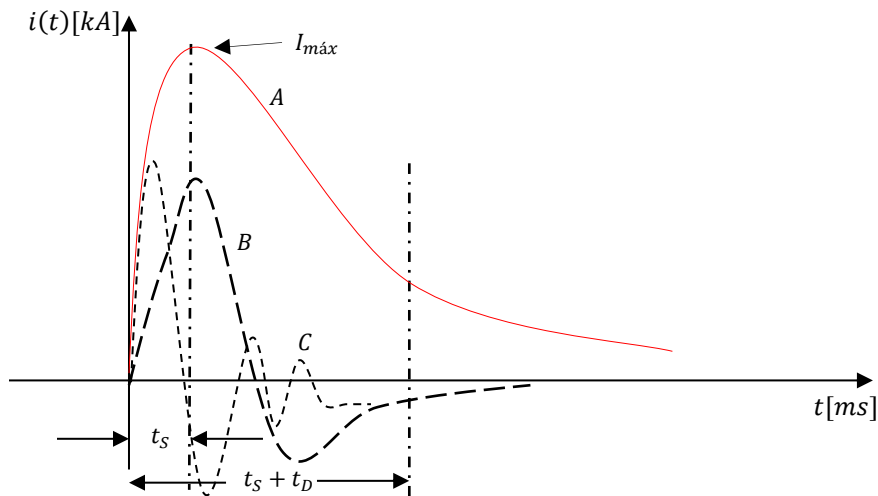


Ilustración 9-30: corriente de descarga de un rayo

#### 9.6.4.3 Estadísticas de intensidad máxima y longitud de los rayos

Las observaciones de campo han permitido determinar que cuanto mayor es la longitud  $r_R$  de los rayos, mayor es el nivel de la intensidad máxima  $I_{máx}$ . La relación estadística entre ambos parámetros conduce a fórmulas empíricas del tipo:

$$I_{máx} \approx Ar_R^\alpha$$

Entre otras, la IEEE recomienda la fórmula de J.D. Anderson, graficada en la Ilustración 9-31:

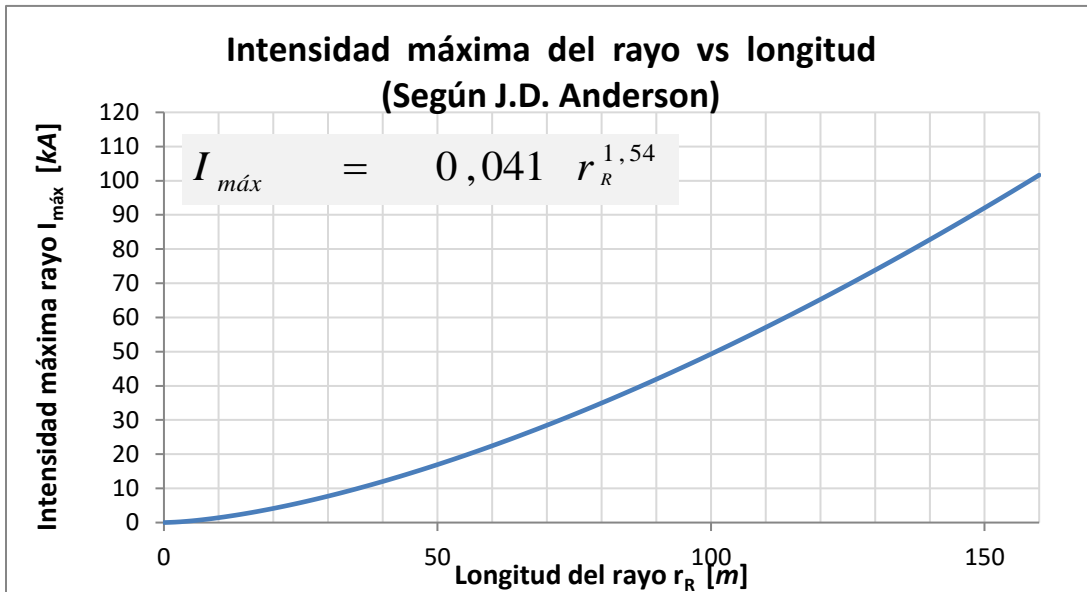


Ilustración 9-31: intensidad máxima corriente del rayo

Según estos mismos estudios y observaciones, la probabilidad de ocurrencia de una determinada intensidad máxima responde a la distribución estadística que se muestra en la Ilustración 9-32.

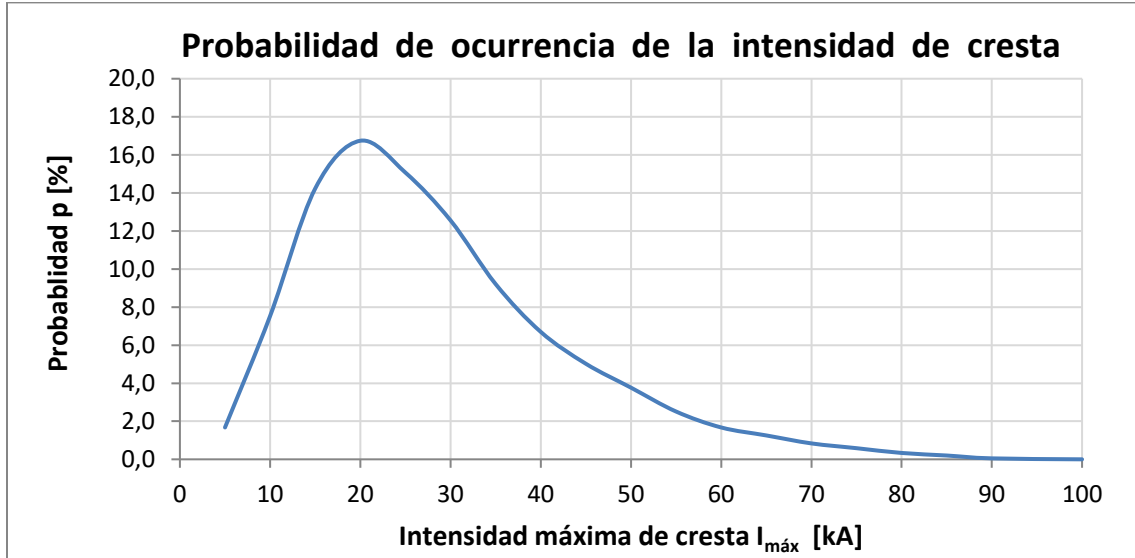


Ilustración 9-32: probabilidad de ocurrencia de la intensidad de cresta del rayo

Así, por ejemplo, la intensidad máxima más frecuente es del orden de 20 [kA], con una probabilidad de ocurrencia del 16 [%]. La intensidad máxima media es del orden de 45 [kA], con una probabilidad de ocurrencia del 5 [%]. En algunos casos se han medido descargas superiores al 100 [kA], con una probabilidad de ocurrencia inferior al 0,1 [%].

9.6.4.4 Modelo de la esfera rodante (*rolling sphere model*)

Algunas normas y criterios de diseño de origen americano postulan que, por la simetría esférica del campo eléctrico, todos los puntos situados a la distancia  $r_R$  del punto inicial de ionización están sometidos a la misma intensidad  $|\vec{E}_r|$ .

En la Ilustración 9-33 se ha dibujado una esfera rodante, que simula el desplazamiento del punto inicial de ionización en la superficie de la nube. Corresponde al lugar geométrico de todos los puntos situados a una misma distancia del punto inicial de ionización. Al rodar, la esfera virtual debe apoyarse y pasar por encima de los accidentes conductores conectados a tierra que encuentra en su camino.

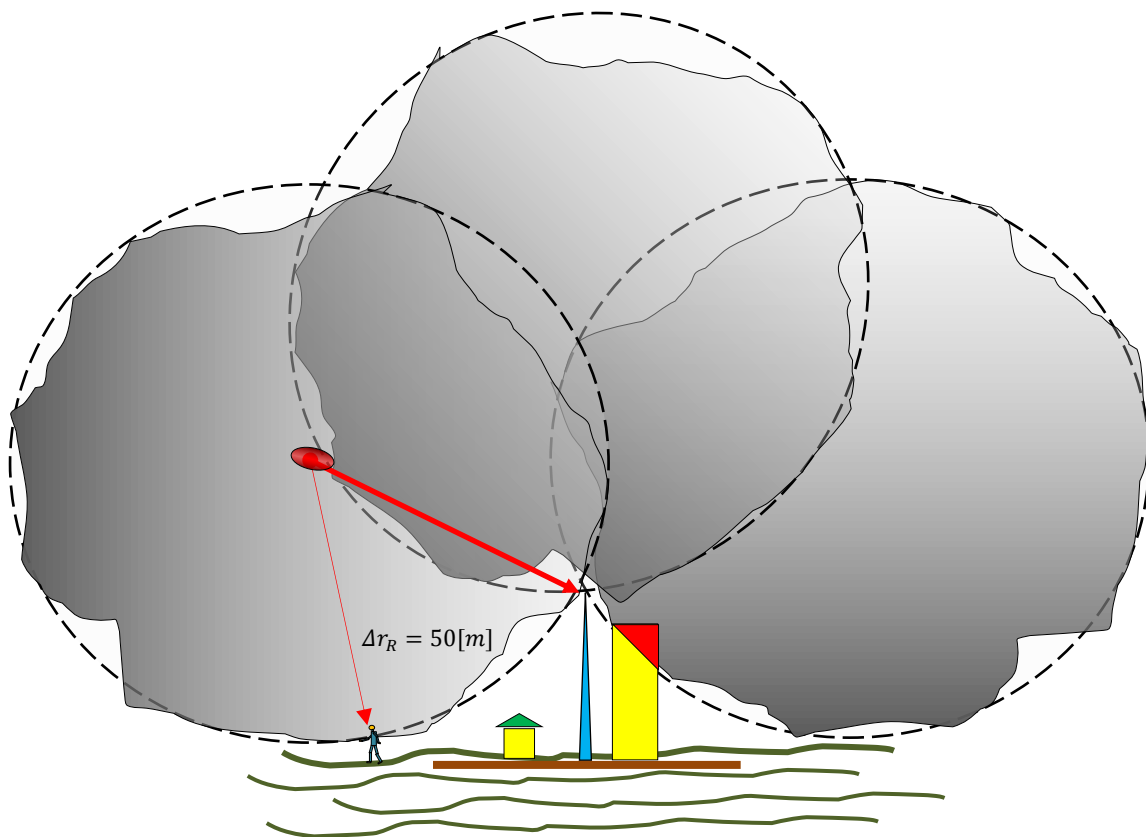


Ilustración 9-33: modelo esfera rodante y punto ionización

Si un rayo alcanza la punta del pararrayos, todos los puntos que se encuentren a mayor distancia del mismo punto generador se encuentran protegidos. Según este modelo, el espacio de protección que brinda el pararrayos es un cono de manto esférico de radio  $r_R$ .

Si una persona camina por el suelo fuera de la zona de protección, queda expuesta a la posibilidad que le caiga un rayo. En la Ilustración 9-33 la construcción más pequeña queda protegida bajo el manto, en cambio la más alta tiene una esquina fuera de él. Cuando esto ocurre es necesario agregar pararrayos en los extremos opuestos exteriores del edificio, de esta manera la esfera pasará por encima de estas puntas, extendiendo el área de protección.

Cualquier construcción o accidente conductor que pudieran quedar fuera del manto de protección tiene la posibilidad de captar descargas debido, justamente, a que su distancia al punto de generación del rayo es menor que la distancia a la cúspide del pararrayos.

#### 9.6.4.5 Parámetros del modelo

La aplicación de la ecuación característica del modelo representativo del conjunto nube-suelo, permite evaluar teóricamente el valor de los parámetros eléctricos más relevantes de una descarga típica:

- $C$  : capacidad equivalente del condensador nube-suelo;
- $R$  : resistencia eléctrica del circuito de descarga rayo-suelo y
- $L$  : inductancia total del circuito de descarga rayo-suelo.

En el momento de la descarga, el condensador equivalente está compuesto por la superficie inferior horizontal de la nube y por el plano horizontal del suelo conductor, separados por una distancia igual a la longitud del rayo.

El circuito de descarga está compuesto por los siguientes elementos conectados en serie:

- El rayo baja por el canal conductor ionizado, como si se tratara de un cable coaxial, cuyo conductor central es el rayo mismo y cuyo conductor periférico exterior de retorno corresponde a un tubo vertical, cuyo diámetro interior está ocupado por la nube cargada, en la forma que se describe en la Ilustración 9-34.
- El rayo alcanza la superficie del suelo en los accidentes conductores más elevados tales como árboles, rocas altas, edificios o el pararrayos.

- La descarga baja y continúa por las capas horizontales resistivas del suelo en donde, finalmente, se difunde y disipa.
- Se crea una onda electromagnética de simetría cilíndrica vertical que se propaga horizontalmente a la velocidad de la luz, generada por una corriente virtual de desplazamiento que asciende desde la superficie conductora del suelo hasta la superficie exterior de la nube.<sup>53</sup>

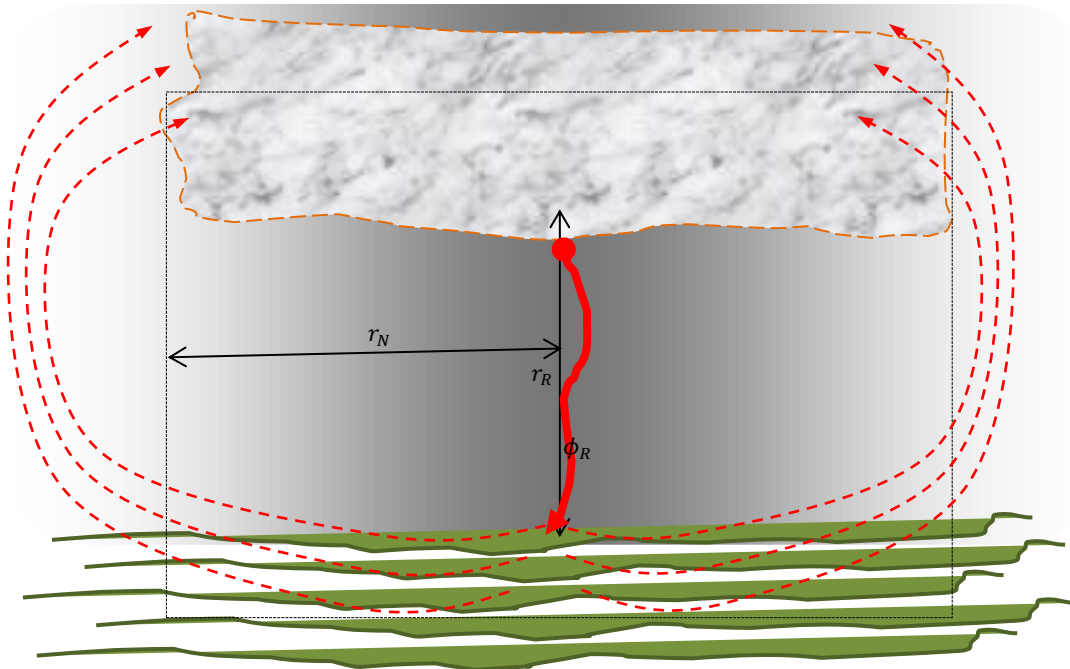


Ilustración 9-34: representación circuito descarga rayo

#### 9.6.4.5.1 Resistencia equivalente

La resistencia  $R$  total del circuito de descarga está compuesta por la resistencia  $R_R$  del rayo mismo y la resistencia  $R_{PTM}$  del sistema compuesto por el pararrayos, la torre, cables de bajada, la malla de tierra y el suelo, según la siguiente expresión:

$$R_R = \frac{4r_R}{\pi\phi_R^2}\rho_R \quad ; \quad R = R_R + R_{PTM}$$

<sup>53</sup> La 4ª ecuación de Maxwell modificada establece que la densidad de la corriente virtual de desplazamiento mencionada está dada por:  $\vec{j}_D = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times \vec{H} - \vec{j} \left[ \frac{A}{m^2} \right]$

#### 9.6.4.5.2 Inductancia equivalente

La inductancia total  $L$  del circuito de descarga está compuesta por la inductancia  $L_R$  del canal conductor coaxial del rayo mismo, más la inductancia adicional  $L_{PTM}$  del sistema de tierra. La inductancia  $l_R$  por unidad de longitud y la inductancia total del rayo de longitud  $r_R$  están dadas por:

$$l_R = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{\phi_N}{\phi_R}\right) \left[\frac{H}{m}\right] ; \quad L_R = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{\phi_N}{\phi_R}\right) r_R [H]$$

#### 9.6.4.5.3 Capacidad electrostática equivalente

El condensador equivalente está compuesto por la superficie inferior horizontal de la nube de radio  $r_N$  y la superficie conductora del suelo, separados por una distancia  $r_R$ , correspondiente a la longitud del rayo. Por lo tanto, la capacidad equivalente está dada por:

$$C = \varepsilon \frac{\pi r_n^2}{r_R}$$

#### 9.6.4.6 Ejemplo de aplicación a un rayo típico

La aplicación de las ecuaciones características a un rayo típico se basa en los siguientes coeficientes técnicos, los cuales calzan y son coherentes con las características de una descarga típica de las siguientes características particulares:

##### 9.6.4.6.1 Coeficientes técnicos del sistema nube-suelo-rayo

Radio superficie horizontal de la nube :  $r_N \approx 470 [m]$

Longitud del rayo típico :  $r_R \approx 56 [m]$

Diámetro canal ionizado del rayo :  $\phi_N \approx 0,15 [m]$

##### 9.6.4.6.2 Coeficientes técnicos del aire considerados en el ejemplo

Permitividad dieléctrica (vacío) :  $\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \left[\frac{C}{m}\right]$

Permeabilidad magnética (vacío) :  $\mu_0 = 1,2566 \cdot 10^{-6} \left[\frac{H}{m}\right]$

Resistividad del aire ionizado :  $r_R = 0,14 [\Omega m]$

Rigidez dieléctrica aire contaminado :  $|\vec{E}_{RDA}| = 1,60 \cdot 10^5 \left[\frac{V}{m}\right] = 0,16 \left[\frac{MV}{m}\right]$



9.6.4.6.3 Aplicación a las ecuaciones características

La aplicación de estos coeficientes técnicos conduce a los siguientes parámetros de la descarga, para:

$$|\vec{E}_{m\acute{a}x}| = |\vec{E}_{RDA}| \quad ; \quad U_o = |\vec{E}_{RDA}| \cdot r_R \quad ; \quad Q_o = C \cdot U_o$$

Capacidad del condensador	:	$C = 444 \text{ [nF]}$
Resistencia del rayo	:	$R_R = 444 \text{ [\Omega]}$
Inductancia del rayo	:	$L_R = 97,9 \text{ [mH]}$
Tensión nube-suelo al momento de la descarga	:	$U_o = 8,96 \text{ [MV]}$
Carga al momento de la descarga	:	$Q_o = 0,98 \text{ [C]}$
Energía descargada por el rayo	:	$E_R = 4,40 \text{ [MJ]}$
Potencia máxima del pulso	:	$P_{m\acute{a}x} = 174 \text{ [GW]}$
Corriente máxima	:	$I_{m\acute{a}x} = 19,8 \text{ [kA]}$
Corriente media	:	$I_{med} = 7,28 \text{ [kA]}$
Tiempo de subida onda de corriente	:	$t_{SI} = 1,20 \text{ [ms]}$
Tiempo de decaimiento onda de corriente	:	$t_D = 50 \text{ [ms]}$

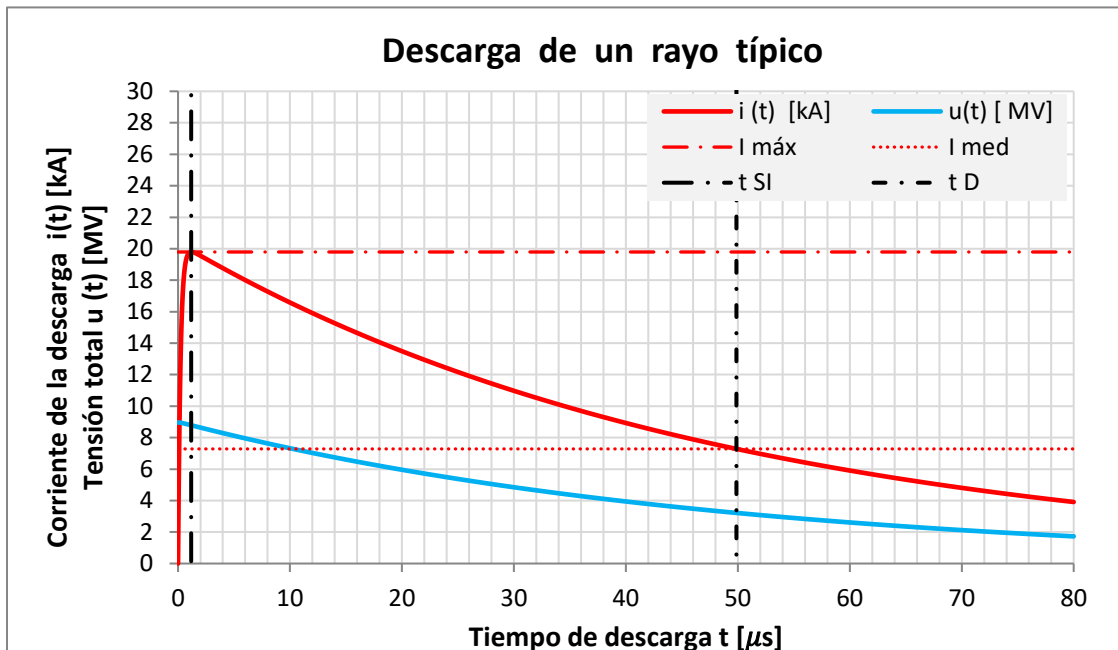


Ilustración 9-35: descarga de un rayo típico en el tiempo

9.6.4.7 Frecuencia del frente de ondas

La frecuencia  $f_0$  del frente de ondas corresponde al valor recíproco de la longitud de onda  $\lambda$ . Según el modelo, el tiempo de subida  $t_{SI}$  corresponde a un cuarto de ciclo:

$$t_{SI} = 1,20 \text{ } [\mu\text{s}] \quad ; \quad f_0 = \frac{1}{4t_S} = \frac{1}{4 \cdot 1,2 \text{ } [\mu\text{s}]} = 208,33 \text{ } [\text{kHz}]$$

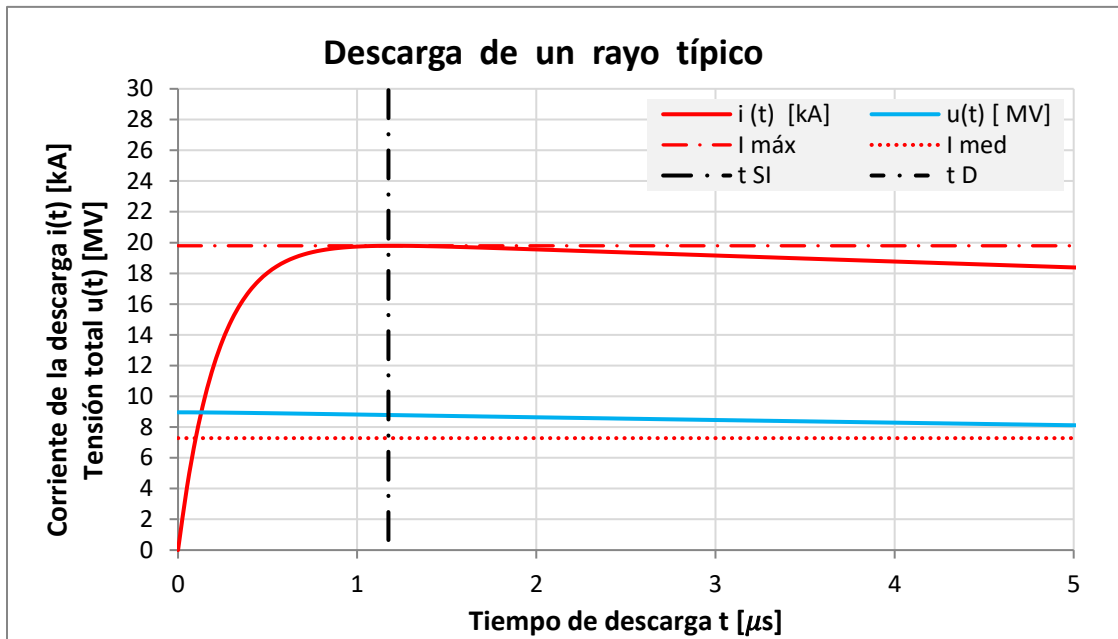


Ilustración 9-36: corriente y tensión en descarga de un rayo típico



Ilustración 9-37: potencia durante la descarga de un rayo

Como se muestra en la Ilustración 9-37, el pulso de potencia llega a su valor máximo un poco antes del tiempo de subida  $t_{SJ}$ . En este ejemplo:

$$t_{SP} = 1,05 \text{ } [\mu\text{s}]$$

#### 9.6.4.8 Elevaciones de tensión en las impedancias del circuito

La elevación o caída de tensión en los elementos de cualquier circuito eléctrico está dada por:

$$\Delta u(t) = - \left[ \Delta L \frac{\partial i}{\partial t} + \Delta R_i \right]$$

En general los materiales con que se construyen los sistemas de descarga (pararrayos, torre, malla de tierra, etc.) son de muy alta conductancia eléctrica ( $Cu$ ,  $Fe$ , etc.), razón por la cual, en términos prácticos, la resistencia  $\Delta R_{PTM}$  de estos elementos es despreciable frente a la resistencia  $R_R$  del rayo y frente a la tensión inducida en las respectivas inductancias de estos elementos. Por lo tanto, para  $R_R \gg R_{PTM} \approx 0$

$$\Delta u(t) \approx -\Delta L \frac{\partial i}{\partial t}$$

##### 9.6.4.8.1 Tensión inducida por unidad de longitud

Dado que durante el proceso inicial el tiempo de subida es relativamente muy corto, en primera aproximación la tensión inducida por unidad de longitud a lo largo del recorrido del rayo de longitud  $r_R$ , para:

$$\Delta i = I_{m\acute{a}x} \quad ; \quad \Delta t = t_S \quad ; \quad l_R = \frac{L_R}{r_R}$$

es, aproximadamente igual a:

$$u = l_R \frac{I_{m\acute{a}x}}{t_S} = \frac{97,9 \text{ } [\mu\text{H}]}{56 \text{ } [\text{m}]} \cdot \frac{19,8 \text{ } [\text{kA}]}{1,20 \text{ } [\mu\text{s}]} = 28,8 \left[ \frac{\text{kV}}{\text{m}} \right]$$

##### 9.6.4.8.2 Tensión inducida en conjunto pararrayos / torre

La elevación de tensión de la punta de un pararrayos instalado en una torre y/o edificio con respecto al nivel del suelo y/o malla de tierra de referencia es proporcional al

recorrido del rayo. Si el recorrido es  $r_{pT} = 24 [m]$ , la elevación de tensión puede alcanzar el siguiente valor:

$$\Delta U_{pT} = u \cdot r_{pT} = 692 [kV]$$

#### 9.6.4.8.3 Tensión inducida en electrodo de tierra

Normalmente las mallas y electrodos de tierra están compuestos por una malla o reticulado horizontal de cobre de diversas proporciones, soterrado a  $0,5 [m]$ , al cual se le agregan varias varillas verticales de  $1,5$  o  $3,0[m]$  conectadas en paralelo, destinadas, justamente, a facilitar las descargas atmosféricas. La inductancia del conjunto paralelo es aproximadamente igual a:

$$L_{MV} \approx \frac{L_M L_V}{L_M + L_V} = \left( \frac{1}{1 + \frac{L_V}{L_M}} \right) L_V$$

En esta expresión:

$L_M$  : es la inductancia del enmallado horizontal y

$L_V$ : es la inductancia del conjunto de varillas verticales conectadas en paralelo.

Lo normal es que la inductancia de los sistemas enmallados horizontales, compuestos por múltiples cuadrículas de cobre, sea muy superior a la inductancia de una simple varilla recta vertical. Por lo tanto, en primera aproximación, si se consideran  $n_V$  varillas verticales conectadas en paralelo, para  $L_M \gg L_V$ :

$$L_{MV} \approx L_V$$

Si consideramos, por ejemplo, 5 varillas verticales de  $1,5[m]$  cada una, la elevación de tensión es, aproximadamente igual a:

$$r_V = 1,5 [m] \quad ; \quad n_V = 6 \quad ; \quad u = 28,8 \left[ \frac{kV}{m} \right]$$

$$\Delta U_{MV} = u \frac{r_V}{n_V} < 7,2 [kV]$$

9.6.4.8.4 Tensión inducida en puente portacables en torres de telecomunicaciones

En el caso particular de las torres de soporte para antenas de telecomunicaciones, lo normal es que exista una caseta para alojar los equipos electrónicos y un puente porta-cables de antena que comunica la caseta con las antenas instaladas en el extremo superior de la torre, en la forma indicada en Ilustración 9-38. En este tipo de construcciones generalmente el puente portacables sale al exterior a una altura de, aproximadamente, 2 [m]. En estas circunstancias, al producirse una descarga atmosférica, la elevación de tensión del puente portacables con respecto a al nivel de la malla de tierra de referencia está dada por:

$$h_c = 2 \text{ [m]} \quad ; \quad u = 28,8 \left[ \frac{\text{kV}}{\text{m}} \right]$$

$$\Delta U_h = u \cdot h_c = 58 \text{ [kV]}$$

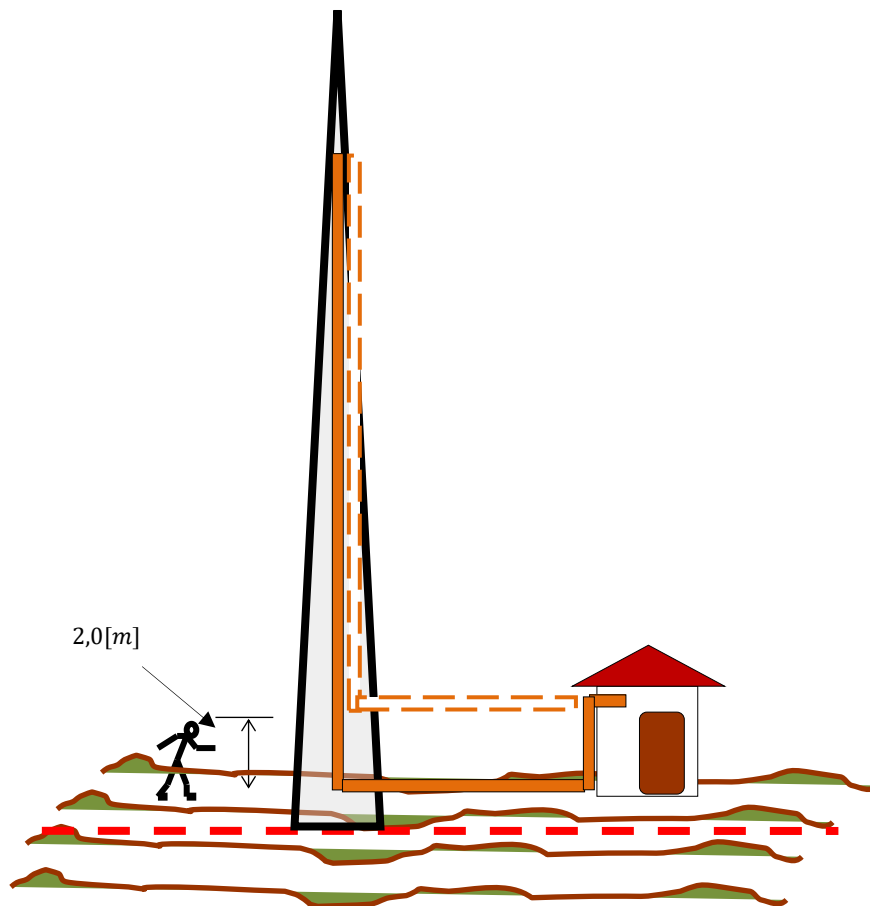
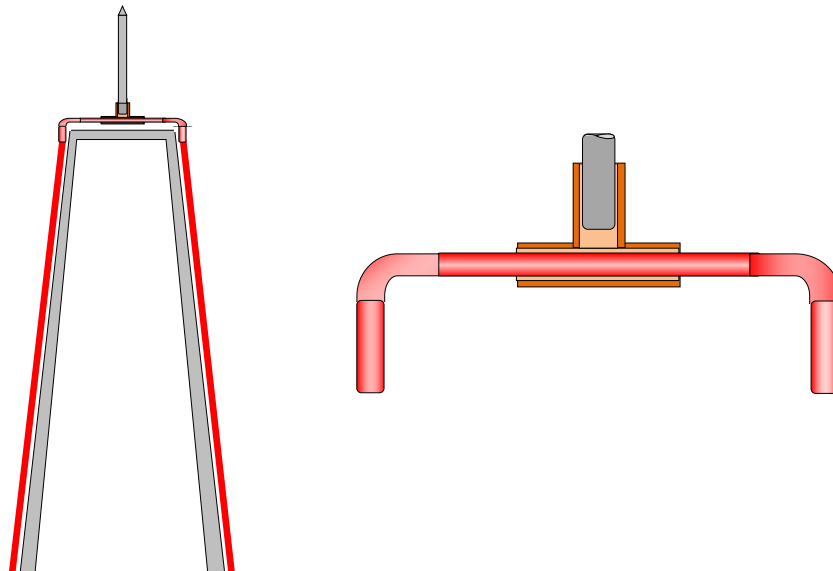


Ilustración 9-38: puente portacables soterrado

Agreguemos que la tensión inducida se transmitirá por el puente hasta la salida de los equipos electrónicos, los cuales sufrirán directamente el impacto del frente de ondas. Por esta razón, los proyectistas especializados recomiendan llevar el puente portacables por el suelo y guiarlo por el eje central de la torre, en la forma que se muestra en la Ilustración 9-38, solución que, si bien encarece el proyecto, asegura la protección de los equipos.

Creemos pertinente agregar que las caídas de tensión en la torre dependen, básicamente, de la inductancia de cada tramo y no de la resistencia eléctrica de las estructuras. Para estos efectos, los elementos conductores (pararrayos, torre, patas de la torre, escalerilla portacable vertical, etc.) se comportan como una sola unidad conductora de muy baja resistencia eléctrica, pero de alta reactancia inductiva. En cambio, la distribución de la corriente en la sección horizontal de la torre depende, por una parte, del efecto pelicular y, por la otra, de la resistencia relativa de los elementos conductores de cada sección horizontal de la torre.

En efecto, dado que la reactancia inductiva es relativamente alta, el flujo de corriente se concentrará en la periferia, en particular en las zonas de menor resistencia eléctrica.



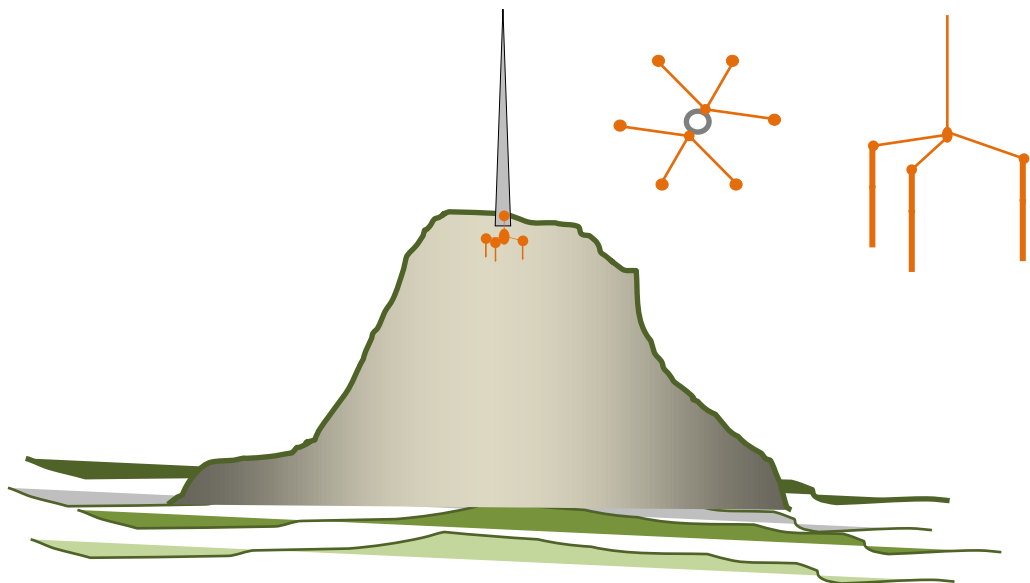
*Ilustración 9-39: cables de bajada de pararrayos*

Por esta razón, los diseños modernos incluyen dos o tres cables de cobre desnudo, conectados firmemente a la base del pararrayos, conocidos como cables de bajada del pararrayos (Ilustración 9-39). Estos cables se guían por esquinas exteriores opuestas más alejadas del centro, adosadas firmemente a las patas de la torre hasta el electrodo de puesta a tierra, punto en el cual se agregan varillas verticales.

#### 9.6.4.8.5 Configuraciones de baja inductancia

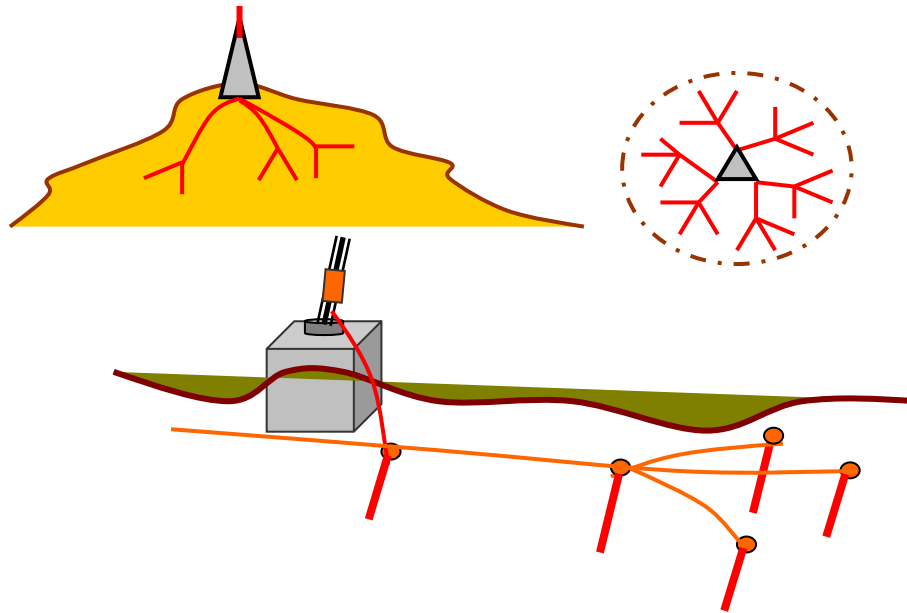
A igualdad de longitud, cualquier conductor eléctrico que presente cambios de dirección, espiras, cuadrículas o accidentes en su recorrido siempre presentará mayor inductancia que los rectos. Vemos así que, para descargar rayos, es preferible utilizar varillas rectas verticales en vez de mallas horizontales, aun cuando ambas soluciones permitan disminuir el valor de la resistencia a tierra.

Con este objeto se han ideado ingeniosas configuraciones, como las que se muestran en la Ilustración 9-40, compuestas por 3 ó 4 varillas verticales separadas entre sí, pero conectadas en paralelo a un mismo punto común en las patas de las torres. Esta configuración se conoce como pata de gallo.



*Ilustración 9-40: configuraciones de baja inductancia (pata de gallo)*

Para rebajar más la inductancia, esta configuración se puede replicar mediante varias patas de gallo conectadas en paralelo alrededor de la torre (Ilustración 9-41).



*Ilustración 9-41: configuraciones de baja inductancia en paralelo (múltiples patas de gallo)*

### 9.6.5 Sistemas de puesta a tierra destinados a descargar interferencias inducidas en cables de antena

En una radioestación los cables de las antenas deben recorrer la distancia que existe entre los equipos de telecomunicaciones, instalados dentro de las casetas, hasta las antenas, instaladas en la parte alta de las torres. Como sabemos, en cualquier conductor aislado que se extienda a la intemperie, se inducen tensiones generadas por las múltiples señales e interferencias que llegan desde el medio exterior. La intensidad de las tensiones inducidas es proporcional a la longitud del conductor expuesto. Se conocen como ruido electromagnético.

Independientemente de los filtros y diseños de amplio espectro de muy buena calidad que existen en la actualidad, siempre es preferible evitar o, al menos disminuir, la magnitud de las tensiones inducidas en los cables. Con este objeto, las prácticas constructivas modernas aplican las siguientes medidas de mitigación.

#### 9.6.5.1 Aislamiento de los cables de antena

Con el objeto de evitar que las tensiones inducidas generadas en la masa de la estructura metálica de la torre se transmitan a los cables de antena, éstos deben soportarse



mediante aisladores y/o cubrirse con material aislador (PVC u otro) en todo su recorrido. Dado que las tensiones inducidas son de baja o muy baja tensión, para estos efectos basta que el nivel de aislamiento sea de la clase baja tensión.

### 9.6.5.2 Descarga de interferencias inducidas

Con el objeto de descargar o cortocircuitar las interferencias que se van sumando en serie a lo largo del recorrido de los cables de antena, es necesario conectar la superficie conductora exterior del cable de antena directamente a la malla de tierra, en la forma que se describe en la Ilustración 9-42.

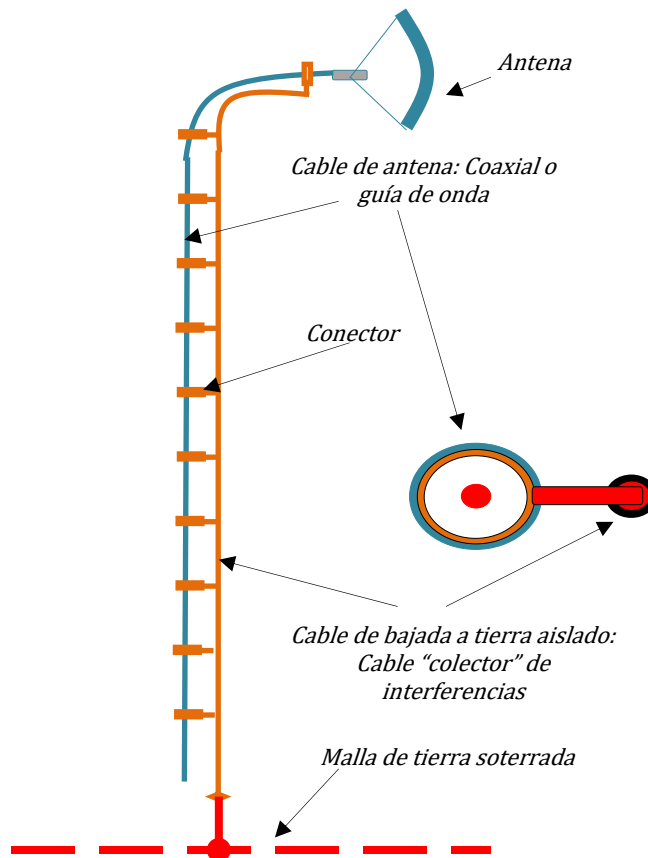


Ilustración 9-42: configuración de descarga de interferencias en antenas

Dado que la tensión inducida es proporcional a la longitud del recorrido, la tensión inducida final  $U_{ind}$  se verá reducida proporcionalmente según el número  $N_T$  de conexiones a tierra:

$$U_{ind} = \frac{u \cdot h}{N_T}$$

$u$  : tensión inducida por unidad de longitud del cable de antena.

Si, por ejemplo, las mediciones de campo o el responsable del proyecto de telecomunicaciones determinan que es necesario reducir el nivel de las tensiones inducidas a la décima parte, es necesario conectar el cable de antena a tierra en, al menos, diez (10) puntos equidistantes de su recorrido.

Con este propósito, el cable de conexión a tierra también debe estar aislado de la torre y de los elementos metálicos, de tal manera que, por una parte, sirva como puente de cortocircuito entre los puntos de conexión y, por la otra parte, descargue a tierra las corrientes inducidas resultantes.

#### 9.6.6 Electrodo de tierra para retorno de sistemas de transmisión unifilar de potencia

En Chile han existido y existen actualmente los siguientes tipos de sistemas de transmisión de potencia unifilar con retorno por tierra:

##### En corriente continua:

- Líneas telefónicas antiguas;
- Tranvías y trolebuses en 500 [ $V_{cc}$ ];
- Metro de Santiago en 600 [ $V_{cc}$ ] y
- Ferrocarriles en 3.000 [ $V_{cc}$ ].

##### En corriente alterna:

- Electrificación Rural Económica en 7,62 [ $kV$ ]: esta tensión es derivada de la tensión al neutro de sistemas de electrificación rural trifásicos de 13,2 [ $kV$ ].
- Electrificación Rural Económica en 13,3 [ $kV$ ]: esta tensión es derivada de la tensión al neutro de sistemas de electrificación rural trifásicos de 23 [ $kV$ ].

El diseño de mallas destinadas a servir de electrodo de conexión para sistemas de transmisión de potencia unifilar con retorno por tierra debe cumplir, al menos, con las condiciones técnicas mínimas que se exponen a continuación.

#### 9.6.6.1 Resistencia a tierra

Con el objeto de garantizar que la caída de tensión en el extremo receptor de la línea se mantenga menor o a lo sumo igual al máximo admisible, la resistencia a tierra  $R_T$  de la malla, sumada a la impedancia  $Z_{12}$  del tramo de transmisión monofásica desde el punto de derivación, debe ser inferior o a lo sumo igual a la impedancia total  $Z_T$  máxima admisible del sistema de transmisión.

En general, para los sistemas de distribución en media tensión se acepta que la caída de tensión máxima total, medida en el extremo receptor a plena carga, sea menor o a lo sumo igual al 5 [%].

Dado que, en general, los sistemas de transmisión en media tensión están compuestos por los transformadores, la línea troncal trifásica y la línea de derivación monofásica, la caída total del 5 % mencionada, debe compartirse en los diferentes tramos. Por ejemplo, 2,5% para la parte troncal trifásica y 2,5 % para el tramo monofásico con retorno por tierra.

#### 9.6.6.2 Capacidad de disipación

Los conductores y la superficie en contacto con el suelo natural deben ser capaces de conducir y disipar la corriente de carga nominal  $I_n$  del sistema de potencia por tiempo indefinido, sin sufrir ningún tipo de daño o deterioro. Con este objeto es necesario evaluar la superficie de contacto y la potencia que se disipará permanentemente en la malla de tierra:

$$P_T = I_n^2 R_T$$

En algunos casos, particularmente cuando los terrenos son húmedos y los conductores de la malla de tierra son demasiado delgados, el calor disipado en la superficie de contacto calienta y evapora el agua, con el resultado que aumenta la resistencia a tierra y, por lo tanto, aumenta también la potencia disipada, en un proceso acumulativo acelerado. Si el proceso no se controla adecuadamente, la caída de tensión puede llegar a interrumpir la conducción. Luego, al enfriarse y recuperar la humedad, el sistema se normaliza, con el resultado que se producen cortes intermitentes indeseables. Por esta razón, es necesario

evaluar la potencia disipada localmente en la superficie de contacto de los conductores con el suelo natural.

Dado que el valor de la resistencia a tierra depende principalmente de las dimensiones lineales de la malla y no del calibre de los conductores, existe la tendencia a utilizar alambres de muy poco calibre, con el resultado que, por una parte, su adherencia y contacto con el suelo natural es débil y, por la otra parte, la densidad superficial de corriente muy alta. Por esta razón, se recomienda la aplicación de cables trenzados (rugosos), de  $60 \text{ [mm}^2\text{]}$  o mayor área.

#### 9.6.6.3 Tensión de paso

La tensión de paso debe regirse por las condiciones desarrolladas en las secciones 9.6.3.2 y 9.6.3.3. Sin embargo, en el caso particular de las electrificaciones monofásicas rurales con retorno por tierra, dado que su característica principal es su bajo costo, si se cumple a cabalidad con la extensión que debe tener la malla para garantizar que la tensión de paso sea inferior a la peligrosa, la malla de tierra puede resultar proporcionalmente muy cara. Por esta razón, es conveniente tomar las siguientes precauciones:

- La subestación de media tensión y la respectiva malla de conexión a tierra debe instalarse en el penúltimo poste de la línea. Además, debe rodearse de un cerco rural económico de extensión apropiada y
- El empalme y equipo de medida de baja tensión deben instalarse en el poste siguiente o final, con su respectiva malla de baja tensión.

### 9.7 Comentario final

Como se ha visto, existen al menos cuatro variedades de mallas y electrodos de puesta a tierra, descritos en las secciones 9.6.3.1, 9.6.4, 9.6.5 y 9.6.6, cuyas funciones eléctricas son completamente diferentes.

Es bastante frecuente que, en un mismo proyecto, sea necesario incorporar dos o más de estas funciones en una misma malla de tierra. En estos casos el proyectista debe

analizar separadamente cada una de las funciones requeridas, las cuales, en vez de complementarse, podrían resultar contraproducentes.

En efecto, si se requiere una mayor superficie equipotencial es necesario extender el enmallado horizontal, en cambio, si se necesita facilitar las descargas atmosféricas, es necesario agregar varillas verticales. Con la primera solución se dificultan las descargas atmosféricas y con la segunda, se restringe la superficie equipotencial, sin embargo, ambas soluciones disminuyen el valor de la resistencia a tierra. Si se necesitan ambas funciones, no hay otra alternativa que construir las dos soluciones, aun cuando, desde el punto de vista del valor de la resistencia a tierra, el proyecto resulte sobredimensionado. La idea es orientar el diseño de manera que cumpla la o las funciones eléctricas deseadas pero que, al mismo tiempo, no se incurra en gastos inútiles que podrían ser contraproducentes.

En general la impedancia a tierra  $Z_{MV}$  de un electrodo está dada por:

$$Z_{MV} = \sqrt{R_{MV}^2 + X_{MV}^2} \quad ; \quad X_{MV} = 2\pi f L_{MV}$$

Si la malla de tierra está concebida para proveer una superficie equipotencial para un sistema de potencia de frecuencia industrial (50 ó 60 [Hz]), dado que los valores numéricos de las resistencias a tierra (ohmios) son proporcionalmente muy superiores a los valores de las inductancias (microhenrios), en la práctica, la impedancia queda determinada solo por los valores de la resistencia a tierra del electrodo. En cambio, si se trata de disipar descargas atmosféricas, dado que la frecuencia típica es del orden de 200 [kHz], la impedancia inductiva equivalente del conjunto resulta comparativamente mucho más importante.

## 9.8 Ejemplos

En las hojas "RT = f(rl)", "Resistividad por capas", " Ejemplos diferentes cálculos " y "Ejemplos" del archivo asociado al Capítulo 9, el lector podrá encontrar ejemplos aplicados sobre este capítulo.





“... Según estos planteamientos resulta paradójico comprobar que los materiales que normalmente conocemos como conductores no son los que transportan el fluido que conocemos como energía. En cambio, los materiales que normalmente conocemos como aisladores son, en realidad, el medio por el cual fluye la energía electromagnética. Por esta razón, en el ámbito de las telecomunicaciones, los cables y tubos de antena se conocen también como guías de onda. En resumen:

La energía electromagnética se propaga por el medio aislador de permitividad dieléctrica  $\epsilon$  y permeabilidad magnética  $\mu$  en el cual están inmersos los conductores metálicos.”



**fcfm**

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE

**die**

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
UNIVERSIDAD DE CHILE



CENTRO  
DE ENERGÍA  
FCFM UNIVERSIDAD DE CHILE